COLÉGIO PEDRO II - CAMPUS SÃO CRISTÓVÃO III
1ª SÉRIE – MATEMÁTICA II – PROF. MARCOS

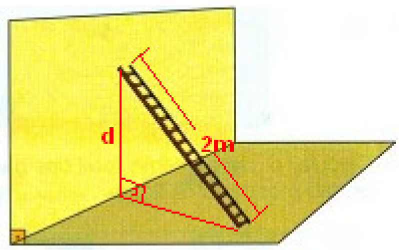
www.professorwaltertadeu.mat.br

EXERCÍCIOS DE REVISÃO PFV - GABARITO

1) Uma escada de 2 m de comprimento está apoiada no chão e em uma parede vertical. Se a escada faz 30° com a horizontal, qual a distância do topo da escada ao chão?

GABARITO:

O comprimento da escada é a hipotenusa do triângulo retângulo formado pela parede, distância do topo da escada ao chão e o comprimento da escada. Aplicando a razão do seno, temos:



$$\begin{cases} sen30^\circ = \dfrac{d}{2} \\ sen30^\circ = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow d = \frac{2\times 1}{2} = 1m$$

2) Num triângulo retângulo θ é um ângulo agudo e $\cos\theta = \frac{2}{5}$. Calcule $sen\theta$ e $tg\theta$.

GABARITO:

Aplicando as relações fundamentais, temos:

i) $$\begin{cases} sen^2\theta + \cos^2\theta = 1 \\ \cos\theta = \dfrac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow sen^2\theta + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow$$
$$sen^2\theta = 1 - \frac{4}{25} \Rightarrow sen\theta = \sqrt{\frac{25-4}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

ii) $$\begin{cases} sen\theta = \dfrac{\sqrt{21}}{5} \\ \cos\theta = \dfrac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow tg\theta = \frac{sen\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{5}.\frac{5}{2} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

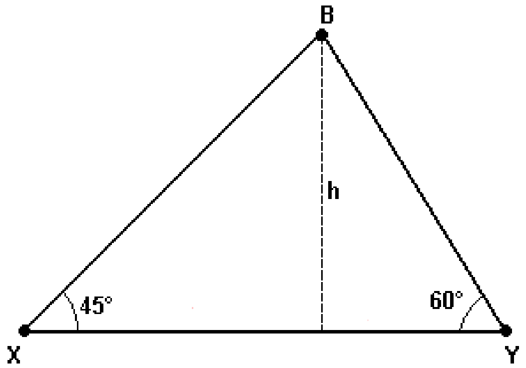
3) Sabendo-se que $\cos\alpha = 3/5$ e $0 < \alpha < \pi/2$, determine $tg\alpha$.

GABARITO:

$$\begin{cases} sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \\ \cos\alpha = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow sen^2\alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow sen^2\alpha = 1 - \frac{9}{25} \Rightarrow sen\alpha = \sqrt{\frac{25-9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$tg\alpha = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5}.\frac{5}{3} = \frac{4}{3}$$

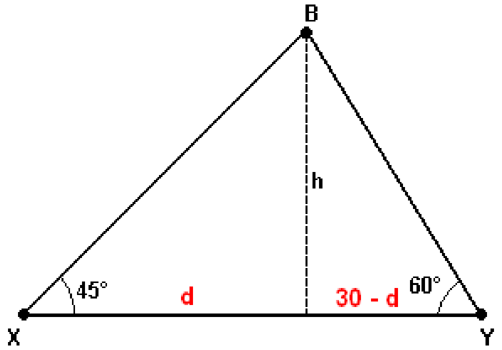
4) De dois observatórios, localizados em dois pontos X e Y da superfície da Terra, é possível enxergar um balão meteorológico B, sob ângulos de 45° e 60°, conforme é mostrado na figura abaixo.



Desprezando-se a curvatura da Terra, se 30 km separam X e Y, calcule a altura h, em quilômetros, do balão à superfície da Terra.

