Fórmula Luderiana Racional para Extração de Raízes Cúbicas

Assim como existe a fórmula de Bhaskara para resolver a equação do 2o grau, existe a fórmula de Tartaglia para resolver a equação de 3o grau (equação cúbica). É oportuno dizer que a fórmula de Bhaskara pára na raiz quadrada, ou seja, ela não resolve a raiz quadrada, isto é, depende de um algoritmo ou da calculadora para extrair a raiz quadrada. Analogamente, a fórmula de Tartaglia também não resolve a raiz cúbica.

Então o leitor pode perguntar: e a Segunda Fórmula de Moivre ?

Bem, o mesmo acontece com esta fórmula. Esta fórmula, utilizando-se de trigonometria, permite chegarmos nas raizes complexas mas, ainda assim, depende da extração da raiz n-ésima do módulo do complexo.

Portanto, embora existam alguns algoritmos e métodos numéricos, não existem fórmulas para extrair a raiz n-ésima de um número.

Isto é, não existia. Heis a *Fórmula Luderiana Racional para Extração de Raiz Cúbica*:

$$\sqrt[3]{c} \approx k.\left(\frac{29z^3+261z^2+255z+22}{7z^3+165z^2+324z+71}\right)$$

Onde,

$\sqrt[3]{c}=\sqrt[3]{k^3.z}\ , \forall k \in \mathbb{C}*$

Observe que os valores de c, k, z são conhecidos.

$\boldsymbol{c}$ é o radicando, ou seja, o número para o qual desejamos saber o valor da raiz cúbica;

$\boldsymbol{k}$ é a base do cubo perfeito mais próximo de $\boldsymbol{c}$;

Dá igualdade $\sqrt[3]{c}=\sqrt[3]{k^3.z}$, tem-se:

$c=k^3.z$

Logo, $\boldsymbol{z=\frac{c}{k^3}}$

O valor de $\boldsymbol{z}$ *deve ser o mais próximo possível de 1.*

$\boldsymbol{k}$ *não precisa ser, obrigatoriamente, um inteiro.*

Esta versão da fórmula luderiana racional possui desempenho semelhante à disponibilizada na Wikipédia, no tópico "Raiz Cúbica" e, devido a sua simplicidade, permite-nos o cálculo das raizes cúbicas manualmente ou, se preferir, utilizando uma calculadora comum.

Com o intuito de fazer menos cálculos, podemos reescrever a fórmula, vide mais abaixo. Com a Fórmula Luderiana Racional, sem necessitar da segunda fórmula de Moivre, poderemos calcular as raízes do complexo "c'.

Os passos são os seguintes:

Seja calcularmos $\sqrt[3]{c}$

1o) Deve-se conhecer o valor de "k"

2o) Deve-se calcular $z=\dfrac{c}{k^3}$

3o) Calcula-se a primeira raiz ...

$$\sqrt[3]{c} \approx k.\frac{((29z+261)z+255)z+22}{((7z+165)\,z+324)z+71}$$

4o) Calcula-se a segunda raiz ...

$$\sqrt[3]{c} \approx k.\frac{((29z+261)z+255)z+22}{((7z+165)\,z+324)z+71}.\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}.i}{2}\right)$$

5o) Calcula-se a terceira raiz ...

$$\sqrt[3]{c} \approx k.\frac{((29z+261)z+255)z+22}{((7z+165)\,z+324)z+71}.\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}.i}{2}\right)$$

Exemplo:

Calcular $\sqrt[3]{61}$ *(utilizando a nova fórmula)*

$\sqrt[3]{c}$

$c=61$

$27<\mathbf{61}<64$

$3^{\mathbf{3}}<61<\mathbf{4^3}$

$k^3=4^3 \Rightarrow k=4$

$\sqrt[3]{c}=\sqrt[3]{k^3.z} \Rightarrow c=k^3.z \Rightarrow z=\frac{c}{k^3} \Rightarrow z=\frac{61}{64} \Rightarrow z=0.953125$

Aplica-se o valor de "z" na fórmula luderiana, abaixo.

$$\sqrt[3]{c} \approx k.\left(\frac{29z^3+261z^2+255z+22}{7z^3+165\,z^2+324\,z+71}\right)$$

$\sqrt[3]{61} \approx 4\left(\frac{29\,(0.953125)^3+261\,(0.953125)^2+255\,(0.953125)+22}{7\,(0.953125)^3+165\,(0.953125)^2+324\,(0.953125)z+71}\right)$

$\sqrt[3]{61} \approx 4 \times 0.984124295794616$

$\sqrt[3]{61} \approx 3.936497183 \Rightarrow x_1=3.936497183$

Multiplicando a raiz encontrada pelas raízes complexas da unidade, teremos as outras duas raízes:

$x_2=-1.968248591+3.409106562i$

$x_3=-1.968248591-3.409106562i$

Estimando o valor de "k" para Reais

Separe os digitos do radicando em grupos de 3 digitos, do final para o início.

Encontre a raiz cúbica aproximada, apenas para o 1o grupo.

Para cada um dos demais grupos, adotar zero.

No exemplo $\sqrt[3]{\mathbf{33.143.428}}$ podemos considerar $\mathbf{k} = \mathbf{300}$

Onde,

O "3" substitui o 1o grupo porque é a base do cubo perfeito mais próximo de "33", ou seja, **3**^3=27

Um "0" para substituir o 2o grupo que, no caso, é "143"

Outro "0" para substituir o 3o grupo que, no caso, é "428".

Normalmente, esta estimativa retorna a raiz com cerca de 3 casas decimais de precisão. Se isto não for suficiente, precisaremos recalcular a fórmula considerando agora que o valor de k é igual ao resultado deste primeiro cálculo. Finalmente, terá a raiz com cerca de 12 casas decimais de precisão.

A Fórmula Luderiana Racional para Extração de Raiz Cúbica, apresentada neste documento, é de autoria de

Ludenir Santos de Rio Grande, RS.

Professor Walter Tadeu Nogueira da Silveira, obrigado por permitir a publicação deste documento no seu site, na internet.