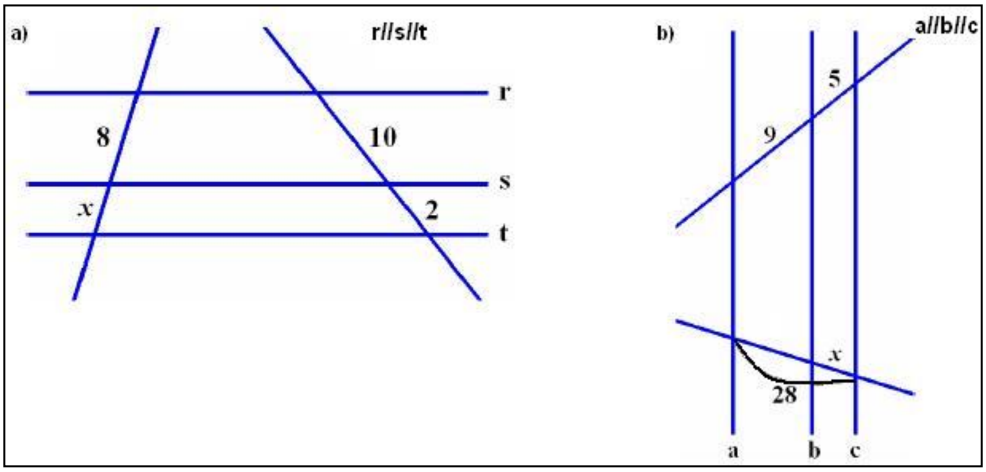
COLÉGIO PEDRO II - CAMPUS SÃO CRISTÓVÃO III
COORDENAÇÃO DE MATEMÁTICA – Prof.ª MARIA HELENA M. M. BACCAR
REVISÕES DO ENSINO FUNDAMENTAL
www.professorwaltertadeu.mat.br

Lista 8 – Teorema de Tales – Semelhança - GABARITO

1. Determine a medida do segmento de **x** em cada figura.

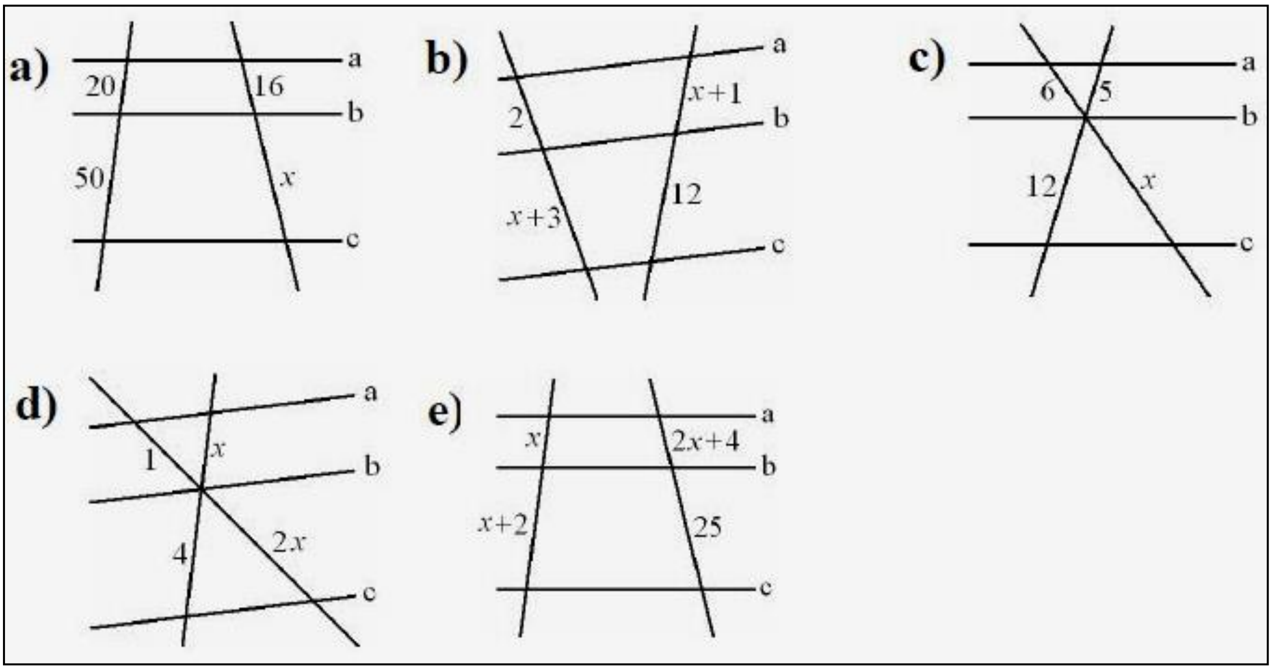
Solução. Estabelecendo as razões de semelhanças nos segmentos, temos:



a) $\boxed{\frac{8}{x}=\frac{10}{2}\Rightarrow 10x=16\Rightarrow x=\frac{16}{10}\Rightarrow x=1{,}6}$.

b) $\boxed{\frac{28}{x}=\frac{9+5}{5}\Rightarrow\frac{28}{x}=\frac{14}{5}\Rightarrow 14x=140\Rightarrow x=\frac{140}{14}\Rightarrow x=10}$.

2. Nas figuras mostradas, **a//b//c**. Calcule a medidas de **x**.



Solução. Estabelecendo as razões de semelhanças nos segmentos, temos:

a) $\boxed{\frac{20}{50}=\frac{16}{x}\Rightarrow 20x=800\Rightarrow x=\frac{800}{20}\Rightarrow x=40}$.

b) $\boxed{\frac{2}{x+3}=\frac{x+1}{12}\Rightarrow x^2+4x+3=24\Rightarrow x^2+4x-21=0\Rightarrow (x+7).(x-3)=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=-7<0\\ x_2=3\rightarrow ok\end{cases}}$.

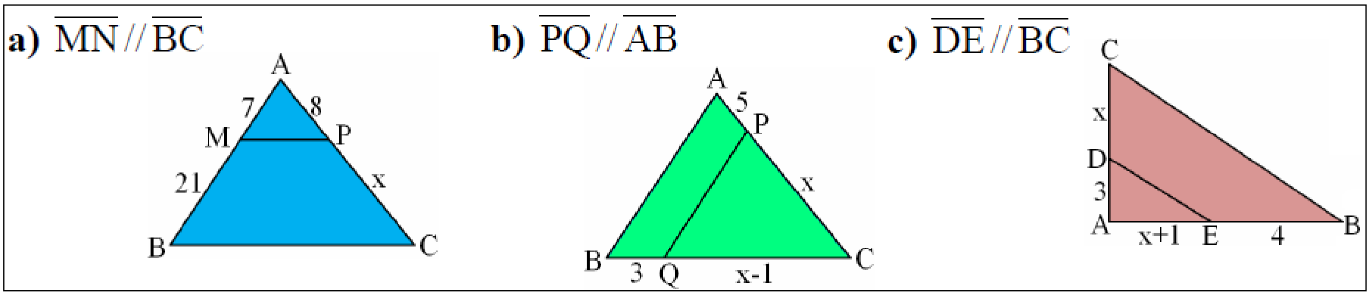
c) $\boxed{\frac{6}{x}=\frac{5}{12}\Rightarrow 5x=72\Rightarrow x=\frac{72}{5}\Rightarrow x=14,5}$.

d) $\boxed{\frac{1}{2x}=\frac{x}{4}\Rightarrow 2x^2=4\Rightarrow 2x^2-4=0\Rightarrow x^2-2=0\Rightarrow \left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)=0\Rightarrow \begin{cases} x_1=-\sqrt{2}<0 \\ x_2=\sqrt{2}\to ok \end{cases}}$.

e)
$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{x}{x+2}=\frac{2x+4}{25}\Rightarrow 2x^2+8x+8=25x\Rightarrow 2x^2-17x+8=0\Rightarrow x=\frac{-(-17)\pm\sqrt{289-4.(2).(8)}}{2.(2)}\Rightarrow \\ \Rightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{289-64}}{4}\Rightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{225}}{4}\Rightarrow x=\frac{17\pm15}{4}\Rightarrow \begin{cases} x_1=\frac{17-15}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\to ok \\ x_2=\frac{17+15}{4}=\frac{32}{4}=8\to ok \end{cases} \end{array}}$$.