GABARITO:

Identificando os triângulos retângulos na figura, podemos aplicar as relações:



i) $tg\,45° = \frac{h}{d} \Rightarrow 1 = \frac{h}{d} \Rightarrow d = h$

ii) $tg\,60° = \frac{h}{30-d} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{30-d} \Rightarrow h = 30\sqrt{3} - d\sqrt{3}$

Igualando (i) e (ii), temos:

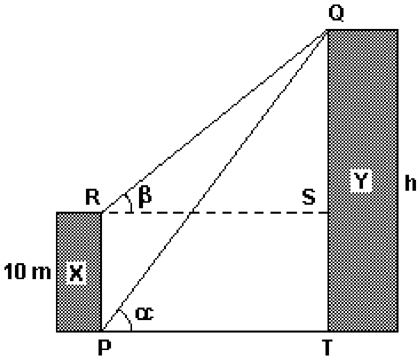
$$d = 30\sqrt{3} - d\sqrt{3} \Rightarrow d(\sqrt{3}+1) = 30\sqrt{3} \Rightarrow d = \frac{30\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+1)} = \frac{(30\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$d = \frac{30(3-\sqrt{3})}{3-1} = \frac{30(3-\sqrt{3})}{2} \cong 15(3-1{,}7) = (15)\times(1{,}3) = 19{,}5km.$$

Logo, h = d = 19,5km.

5) Dois edifícios, **X** e **Y**, estão um em frente ao outro, num terreno plano. Um observador, no pé do edifício **X** (ponto P), mede um ângulo α em relação ao topo do edifício Y (ponto Q). Depois disso, no topo do edifício **X**, num ponto R, de forma que

RPTS formem um retângulo e QT seja perpendicular a PT, esse observador mede um ângulo **β** em relação ao ponto Q no edifício **Y**.
Sabendo que a altura do edifício **X** é 10 m e que 3 tgα = 4 tgβ , calcule a altura h do edifício **Y**, em metros.



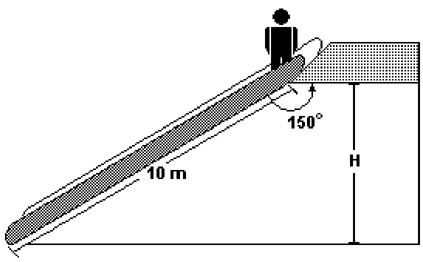
(figura fora de escala)

GABARITO:

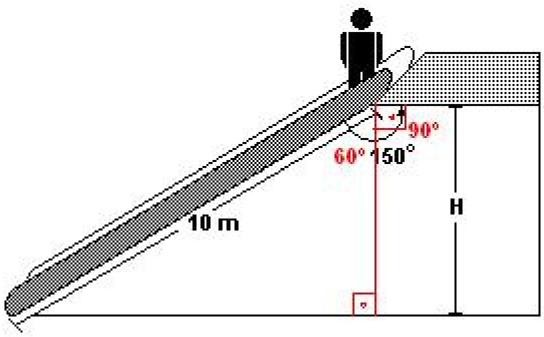
Observando os triângulos QPT e QRS, calculamos as tangentes de α e β: $\boxed{tg\alpha = \frac{QT}{PT} = \frac{h}{PT}}$ **e** $\boxed{tg\beta = \frac{QS}{RS} = \frac{h-10}{PT}}$.

Como 3tgα = 4tgβ, temos: $$\boxed{\begin{array}{l} 3.\frac{h}{PT} = 4.\frac{h-10}{PT} \\ 3h = 4h - 40 \Rightarrow h = 40m \end{array}}$$

6) Em um shopping, uma pessoa sai do primeiro pavimento para o segundo através de uma escada rolante, conforme a figura a seguir. Determine a altura H, em metros, atingida pela pessoa, ao chegar ao segundo pavimento.



