COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 1° ANO DO ENSINO MÉDIO 2017/2018
PROVA DE MATEMÁTICA
10 DE SETEMBRO DE 2017

MATEMÁTICA - GABARITO

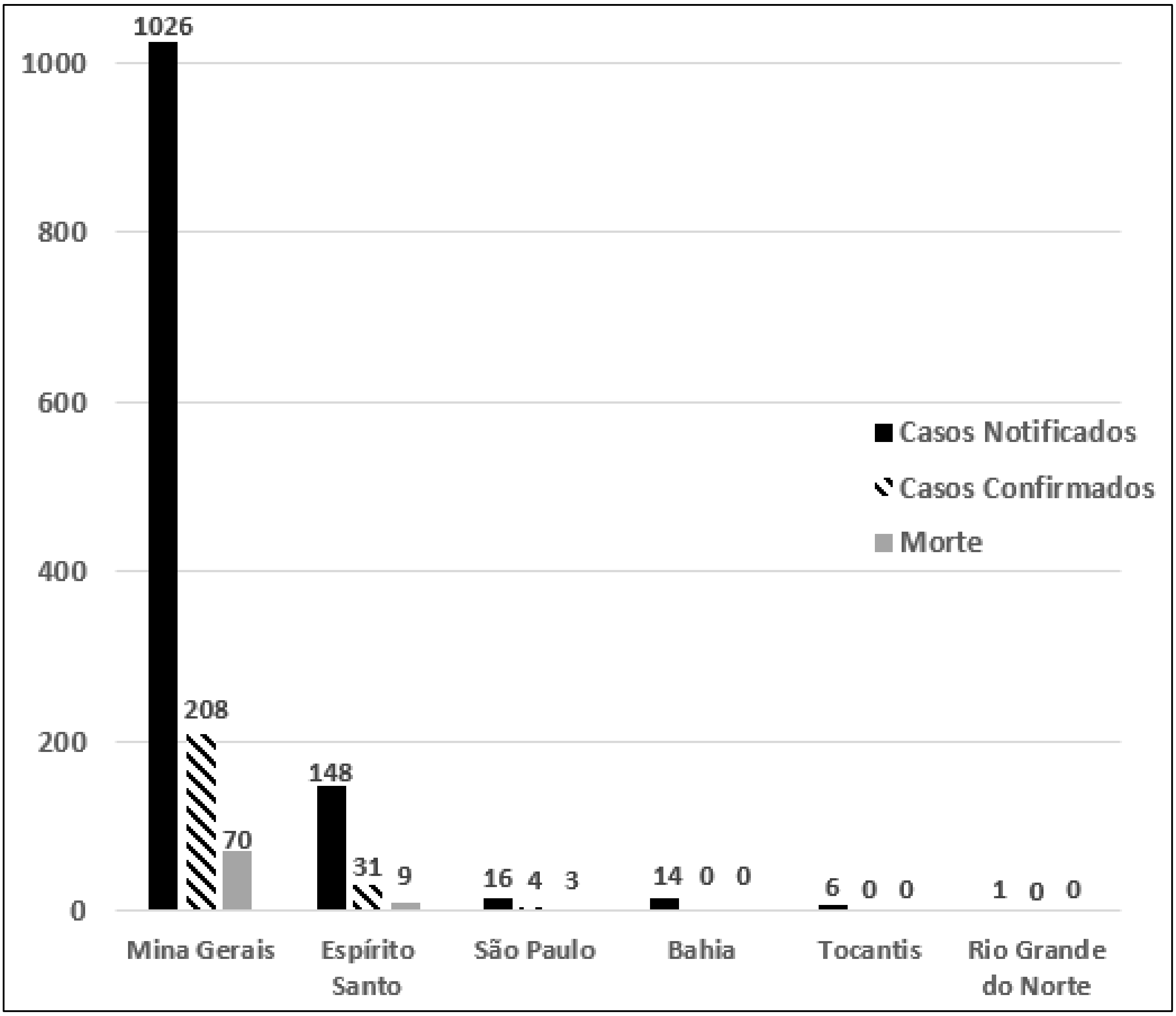
(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Utilize o infográfico abaixo para responder à questão 1.

Em 27 de janeiro de 2017, no jornal Estadão, foi apresentada uma notícia sobre o aumento de casos de febre amarela no país.

"Subiu para 243 o número de casos confirmados de febre amarela no País. Do total de pacientes com a doença, 82 morreram. Há ainda outras 112 mortes suspeitas de terem sido provocadas pela infecção, mas que ainda estão sendo investigadas.

Os casos confirmados estão distribuídos em três estados: Minas, Espírito Santo e São Paulo. "



Adaptada: http://infograficos.estadao.com.br/cidades/febre-amarela/img/graphic/graphic_2017-01-27@3x.png

Questão 1. Tomando como referência os casos notificados de febre amarela em cada estado, pode-se afirmar que:

(A) São Paulo é o estado com maior percentual de mortos pela febre amarela, atingindo aproximadamente 20%.