3. Nos triângulos abaixo, determine a medida x indicada.

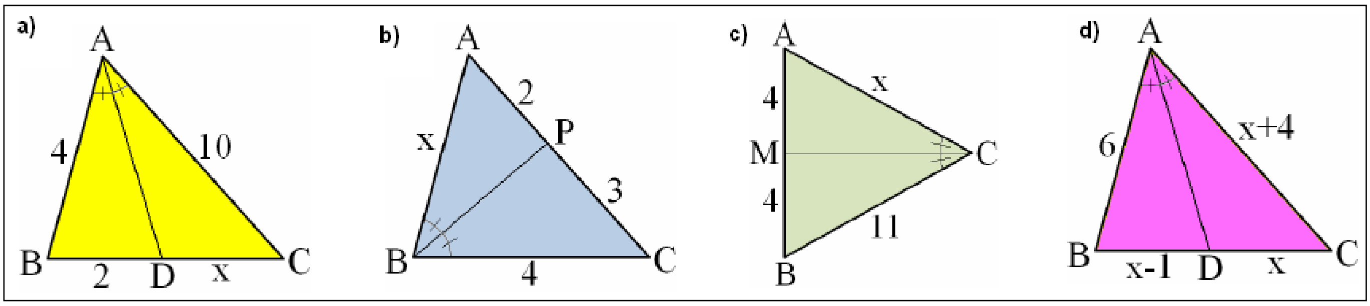
Solução. Estabelecendo as razões de semelhanças nos segmentos dos triângulos, temos:



a) $\boxed{\frac{7}{21}=\frac{8}{x}\Rightarrow 7x=168\Rightarrow x=\frac{168}{7}\Rightarrow x=28}$. **b)** $\boxed{\frac{x}{5}=\frac{x-1}{3}\Rightarrow 5x-5=3x\Rightarrow x=\frac{5}{2}\Rightarrow x=2,5}$.

c) $\boxed{\frac{3}{x}=\frac{x+1}{4}\Rightarrow x^2+x=12\Rightarrow x^2+x-12=0\Rightarrow (x+4).(x-3)=0\Rightarrow \begin{cases} x_1=-4<0 \\ x_2=3\to ok \end{cases}}$.

4. Nas figuras mostradas as cevianas indicadas são bissetrizes. Calcule o valor de **x** em cada uma.



Solução. Pelo teorema das bissetrizes, a bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos lados adjacentes. Estabelecendo as razões de semelhanças, temos:

a) $\boxed{\frac{4}{2}=\frac{10}{x}\Rightarrow 4x=20\Rightarrow x=\frac{20}{4}\Rightarrow x=5}$. **b)** $\boxed{\frac{4}{3}=\frac{x}{2}\Rightarrow 3x=8\Rightarrow x=\frac{8}{3}}$.

c) $\boxed{\frac{11}{4}=\frac{x}{4}\Rightarrow 4x=44\Rightarrow x=\frac{44}{4}\Rightarrow x=11}$.

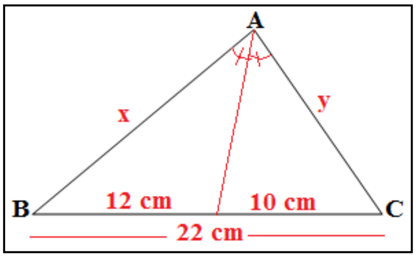
d) $\boxed{\frac{6}{x-1}=\frac{x+4}{x}\Rightarrow x^2+3x-4=6x\Rightarrow x^2-3x-4=0\Rightarrow (x-4).(x+1)=0\Rightarrow \begin{cases} x_1=-1<0 \\ x_2=4\to ok \end{cases}}$.