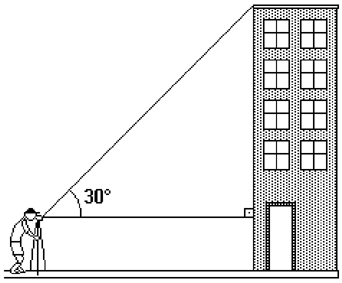
GABARITO:



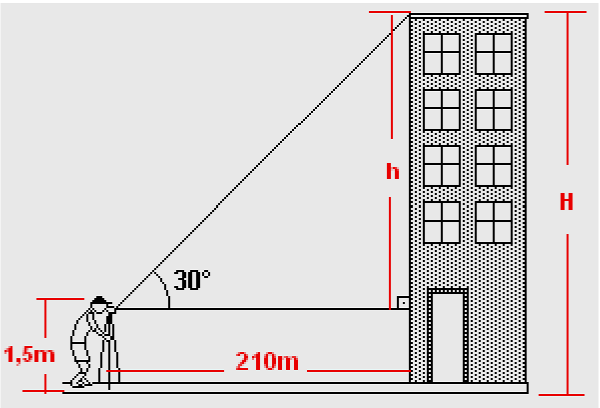
A altura do pavimento forma um ângulo de 60º com a escada rolante. No triângulo retângulo formado temos hipotenusa valendo 10m e cateto com mesma medida da altura. Temos:

$$\begin{cases} \cos 60° = \dfrac{cat.adj}{hip} = \dfrac{H}{10} \\ \cos 60° = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{H}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2H = 10 \Rightarrow H = \frac{10}{2} = 5m$$

7) Um topógrafo foi chamado para obter a altura de um edifício. Para fazer isto, ele colocou um teodolito (instrumento ótico para medir ângulos) a 210 metros do edifício e mediu um ângulo de 30°, como indicado na figura a seguir. Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,5 metros do solo, calcule a altura do edifício.



GABARITO:

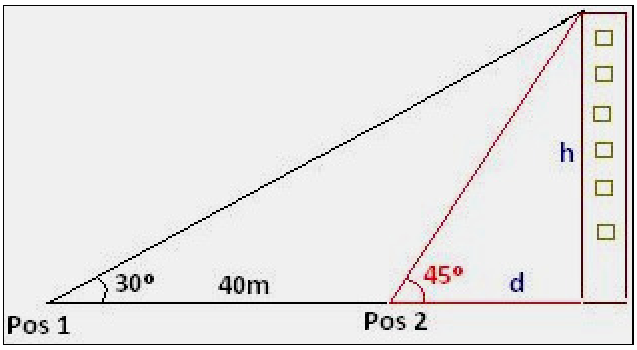


A altura "H" do prédio será a soma da altura "h" do triângulo retângulo indicado na figura e a distância da luneta do teodolito ao solo.

i) $$\begin{cases} tg3o^{º} = \dfrac{cat.op}{cat.adj} = \dfrac{h}{200} \\ tg30^{º} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{h}{210} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 3h = 210\sqrt{3} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow h = \frac{210\sqrt{3}}{3} = 70\sqrt{3}m$$

ii) $H = h + 1{,}5 = \left(70\sqrt{3} + 1{,}5\right) = 70(1{,}7) + 1{,}5 = 120{,}5m$

8) Uma pessoa, no nível do solo, observa o ponto mais alto de uma torre vertical, à sua frente, sob o ângulo de 30º. Aproximando-se 40 metros da torre, ela passa a ver esse ponto sob o ângulo de 45º. Determine a altura aproximada da torre, em metros.
GABARITO:



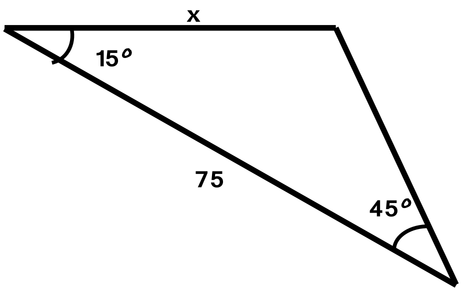
Observe que foram formados dois triângulos retângulos. Em ambos o cateto oposto aos ângulos de 30º e 45º é a altura da torre. Repare que na posição 2 o triângulo é isósceles, logo h = d. Aplicando a razão trigonométrica da tangente posição 1, temos:

$$\begin{cases} tg30^\circ = \dfrac{h}{d+40} \\ h = d \end{cases} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{h+40} \Rightarrow 3h = \sqrt{3}h + 40\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3h - 1{,}73h \cong 40(1{,}73) \Rightarrow h \cong \frac{69{,}2}{1{,}27} = 54{,}5$$