(B) Minas Gerais é o estado com maior percentual de mortos pela febre amarela, atingindo quase 7%.

(C) Espírito Santo possui percentual de mortos pela febre amarela na ordem de 10%.

(D) Espírito Santo possui menos de 20% de casos confirmados da doença.

(E) Minas Gerais possui um índice de 25% de confirmados da doença.

Solução. Analisando as afirmações com base nos cálculos percentuais mostrados na tabela, temos:

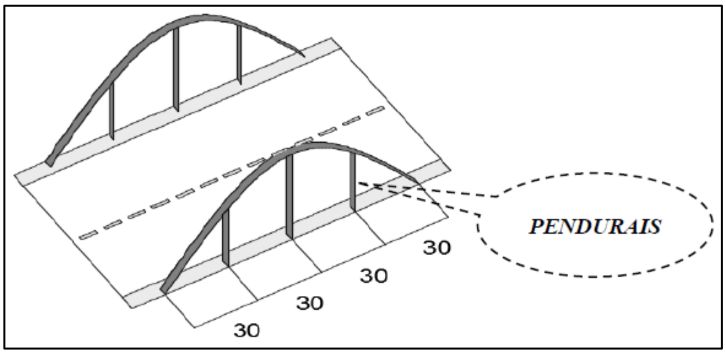
	Casos Notificados	Casos Confirmados	Morte	% mortes	% confirmados
Mina Gerais	1026	208	70	7%	20%
Espírito Santo	148	31	9	6%	21%
São Paulo	16	4	3	19%	25%
Bahia	14	0	0	0%	0%
Tocantis	6	0	0	0%	0%
Rio Grande do Norte	1	0	0	0%	0%

(A) Verdadeiro. Temos que $\frac{3}{16} \cong 19\%$. **(B) Falso. O percentual é aproximadamente 7%, mas não é o maior.**

(C) Falsa. A ordem é de 6%. **(D) Falso. O percentual é aproximadamente 21%. Logo acima de 20%.**

(E) Falso. O índice é aproximadamente 20%.

Questão 2. Uma ponte metálica, em forma de arco de parábola, será construída. Sua sustentação será feita com seis pendurais metálicos, três de cada lado, distando 30 m um do outro, como ilustra a figura abaixo. Sabendo que a ponte tem 40 m de altura, quantos metros de pendurais serão necessários para a construção desta ponte?



(A) 120 m (B) 140 m (C) 160 m (D) 180 m (E) 200 m

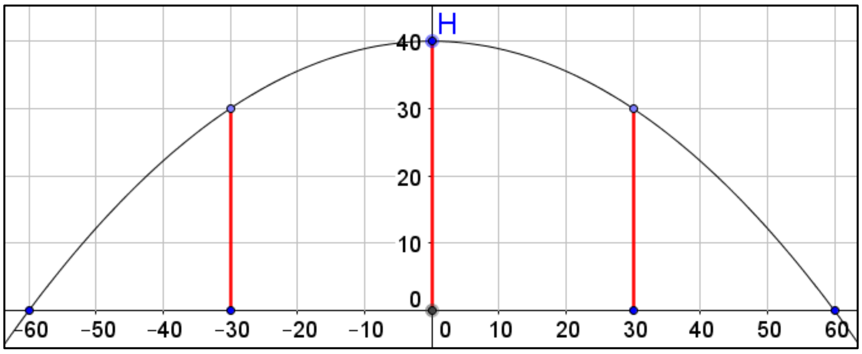
Solução. A altura da ponte corresponde à ordenada do vértice da parábola com a concavidade para baixo. Logo, o máximo da função quadrática.

Posicionando a origem dos eixos coordenados coincidindo com o pendural central (40 m), podemos modelar a situação como a função quadrática que intersecta o eixo das abscissas em x = – 60 e x = 60.

Logo, $f(x) = a.(x-60).(x+60) = a.(x^2-3600)$. Como $f(0) = 40$, temos: $40 = a.(0-3600) \Rightarrow a = -\frac{40}{3600} = -\frac{1}{90}$.

O comprimento dos pendurais menores correspondem a $f(30) = -\frac{1}{90}.(30^2-3600) = -\frac{1}{90}.(-2700) = 30$.

