|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **PROF. WALTER TADEU**  **Matemática I** | http://brasil.indymedia.org/images/2008/09/427871.jpg |  |

**Aula 15 – Potenciação e Equação Exponencial – 27 / 5 / 2020 - Gabarito**

**Parte 1**.

1. Calcule a metade de 2222.

**Solução. Aplicando a propriedade da potência, temos: (2222) ÷ 2 = 2222 – 1 = 2221.**

2. Calcule .

**Solução. Utilizando a fatoração, temos: .**

3. Dado os dois números positivos e , determine o maior.

**Solução. Igualando os índices dos radicais, temos:**

**i) MMC (3, 4) = 12; ii) e** ,**.**

**Como 81 > 64, o maior é dos números indicados é .**

4. Determinar o valor de x na equação 5x + 1 + 5x + 5x – 1 = 775.

**Solução. Separando as potências indicadas com somas ou subtração de expoentes e considerando 5x = y, temos:**

**i) 5x + 1 + 5x + 5x – 1 = 775 => 5x.5 + 5x + 5x.5 – 1 = 775;**

**ii) 5y + y + = 775 => 6 y + = 775 => = 775 => 31y = 3 875 => y = 125;**

**iii) 5x = 125 => 5x = 53 => x = 3.**

5. Calcule x de modo que se obtenha 102x – 4 = 1.

**Solução. Escrevendo 1 = 100, temos: 102x – 4 = 100 => 2x – 4 = 0 => 2x = 4 => x = 2.**

**Parte 2**.

1. (IFSP)



“A perereca-macaco-de-cera, encontrada na América do Sul e Central, é capaz de aguentar mais tempo no sol forte do que outras espécies de anfíbios, devido à secreção de cera que reduz a perda de água por evaporação, protegendo sua pele.”

***Fonte: http://biologiavida-oficial.blogspot.com.br/2014/04/phyllomedusasauvagii.html***.

A área territorial da América Central é de, aproximadamente, 523.000 km2. Assinale a alternativa que apresenta a área em potência de base 10.

a) 523 × 102. **b)** 52,3 × 104. c) 5,23 × 102. d) 523 × 104. e) 5,23 × 104.

**Solução. Temos que 523.000 = 523 x 103 = 52,3 x 10 x 103 = 52,3 x 104.**

2. (EPCAR) Considere a = 1150, b = 4100 e c = 2150 e assinale a alternativa correta.

**a)** c < a < b b) c < b < a c) a < b < c d) a < c < b e) b < a < c

**Solução. Escrevendo as bases com o mesmo expoente (inteiro positivo), a maior potência será a que apresentar maior base. Exemplo: 53 < 73, pois os expoentes, inteiros e positivos, são iguais.**

**Temos: a = 11 50; b = 4100 = 450 x 2 = (42)50 = 1650; c = 2150 = 250 x 3 = (23)50 = 850.**

**Como 8 < 11 < 16, temos que c < a < b.**

3. (ESPM) A expressão numérica 2·813 + 3·96 + 4·274 equivale a:

a) 315 **b)** 97 c) 274 d) 321 e) 912

**Solução. Simplificando: 2.(34)3 + 3.(32)6 + 4.(33)4 = 2.312 + 3.312 + 4.312 = 9.312 = 9.(32)6 = 9.96 = 97.**

4. (UPE) Se um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano, qual é a ordem de grandeza, em metros, da distância percorrida pela luz em 2 anos, levando-se em consideração um ano

tendo 365 dias e a velocidade da luz igual a 300.000 km/s?

a) 108 b) 1010 c) 1013  d) 1015  **e)** 1016

**Solução. Efetuando as multiplicações com as conversões convenientes, temos:**

**- 1 h = 60 minutos = 3 600 segundos; - 1 dia = 24 h = 24.(3 600) = 86.400 segundos;**

**- 1 ano = 365 dias = 365.(86.400) = 31.536.000 segundos. Logo, 2 anos = 63.072.000 segundos.**

**Se em 1 segundo percorre 300.000 km = 300.000.000 m = 3 x 108 m, em 2 anos percorrerá:**

**3 x (63.072) x 103 x 108 = 189.216 x 1011 = 1,8 x 105 x 1011 = 1,8 x 1016 m.**

**Como 1,8 < 3,16, a ordem de grandeza é 1016.**

5. (UFRGS) Por qual potência de 10 deve ser multiplicado o número 10 – 3.10 – 3.10 – 3.10 – 3 para que esse produto seja igual a 10?