9) Nas figuras abaixo, calcule o valor da medida x. *(Considere $\sqrt{6} \cong 2{,}4$.)*

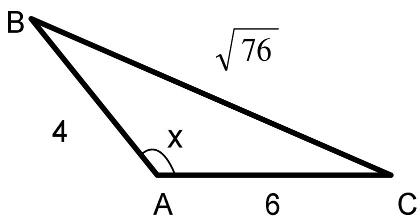
a)



GABARITO:
O ângulo oposto ao lado de 75 vale 180º - (15º + 45º) = 120º. Aplicando a Lei dos Senos, temos:

$$\frac{x}{sen45^\circ} = \frac{75}{sen120^\circ} \Rightarrow x = \frac{75.\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{75\sqrt{2}}{2}.\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{75\sqrt{2}(\sqrt{3})}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = 25.(2{,}4) = 60$$

b)



GABARITO:
Aplicando a Lei dos Cossenos, temos:

$$(\sqrt{76})^2 = 4^2 + 6^2 - 2(4)(6)\cos x$$
$$76 = 16 + 36 - 48\cos x$$
$$76 - 52 = -48\cos x$$
$$24 = -48\cos x \Rightarrow \cos x = -\frac{24}{48} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 120º.$$

10) Sejam A, B e C pontos de uma circunferência tais que, AB = 3km, BC= 2km e a medida do ângulo ABC seja de 120°.
a) Calcule a medida do lado AC do triângulo.
b) Calcule o raio dessa circunferência.

GABARITO:

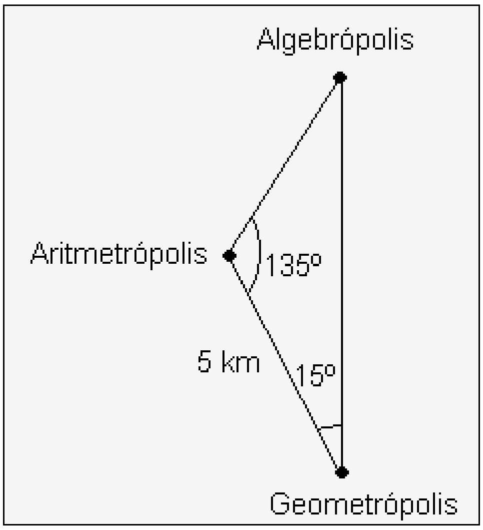
i) **O ângulo ABC está oposto ao lado AC. Aplicando a Lei dos Cossenos, temos:**

$$\overline{AC}^2 = (3)^2 + (2)^2 - 2(3)(2)\cos 120º = 9 + 4 - 12.\left(-\frac{1}{2}\right) = 13 + 6 = 19 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{19}$$

ii) **Se o triângulo está inscrito na circunferência, então pela Lei dos Senos a razão entre cada lado e o respectivo seno do ângulo oposto vale o diâmetro. Isto é, 2R. Logo,**

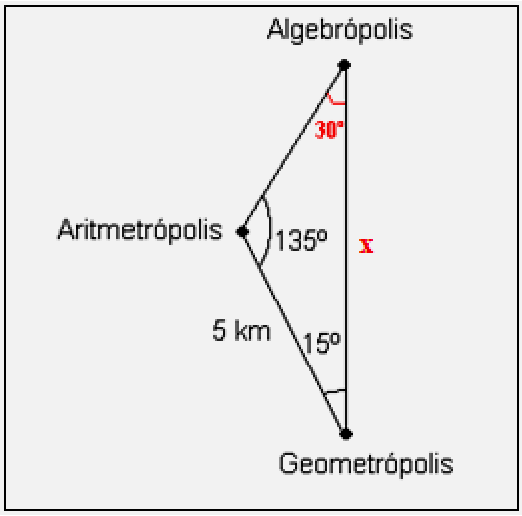
$$\frac{\overline{AC}}{sen120º} = 2R \Rightarrow 2R = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{3}/2} \Rightarrow 2R = \sqrt{19}.\frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{2\sqrt{19}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{57}}{3}$$

