

**Matemática**

1. (UERJ) Um atleta consome diariamente 3 ovos médios, comprados em embalagens com exatamente 30 ovos, ao custo de 15 reais. Ele verificou que consumiria a mesma quantidade de nutrientes comendo diariamente apenas 2 ovos grandes, comprados em embalagens com exatamente 10 ovos, ao custo de 6 reais. Calcule a diferença, em reais, entre os valores gastos pelo atleta, em 30 dias, ao trocar o consumo diário de 3 ovos médios por 2 ovos grandes.
2. (UERJ) Observe na tabela a seguir dados aproximados da área territorial e do número de habitantes de cinco municípios do estado do Rio de Janeiro, de acordo com o Censo de 2022.

MUNICÍPIOS	POPULAÇÃO	ÁREA TERRITORIAL (km ²)
Arraial do Cabo	31 000	155
Casimiro de Abreu	46 000	460
Maricá	198 000	360
Rio das Ostras	156 000	220
Saquarema	90 000	360

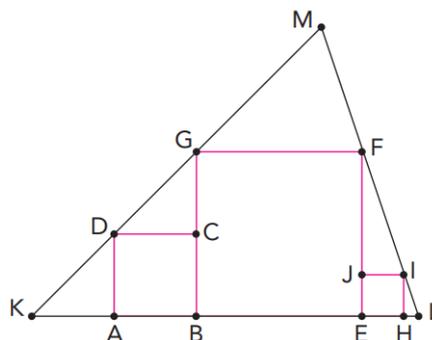
Adaptado de ibge.gov.br.

Sabe-se que a densidade demográfica de um município é calculada pela razão entre sua população e sua área territorial. Calcule a maior e a menor densidade demográfica, em habitantes/km², do conjunto de municípios apresentados.

3. (UERJ) Uma pessoa realizou um empréstimo de x reais e já pagou $\frac{3}{4}$ desse valor, que correspondem a R\$ 1.050,00. Foi acordado que a dívida a ser paga corresponderá a $\frac{13}{7}$ de x . Calcule o valor total, que será pago a mais do que o empréstimo realizado.

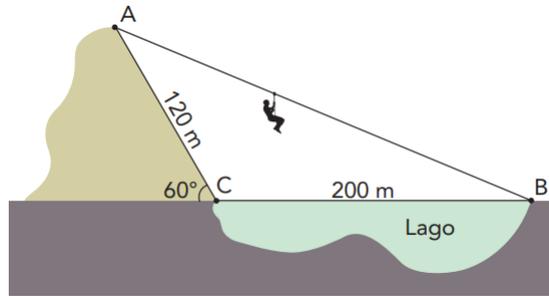
4. (UERJ) Considere a equação $2X + B - 2A = A \cdot B$ e, também, as matrizes: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. Calcule a matriz X .

5. (UERJ) Os quadrados ABCD, BEFG e EHIJ têm os lados AB, BE e EH contidos na base KL do triângulo KLM, ilustrado a seguir. Os pontos D e G pertencem ao lado KM, e os pontos I e F ao lado LM, do mesmo triângulo.



São conhecidas as seguintes medidas: $AB = 4$ cm, $BE = 8$ cm e $EH = 2$ cm. Calcule, em cm², a área do triângulo GFM.

6. (UERJ) Uma tirolesa foi instalada sobre um lago, conforme indica o esquema:

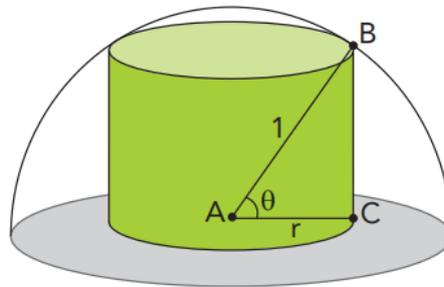


Considere as seguintes informações:

- o triângulo ABC encontra-se no plano vertical;
- AC representa uma rampa de 120 m, que forma um ângulo de 60° com o plano horizontal;
- BC é a extensão do lago, que mede 200 m.

Sabendo que $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, calcule a distância, em metros, de A até B.

7. (UERJ) Um cilindro circular reto está contido em uma semiesfera de raio $AB = 1$, como ilustra a imagem. O raio AC da base desse cilindro mede r e o ângulo agudo $B\hat{A}C$ mede θ graus.

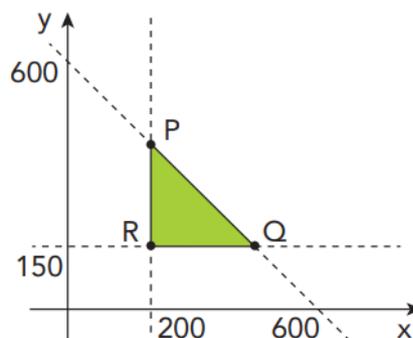


Calcule a altura e a área lateral do cilindro em função de θ . Em seguida, calcule o valor de θ para que essa área seja máxima.

8. (UERJ) Uma doceira, que vende trufas de cerejas e de nozes, tem a encomenda fixa semanal de 200 trufas de cerejas (C) e de 150 de nozes (N). Se houver demanda, ela consegue fazer, no máximo, 600 trufas por semana. Os lucros por unidade vendida de C e N são, respectivamente, R\$ 4,00 e R\$ 3,00. Considerando que a doceira faça, por semana, x unidades de C e y de N, valem as seguintes desigualdades:

$$\begin{cases} x \geq 200 \\ y \geq 150 \\ x + y \leq 600 \end{cases}$$

Os pares (x, y) de números de trufas que essa doceira pode fazer estão representados, no plano cartesiano, por pontos do triângulo PQR. Observe:



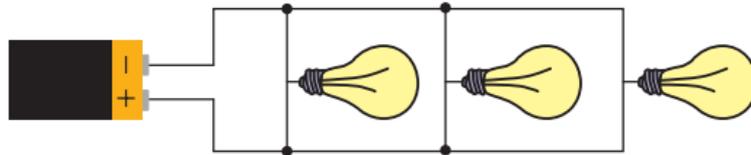
Calcule, em reais, o lucro de apenas uma encomenda fixa semanal. Calcule, em reais, também, o lucro semanal máximo que a doceira pode obter com a venda de 600 trufas.

9. (UERJ) Considere a sequência dos números naturais ímpares e as somas S_1 e S_2 :

$$(a_n) = (1, 3, 5, 7, \dots)$$
$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$
$$S_2 = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \dots + a_{2n}$$

S_1 é a soma dos n primeiros números ímpares e S_2 é a soma dos n números ímpares seguintes. Calcule S_2 e, também, a razão $\frac{S_1}{S_2}$.

10. (UERJ) Em um circuito de três lâmpadas iguais ligadas em paralelo, se uma delas queimar, as outras duas ainda permanecem acesas. Sabe-se que, ao conectar o circuito a uma bateria, a probabilidade de qualquer uma dessas lâmpadas queimarem é igual a 20%. Observe o esquema:



Calcule a probabilidade de, ao conectar o circuito, pelo menos duas lâmpadas queimarem.