a) 109 b) 1010 c) 1011 d) 1012 **e)** 1013

**Solução. Considerando N o número procurado, temos:**

**(10 – 3.10 – 3.10 – 3.10 – 3).N = 10 => (10 – 12).N = 10 => N = 10 ÷ 10 – 12 = 101 – (– 12) = 101 + 12 = 1013.**

6. (CESGRANRIO) O número de algarismos do produto 517× 49 é igual a:

a) 17 **b)** 18 c) 26 d) 34 e) 35

**Solução. Reescrevendo o produto, temos:**

**517× 49 = 517 x (22)9 = 517 x 218 = 517 x 217.2 = (5 x 2)17.2 = 2 x 1017.**

**Esse resultado é um número formado por 2 seguido de 17 zeros. Logo, são 18 algarismos.**

7. (UEL) Simplificando-se a expressão para n ∈ IR, obtém-se:

a) **b)** c) 6.3n – 1  d) 1 – 31 – n  e) – 3n + 1

**Solução. Aplicando as propriedades das potências, temos:**

**.**

8. (ENEM) A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões. O vírus influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011mm.

***Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).***

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus influenza, em mm é:

a) 1,1 x 10– 1 b) 1,1 x 10– 2  c) 1,1 x 10– 3  **d)** 1,1 x 10– 4  e) 1,1 x 10– 5

**Solução. Escrevendo em potência de 10, temos: 0,00011 = 1,1 x 10 – 4.**

9. (UNAERP) O valor da expressão , quando a = – 1, b = – 8 e c = é:

a) – 8 b) – 4 c) d) 4 **e)** 8

**Solução. Substituindo os valores e simplificando, temos:**

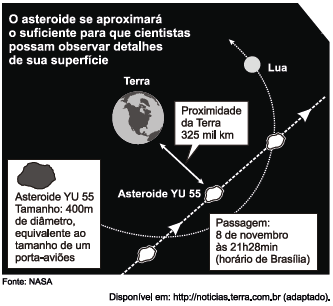
**.**

10. (UEL) Calculando-se onde a = , obtém-se:

a) – 81 b) – 9 **c)** 9 d) 81 e) um número não real.

**Solução. Substituindo os valores e simplificando, temos: .**

11. (ENEM) A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou da superfície terrestre.

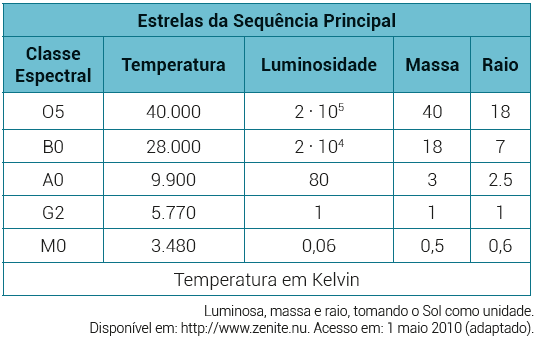


Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a:

a) 3,25 x 102 km. b) 3,25 x 103 km. c) 3,25 x 104 km. **d)** 3,25 x 105 km.

**Solução. Escrevendo a notação científica, temos: 325.000 km = 3,25 x 105.**

12. (ENEM) A cor de uma estrela tem relação com a temperatura em sua superfície. Estrelas não muito quentes (cerca de 3 000 K) nos parecem avermelhadas. Já as estrelas amarelas, como o Sol, possuem temperatura em torno dos 6 000 K; as mais quentes são brancas ou azuis porque sua temperatura fica acima dos 10.000 K. A tabela apresenta uma classificação espectral e outros dados para as estrelas dessas classes.



Se tomarmos uma estrela que tenha temperatura 5 vezes maior que a temperatura do Sol, qual será a ordem de grandeza de sua luminosidade?

**a)** 20 000 vezes a luminosidade do Sol. b) 28 000 vezes a luminosidade do Sol.

c) 28 850 vezes a luminosidade do Sol. d) 30 000 vezes a luminosidade do Sol.

e) 50 000 vezes a luminosidade do Sol.