11) Algebrópolis, Geometrópolis e Aritmetrópolis são cidades do país Matematiquistão, localizadas conforme a figura. A partir dos dados fornecidos, determine a distância aproximada de Geometrópolis a Algebrópolis. Considere $\sqrt{2} \cong 1,4$.



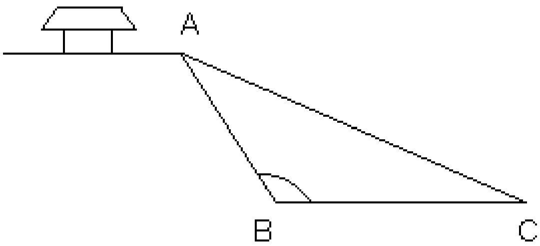
GABARITO:

Encontrando o terceiro ângulo, aplica-se a Lei dos senos:

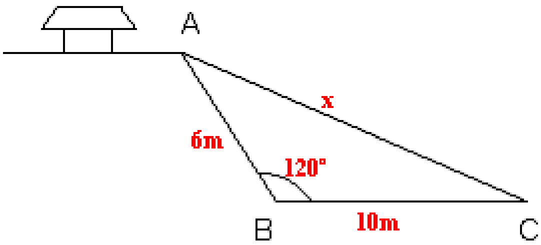


$$\frac{5}{sen30^{\circ}} = \frac{x}{sen135^{\circ}} \Rightarrow \frac{1}{2}x = 5.\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 5\sqrt{2} \Rightarrow x = 5(1{,}4) = 7km$$

12) A figura abaixo mostra o corte lateral de um terreno onde será construída uma rampa reta, $\overline{AC}$, que servirá para o acesso de veículos à casa, que se encontra na parte mais alta do terreno. A distância de A a B é de 6 m, de B a C é de 10 m e o ângulo ABC mede 120º. Qual deve ser o valor do comprimento da rampa em metros?



GABARITO:



Aplicação da Lei dos cossenos.

$$x^2 = 6^2 + 10^2 - 2(6)(10)\cos 120^{\circ}$$
$$x^2 = 36 + 100 - 120.\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$x^2 = 136 + 60 \Rightarrow x = \sqrt{196} = 14m.$$

13) Complete a tabela abaixo:

ARCO	1ª DETERMINAÇÃO	QUADRANTE	SENO	COSSENO	TANGENTE
-1395º					
$7\pi/3$					

GABARITO:

ARCO	1ª DETERMINAÇÃO	QUADRANTE	SENO	COSSENO	TANGENTE
-1395°	**360° - 315° = 45°**	**1°**	$\boxed{\sqrt{2}/2}$	$\boxed{\sqrt{2}/2}$	**1**
$7\pi/3$	$\boxed{\pi/3}$	**1°**	$\boxed{\sqrt{3}/2}$	$\boxed{1/2}$	$\boxed{\sqrt{3}}$

Utilizando as técnicas para encontrar a 1ª determinação, temos:

i) - 1395º ÷ 360º = - 3, resto - 315º

ii) $\boxed{\frac{7\pi}{3}=\frac{6\pi}{3}+\frac{\pi}{3}}$

14) Determine tgx sabendo que $\frac{3\pi}{2}\leq x\leq 2\pi$ e $senx=-\frac{3}{5}$.