5. No triângulo ABC, de perímetro igual a 88 cm, a bissetriz do ângulo A determina sobre o lado BC, que mede 22 cm, segmentos de 12 e 10 cm. Calcule os outros dois lados do triângulo.

a) 28 e 34 b) 26 e 40 c) 22 e 44 **d)** 30 e 36

Solução. Como o perímetro vale 88 cm, a soma das medidas dos lados vale x + y = 66 cm. Estabelecendo as razões, temos:

$$\frac{x}{12}=\frac{y}{10}=\frac{x+y}{12+10}=\frac{66}{22}=3\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x}{12}=3\Rightarrow x=36\\[2mm]\dfrac{y}{10}=3\Rightarrow y=30\end{cases}.$$

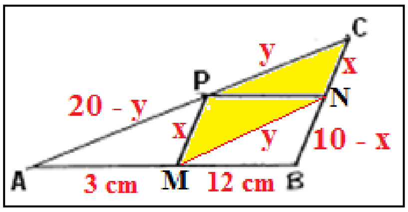


6. Os lados de um triângulo ABC são AB = 15 cm, BC = 10 cm e AC =20 cm. Se AM = 3 cm e MN//AC e MP//BC, calcule o perímetro do paralelogramo MNCP é, em cm:

a) 28 b) 30 c) 32 **d)** 36

Solução. Observando a figura, temos as relações:

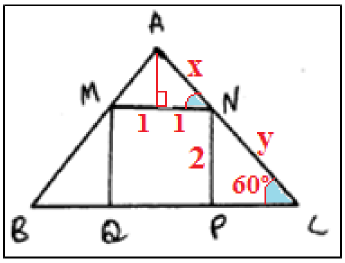
$$i)\ \frac{3}{15}=\frac{x}{10}\Rightarrow 15x=30\Rightarrow x=\frac{30}{15}\Rightarrow x=2$$
$$ii)\ (Tales):\frac{3}{12}=\frac{20-y}{y}\Rightarrow 3y=240-12y\Rightarrow y=\frac{240}{15}\Rightarrow y=16.$$
$$ii)\ Perímetro: 16+16+2+2=32+4=36$$



7. O quadrado MNPQ está inscrito no triângulo equilátero ABC. Se o perímetro do quadrado é 8, calcule o perímetro deste triângulo.

Solução. Se o perímetro do quadrado vale 8, então o lado vale 2. O lado do triângulo eqüilátero vale (x + y). Estabelecendo as razões trigonométricas, temos:

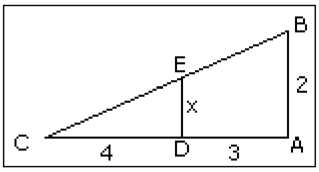
$$i)\ \cos 60^\circ=\frac{1}{x}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{x}\Rightarrow x=2$$
$$ii)\ sen60^\circ=\frac{2}{y}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2}{y}\Rightarrow y=\frac{4\sqrt{3}}{3}.$$
$$iii)\ Perímetro=3.\left(2+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)=6+4\sqrt{3}$$



8. Na figura abaixo, o segmento AB é paralelo ao segmento DE. Determine o valor de <u>**x**</u>.

Solução. Estabelecendo as semelhanças dos triângulos, temos:

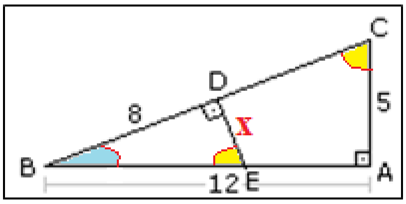
$$\frac{4}{4+3}=\frac{x}{2}\Rightarrow\frac{4}{7}=\frac{x}{2}\Rightarrow x=\frac{8}{7}.$$



9. Na figura, as medidas estão dadas em centímetros. Determine o comprimento do segmento DE, em centímetros.

Solução. Os triângulos ABC e BDE são semelhantes.

$$\frac{x}{5}=\frac{8}{12}\Rightarrow 12x=40\Rightarrow x=\frac{40}{12}\Rightarrow\overline{DE}=\frac{10}{3}\,cm.$$



10. Calcule a medida, em centímetros, do lado do quadrado AFDE.

Solução. Os triângulos ABC e DFB são semelhantes.

$$\frac{6}{8}=\frac{x}{8-x}\Rightarrow 8x=48-6x\Rightarrow x=\frac{48}{14}=\frac{24}{7}.$$