**Solução. A temperatura do Sol é em torno de 6 000 k, com luminosidade 1, de acordo com a tabela. Uma estrela com temperatura 5 vezes maior, tem temperatura 5.(6 000) = 30 000 k que, de acordo com a tabela, possui luminosidade, 2 x 104. Logo, 20 000 vezes maior que 1 (Sol).**

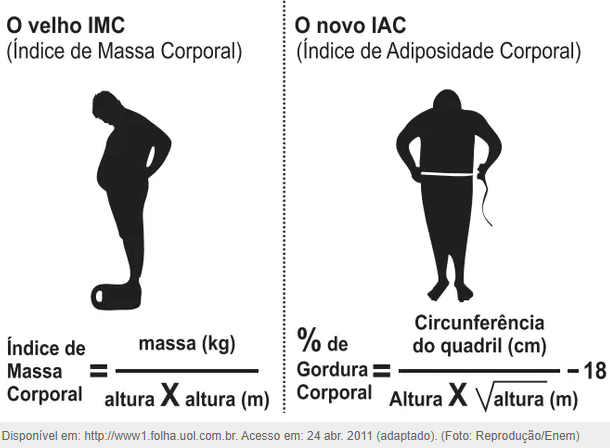
13. (ENEM) Dentre outros objetos de pesquisa, a Alometria estuda a relação entre medidas de diferentes partes do corpo humano. Por exemplo, segundo a Alometria, a área A da superfície corporal de uma pessoa relaciona-se com a sua massa m pela fórmula A = , em que k e uma constante positiva. Se no período que vai da infância até a maioridade de um indivíduo sua massa é multiplicada por 8, por quanto será multiplicada a área da superfície corporal?

a) **b)** 4 c) d) 8 e) 64

**Solução. Substituindo m por 8m e considerando A’ a nova área corporal, temos:**

**A’ = = 4A.**

14. (ENEM) O Índice de Massa Corporal (IMC) é largamente utilizado há cerca de 200 anos, mas esse cálculo representa muito mais a corpulência que a adiposidade, uma vez que indivíduos musculosos e obesos podem apresentar o mesmo IMC. Uma nova pesquisa aponta o Índice de Adiposidade Corporal (IAC) como uma alternativa mais fidedigna para quantificar a gordura corporal, utilizando a medida do quadril e a altura. A figura mostra como calcular essas medidas, sabendo- se que, em mulheres, a adiposidade normal está entre 19% e 26%.



Uma jovem com IMC = 20 kg/m2, 100 cm de circunferência dos quadris e 60 kg de massa corpórea resolveu averiguar seu IAC. Para se enquadrar aos níveis de normalidade de gordura corporal, a atitude adequada que essa jovem deve ter diante da nova medida é (Use = 1,7 e = 1,3).

**a)** reduzir seu excesso de gordura em cerca de 1%. b) reduzir seu excesso de gordura em cerca de 27%.

c) manter seus níveis atuais de gordura. d) aumentar seu nível de gordura em cerca de 1%.

e) aumentar seu nível de gordura em cerca de 27%.

**Solução. Calculando a altura da jovem, de acordo com seu IMC, temos:**

**i) IMC = 20 => = 20 => h² = => h = = 1,7 m;**

**ii) IAC = – 18 = – 18 = – 18 45,25 – 18 = 27,25.**

**Logo, como 26% é o máximo para normalidade, ela reduzir 1,25% os seus 27,45%.**

15. (MACKENZIE-ADAPTADA) As raízes da equação é dada pelo conjunto S igual a:

**a)** S = {2} b) S = {3; 6} c) S = {0; 3} d) S = {6} e) S = {-3; -6}

**Solução. Escrevendo a equação na base 3, temos:**

**3x – 1 => 2x + 1 = 3x2 – 3x – x + 1 = 0 =>**

**=> 3x2 – 6x = 0 => 3x.(x – 2) = 0 => x = 0 e x = 2.**

**No caso, x = 0 não satisfaz, pois o índice da raiz seria negativo. Logo a única solução é x = 2.**

16. (PUCRJ) Quanto vale a soma de todas as soluções reais da equação abaixo?