GABARITO:

O intervalo indicado é do 4º quadrante, onde o seno é negativo, cosseno positivo e tangente negativa. Temos:

$$\begin{cases} sen^2 x+\cos^2 x=1 \\ senx=-\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{3}{5}\right)^2+\cos^2 x=1 \Rightarrow \cos^2 x=1-\frac{9}{25} \Rightarrow \cos x=\sqrt{\frac{25-9}{25}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

$$tgx=\frac{senx}{\cos x}=\frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=-\frac{3}{5}\times\frac{5}{4}=-\frac{3}{4}$$

15) Obtenha os valores reais de <u>m</u> para que se possa ter $\cos x=\frac{2m-3}{4}$.

GABARITO:

Considerando que $-1\leq\cos x\leq 1$**, é necessário verificar as condições de <u>m</u> para as duas situações e informar a interseção dos intervalos:**

$$\begin{cases} -1\leq\frac{2m-3}{4}\Rightarrow -4\leq 2m-3\Rightarrow -4+3\leq 2m\Rightarrow -1\leq 2m\Rightarrow -\frac{1}{2} \\ \frac{2m-3}{4}\leq 1\Rightarrow 2m-3\leq 4\Rightarrow 2m\leq 3+4\Rightarrow 2m\leq 7\Rightarrow m\leq\frac{7}{2} \end{cases}\Rightarrow -1\leq m\leq 7\rightarrow m\in IR.$$

16) Sabendo que $2senx+5\cos x=0$, $\frac{\pi}{2}<x<\pi$, obtenha $senx$ e $\cos x$.

GABARITO:

O intervalo indicado corresponde ao 2º quadrante, onde $senx>0$ **e** $\cos x<0$**.**

Expressando senx em função de cosx e aplicando a relação fundamental, temos:

$$\begin{cases} 2\text{sen}x + 5\cos x = 0 \Rightarrow \text{sen}x = -\dfrac{5\cos x}{2} \\ \text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases} \Rightarrow \left(-\dfrac{5\cos x}{2}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \dfrac{25\cos^2 x}{4} + \cos^2 x = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25\cos^2 x + 4\cos^2 x = 4 \Rightarrow 29\cos^2 x = 4 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{4}{29}$$

$$\text{i)} \cos x = \sqrt{\frac{4}{29}} = -\frac{2}{\sqrt{29}} = -\frac{2\sqrt{29}}{29} < 0$$

$$\text{ii)} \text{sen}x = -\frac{5\cos x}{2} = -\frac{5\left(-\frac{2\sqrt{29}}{29}\right)}{2} = -\frac{10\sqrt{29}}{29}.\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5\sqrt{29}}{29} > 0$$

17) Se $x = \dfrac{2\pi}{3}$, calcule o valor da expressão $y = \dfrac{3\cos x - 2senx + tg2x}{tgx - 2sen2x + \cos 4x}$.

GABARITO:
Substituindo o valor do argumento nas funções da expressão, temos:

$$y = \frac{3\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 2sen\left(\frac{2\pi}{3}\right) + tg2\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{tg\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 2sen2\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos 4\left(\frac{2\pi}{3}\right)} = \frac{3\left(-\frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + tg\left(\frac{4\pi}{3}\right)}{\left(-\sqrt{3}\right) - 2sen\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right)} = \frac{\left(-\frac{3}{2}\right) - \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\sqrt{3}\right)}{\left(-\sqrt{3}\right) - 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$y = \frac{\frac{-3 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{2}}{\frac{-2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 1}{2}} = \frac{\frac{-3}{2}}{\frac{-1}{2}} = \frac{-3}{2}.\frac{2}{-1} = 3$$

18) Sabendo que $tgx = 2$ e $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, calcule o valor da expressão

$y = \dfrac{2\sec x.\cos\sec x}{3\cot gx}$.