(5x)2 − 26⋅5x + 25 = 0

a) 0 b) 1 **c)** 2 d) 3 e) 4

**Solução. Considerando y = 5x, temos:**

**i) y2 – 26y + 25 = 0 => (y – 25).(y – 1) = 0 => y = 25 e y = 1;**

**ii) 5x = 25 => 5x = 52 => x = 2; iii) 5x= 1 => 5x = 50 => x = 0;**

**A soma pedida é 2 + 0 = 2.**

17. (FGV) Se é a fração irredutível que é a solução da equação exponencial 9x – 9x – 1 = 1 944, então, m – n é igual a:

a) 2 b) 3 c) 4 **d)** 5 e) 6

**Solução. Resolvendo a equação, temos:**

**9x – 9x.9 – 1 = 1 944 => 9x.= 1 944 => 9x. = 1 944 => 9x = (1 944). => 9x = 243.(9) =>**

**=> (32)x = 35.(32) => 32x = 37 => 2x = 7 => x = . Logo, m = 7, n = 2 e m – n = 7 – 2 = 5.**

18. (UDESC) Seja x a solução real da equação 4x + = .

Localizando na reta real os valores de m = x – , n = 3. e p = 2x + , torna-se **correto** afirmar que:

**a)** m e n são equidistantes de p. b) m está situado entre n e p. c) n está situado entre m e p.

d) p está situado entre n e m. e) m, n e p estão todos situados à direita de x.

**Solução. Resolvendo a equação, temos:**

**i) 4x + = => 2.(22)x + 2.2x. = 3 => 2.(2x)2 + 2x. = 3. Considerando 2x = y, temos:**

**2y2 + y. – 3 = 0 => y = ;**

**OBS: Como 2x é positivo, só consideramos a raiz positiva.**

**Logo, 2x = 2x = x = .**

**ii) Calculando os valores, temos:**

**m = ; n = 3. 3. = 3.;**

**p = 2x + = 2. = – 1 + = .**

**iii) Como . Temos que n < p < m.**

19. (IFSUL) Considere a equação exponencial 2⋅3x – 4 = 150. Sobre o valor de x, é verdade afirmar que:

a) x ∈ [4, 6[ **b)** x ∈ [6, 8[ c) x ∈ [8, 10[ d) x ∈ [10, 13[

**Solução. Resolvendo, temos: 2⋅3x – 4 = 150 => 3x.3– 4 = 75 => 3x = 34.75 => 3x = 34.3.25 => 3x = 35.25;**

**Como 32 < 25 < 33, temos: .**

**Logo, x ∈ [6, 8[.**

20. (MACKENZIE) A soma das raízes da equação (4x)2x – 1 = 64 igual a:

a) – b) – 1 **c)** d) 1 e)

**Solução. Resolvendo, temos:**

**i) (4x)2x – 1 = 64 => => 2x2 – x = 3 => 2x2 – x – 3 = 0;**

**ii) Soma = .**

**Parte 3**.

1. (UDESC) Encontre o(s) valor(es) de x na equação .

**Solução. Escrevendo na base 2, temos:**

**=> – x + 1 = => – 2x + 2 = x => x = .**

2. (UNICAMP) Considere a equação 2x + m22 – x – 2m – 2 = 0, onde m é um número real.

a) Resolva essa equação para m = 1.

**Solução. Se m = 1, temos: 2x + 22 – x – 2 – 2 = 0 => 2x + 22.2– x – 4 = 0 => 2x + – 4 = 0 =>**

**=> 22x – 4.2x + 4 = 0. Fazendo y = 2x, vem: y2 – 4y + 4 = 0 => (y – 2)2= 0 => y = 2.**

**Substituindo em 2x, temo: 2x = 2 => x = 1.**

b) Encontre todos os valores de m para os quais a equação tem uma única raiz real.

**Solução. Encontrando a equação quadrática, temos:**

**i) 2x + m.22 – x – 2m – 2 = 0 => 2x + m.22.2– x – 2m – 2 = 0 => 2x + – 2m – 2 = 0 =>**

**=> 22x – (2m + 2).2x + 4m = 0. Fazendo 2x = y, temos: y2 – (2m + 2)y + 4m = 0**

**ii) A equação possuirá uma única raiz em três casos:**

**1º caso: Δ = 0 => 4m2 – 8m + 4 = 0 => m2 – 2m + 1 = 0 => (m – 1)2 = 0 => m = 1; E a solução é x = 1.**

**2º caso: Δ > 0 e uma das raízes for negativa, o que levaria a 2x < 0, que é impossível.**

**Se uma das raízes for negativa o produto será negativo. De acordo com a equação, 4m < 0 => m < 0.**

**3º caso: Δ > 0 e uma das raízes ser nula, pois teríamos 2x = 0, que é impossível**

**Se uma das raízes for nula o produto será nulo. De acordo com a equação, 4m = 0 => m = 0.**

**Unindo as três condições, a equação terá uma única solução real se m = 1 ou m ≤ 0.**

3. (UEL) A espessura da camada de creme formada sobre um café expresso na xícara, servido na cafeteria A, no decorrer do tempo, é descrita pela função E(t) = a2bt, onde t ≥ 0 é o tempo (em segundos) e a e b são números reais. Sabendo que inicialmente a espessura do creme é de 6 milímetros e que, depois de 5 segundos, se reduziu em 50%, qual a espessura depois de 10 segundos?