GABARITO:

O intervalo aberto indicado é o 3º quadrante. Escrevendo a expressão em termos de senos e cossenos e substituindo o valor informado, vem:

$$y = \frac{2\sec x.\cos\sec x}{3\cot gx} = \frac{2\left(\frac{1}{\cos x}\right).\left(\frac{1}{senx}\right)}{3\left(\frac{\cos x}{senx}\right)} = \frac{\frac{2}{\cos x.senx}}{\frac{3\cos x}{senx}} = \frac{2}{\cos x.senx}.\frac{senx}{3\cos x} = \frac{2}{3}.\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right) = \frac{2}{3}.\sec^2 x$$

$$y = \frac{2}{3}.\left(1 + tg^2 x\right) = \frac{2}{3}.\left(1 + 2^2\right) = \frac{2}{3}.(5) = \frac{10}{3}$$

19) Determine o valor das expressões:

a) $E = \dfrac{\sec 2040^{\circ} - \cos\sec(\frac{41\pi}{6})}{\cot g\, 585^{\circ}}$

GABARITO:
Encontrando os valores para os arcos côngruos, temos:

$$\text{i) } 2040^{\circ} = 360^{\circ}\times 5 + 240^{\circ} \Rightarrow \sec 2040^{\circ} = \sec 240^{\circ} = \frac{1}{\cos 240^{\circ}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$\text{ii) } \frac{41\pi}{6} = \frac{36\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = 6\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \cos\sec\frac{41\pi}{6} = \cos\sec\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{\text{sen}\frac{5\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\text{iii) } 585^{\circ} = 360^{\circ}\times(1) + 225^{\circ} \Rightarrow \cot g585^{\circ} = \cot g225^{\circ} = \frac{1}{\text{tg}225^{\circ}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{iv) } \frac{\sec 2040^{\circ} - \cos\sec\frac{41\pi}{6}}{\cot g585^{\circ}} = \frac{-2-2}{1} = -4$$

b) $E = \dfrac{\sec 1200^{\circ} - \cot g\left(\frac{9\pi}{4}\right)}{\operatorname{cossec}(-3750^{\circ})}$

GABARITO:
Encontrando os valores para os arcos côngruos, temos:

$$\text{i) } 1200^{\circ} = 360^{\circ}\times 3 + 120^{\circ} \Rightarrow \sec 1200^{\circ} = \sec 120^{\circ} = \frac{1}{\cos 120^{\circ}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$\text{ii) } \frac{9\pi}{4} = \frac{8\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 2\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cot g\frac{9\pi}{4} = \cot g\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\text{tg}\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{iii) } -3750^{\circ} = 360^{\circ}\times(-9) - 210^{\circ} \Rightarrow \cos\sec(-3750^{\circ}) = \cos\sec(-210^{\circ}) = \cos\sec(150^{\circ}) = \frac{1}{\text{sen}150^{\circ}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$\text{iv) } \frac{\sec 1200^{\circ} - \cot g\frac{9\pi}{4}}{\cos\sec(-3750^{\circ})} = \frac{-2-1}{-2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

20) Se $\cos\alpha = \dfrac{3}{5}$ e $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$, calcule $E = \dfrac{\text{sen}\alpha + \text{tg}\alpha}{\cot g\alpha}$.

GABARITO:
O arco é do 4º quadrante onde senα < 0, tgα < 0 e cotgα < 0.

Utilizando as relações trigonométricas, temos:

$$\text{i) } \begin{cases} \operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \\ \cos\alpha = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha = 1 - \frac{9}{25} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = -\sqrt{\frac{25-9}{25}} = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\text{ii) } \operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{4}{3}$$

$$\text{iii) } \cot g\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{-\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{iv) } E = \frac{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{\cot g\alpha} = \frac{-\frac{4}{5} + \left(-\frac{4}{3}\right)}{-\frac{3}{4}} = \frac{\frac{-12-20}{15}}{-\frac{3}{4}} = \frac{-\frac{32}{15}}{-\frac{3}{4}} = \frac{32}{15}\cdot\frac{4}{3} = \frac{128}{45}$$

21) Se $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ e $sen\, x = \frac{2}{3}$, calcule os valores de $cotg\, x$, $sec\, x$ e $cossec\, x$.

GABARITO:
O arco <u>x</u> pertence ao 2º quadrante onde a cotg < 0; secx < 0 e cossecx > 0.
Utilizando as relações trigonométricas, temos:

$$\text{i) } \begin{cases} \cos\sec x = \dfrac{1}{\operatorname{senx}} \\ \operatorname{senx} = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos\sec x = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \operatorname{senx} = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{4}{9} \Rightarrow \cos x = -\sqrt{\frac{9-4}{9}} = -\sqrt{\frac{5}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \sec x = \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{iii) } \cot gx = \frac{\cos x}{\operatorname{senx}} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

22) Resolva as equações abaixo:

a) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$

GABARITO:
Analisando as soluções da equação, temos:

$$2\cos x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow 2\cos x = \sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = \left(2\pi - \dfrac{\pi}{6}\right) + 2k\pi \end{cases} ;k \in Z$$

Logo, S = $\boxed{\left\{x \in IR \,/\, x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in Z\right\}}$

b) $2sen^2 x + 3senx - 2 = 0$

GABARITO:
Essa é uma equação do 2º grau. Substituindo $senx = y$**, temos:**

$$2sen^2 x + 3senx - 2 = 0 \Rightarrow 2y^2 + 3y - 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-2)}}{2(2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ y = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2 < -1 \rightarrow indefinido \end{cases} \Rightarrow senx = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ ou \\ x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}.$$

Logo, S = $\boxed{\left\{x \in IR \,/\, x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; k \in Z\right\}}$.

c) $2\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$

GABARITO:

$$2\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{3} - x = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ -x = -\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ -x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi \\ x = \left(2\pi - \frac{7\pi}{6}\right) + 2k\pi \end{cases} = \begin{cases} x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$$

d) $4 + 8sen\left(\frac{x}{2}\right) = 0$

GABARITO:

$$4 + 8sen\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \Rightarrow 8sen\left(\frac{x}{2}\right) = -4 \Rightarrow sen\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{4}{8} \Rightarrow sen\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \\ \frac{x}{2} = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2.\left(\frac{7\pi}{6}\right) + 4k\pi \\ x = 2.\left(\frac{11\pi}{6}\right) + 4k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{3} + 4k\pi \equiv \frac{\pi}{3} + 4k\pi \\ x = \frac{11\pi}{3} + 4k\pi \equiv \frac{5\pi}{3} + 4k\pi \end{cases} \Rightarrow S = \left\{x \in IR \,/\, x = \frac{\pi}{3} + 4k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi\right\}$$

e) cos(2x) = $-\frac{1}{2}$

GABARITO:

$$\cos(2x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ \text{ou} \\ 2x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

$$S = \left\{ x \in IR \,/\, x = \frac{\pi}{3} + k\pi \text{ ou } x = \frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in Z \right\}$$

f) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ com $0 \le x \le \pi$.

GABARITO:

$$2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(2)(1)}}{2(2)} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} \\ \cos x = \frac{3+1}{4} = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 0 + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{i) } x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \\ k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{7\pi}{3} > \pi \rightarrow \text{Fora} \end{cases} \\ \text{ii) } x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3} > \pi \rightarrow \text{Fora} \\ \text{iii) } x = 0 + 2k\pi \rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = 0 + 2\pi = 2\pi > \pi \rightarrow \text{Fora} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \left\{ 0, \frac{\pi}{3} \right\}$$

g) $2.(\cos x)^2 + 3.(\cos x) - 2 = 0$, com $0 < x < 2\pi$.

GABARITO:

Resolvendo a equação do 2º grau, temos:

$$\text{i) } \cos x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4(2)(-2)}}{2(2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \dfrac{-3-5}{4} = -2 \rightarrow \text{Fora} \\ \cos x = \dfrac{-3+5}{4} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{ii) } \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{3} \\ k = 1 \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + 2\pi = \dfrac{7\pi}{3} > 2\pi \rightarrow \text{Fora} \end{cases} \\ \text{ou} \\ x = \dfrac{5\pi}{3} + 2k\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \dfrac{5\pi}{3} \\ k = 1 \Rightarrow x = \dfrac{5\pi}{3} + 2\pi = \dfrac{11\pi}{3} > 2\pi \rightarrow \text{Fora} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Solução}: \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right\}$$