Apresente os cálculos realizados na resolução da questão.

**Solução. Utilizando as informações para encontrar os valores de a e b, temos:**

**i) E(0) = a.2b.(0) => a = 6;**

**ii) E(5) = 6.2b.(5) => 6.25b = 50%.(6) => 6.25b = 3 => 25b = => 25b = 2– 1 => 5b = – 1 => b = ;**

**iii) Logo, E(t) = 6. => E(10) = 6. = 6.2– 2 =  = 1,5 mm.**

4. (UFU) Na elaboração de políticas públicas que estejam em conformidade com a legislação urbanística de uso e ocupação do solo em regiões metropolitanas, é fundamental o conhecimento de leis descritivas do crescimento populacional urbano. Suponha que a lei dada pela função p(t) = 0,5.(2kt) expresse um modelo representativo da população de uma cidade (em milhões de habitantes) ao longo do tempo t (em anos), contados a partir de 1970, isto é, t = 0 corresponde ao ano de 1970, sendo k uma constante real.

Sabendo que a população dessa cidade em 2000 era de 1 milhão de habitantes:

a) Extraia do texto dado uma relação de forma a obter o valor de k.

**Solução. No ano de 2000, t = 30. Logo, p(30) = 1 (milhões de habitantes). Substituindo na função, temos: 1 = 0,5.(230k) => = 230k => 2 = 230k = 30k = 1 => k = .**

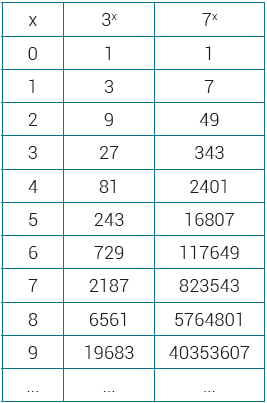
b) Segundo o modelo de evolução populacional dado, descreva e execute um plano de resolução que possibilite estimar em qual ano a população desta cidade atingirá 16 milhões de habitantes.

**Solução. A função é p(t) = 0,5.. Estimando o tempo pedido, temos:**

**0,5. = 16 => = => = 32 => = 25 => = 5 => t = 150.**

**Esse é o tempo contado após 1970. Logo será no ano de 1970 + 150 = 2120.**

5. (FGV) Observe o padrão indicado na tabela a seguir:



a) Determine o algarismo da unidade de 32009.

**Solução. O algarismo das unidades das potências de 3 se repetem na sequência {1, 3, 9, 7}. Logo, o ciclo é de 4 em 4. Repare que quando o expoente apresentar o mesmo resto na divisão por 4, o algarismo da unidade será o mesmo.**

**Exemplo. 33 e 37, 31 e 25, etc. Então basta encontrar o resto de 2009 na divisão por 4 e buscar o equivalente na tabela.**

**Dividindo 2009 por 4, encontramos 502 e resto 1.**

**Logo, o algarismo da unidade de32009 será o mesmo de 31 = 3.**

b) Determine o algarismo da unidade de 3423 + 7651 – 258.

**Solução. O algarismo das unidades das potências de 7 se repetem na sequência {1, 7, 9, 3}. Logo, o ciclo é de 4 em 4. Seguindo o mesmo raciocínio utilizado para potências de 3, temos:**

**i) 423 ÷ 4 = 105 resto 3. Logo o algarismo da unidade de 3423 é 7;**

**iii) 651 ÷ 4 = 162 resto 3. Logo, o algarismo da unidade de 7651 é 3;**

**iii) As potências de 2 são: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, .... O ciclo se repete de 4 em 4 a partir do 2. Então, por exemplo, 29 possui algarismo da unidade igual ao de 21, pois ambos deixam resto 1 na divisão por 4. Assim, 258apresenta algarismo da unidade igual ao de 22. Logo, será 4.**

**O algarismo da unidade da expressão será o algarismo da unidade da soma dos algarismos da unidade de cada termo: 7 + 3 – 4 = 6.**