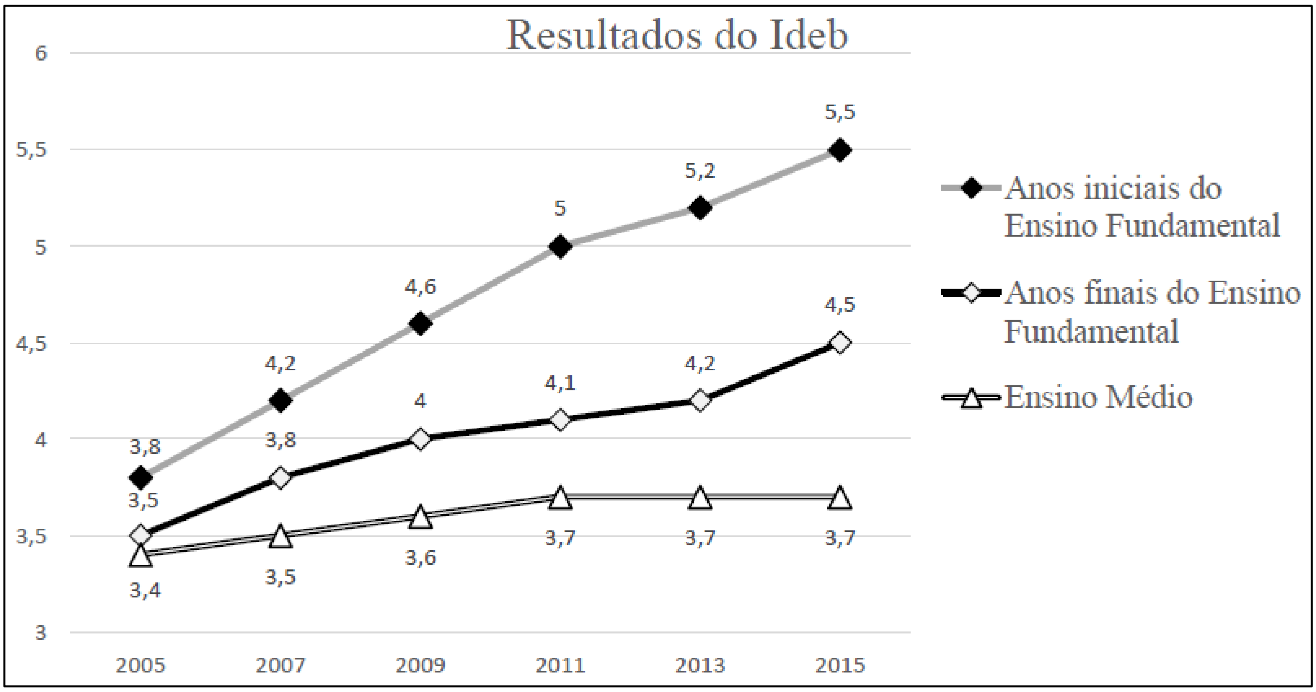
A quantidade total de pendurais será 2 x (30 + 40 + 30) = 2 x (100) = 200 metros.



Utilize o gráfico abaixo para responder a questão 3.

"A sigla Ideb se refere ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica e seu objetivo é medir a qualidade [...]do ensino da educação básica no Brasil. "

O gráfico abaixo mostra os resultados do Ideb nacional por biênio de 2005 a 2015.



Adaptada: http://appprova.com.br/wp-content/uploads/2017/04/resultado-ideb.png

Questão 3. Em relação aos dados apresentados pode-se afirmar que:

(A) De 2013 a 2015, o aumento no resultado, em percentual, foi o mesmo nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental.

(B) De 2009 a 2011, foi o biênio com o maior aumento do resultado nos anos finais do Ensino Fundamental.

(C) De 2007 a 2009, foi o biênio com o maior aumento do resultado nos anos finais do Ensino Fundamental.

(D) De 2005 a 2007, foi o biênio com o maior aumento percentual do resultado no Ensino Médio.

(E) De 2011 a 2013, não houve alteração nos resultados do Ensino Fundamental e Médio.

Solução. Analisando as afirmativas, temos:

(A) Falsa. Nos Anos iniciais foram: $\frac{5,5-5,2}{5,2}=\frac{0,3}{5,2}\cong$ 0,057 =5,7% e nos Finais: $\frac{4,5-4,2}{4,2}=\frac{0,3}{4,2}\cong$ 0,71 = 7,1%.

(B) Falso. No biênio 2005-2007 o aumento foi maior, assim como em outros.

(C) Falso. No biênio 2005-2007 o aumento foi maior, assim como 2013-2015.

(D) Verdadeiro. Observe que embora os resultados absolutos tenham aumentado em 0,1 nos biênios 2005-2007, 3007-2009 e 2009-2011, percentualmente há diferença. Temos: $\frac{0,1}{3,4}>\frac{0,1}{3,5}>\frac{0,1}{3,6}$.

(E) Falsa. Só não houve alteração nos resultados do Ensino Médio.

Questão 4. *"Para que seja possível medir a temperatura de um corpo, foi desenvolvido um aparelho chamado termômetro. O termômetro mais comum é o de mercúrio, que consiste em um vidro graduado com um bulbo de paredes finas, que é ligado a um tubo muito fino, chamado tubo capilar. Quando a temperatura do termômetro aumenta, as moléculas de mercúrio aumentam sua agitação, fazendo com que este se dilate, preenchendo o tubo capilar. Para cada altura atingida pelo mercúrio está associada uma temperatura."*

http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termometria/escalas.php

As principais escalas termométricas são Kelvin (K), Celsius (ºC) e Fahrenheit (ºF). A escala Celsius é a mais utilizada e se relaciona com as outras através das funções: $\boxed{F=\frac{9C}{5}+32}$ e $\boxed{K = C + 273}$

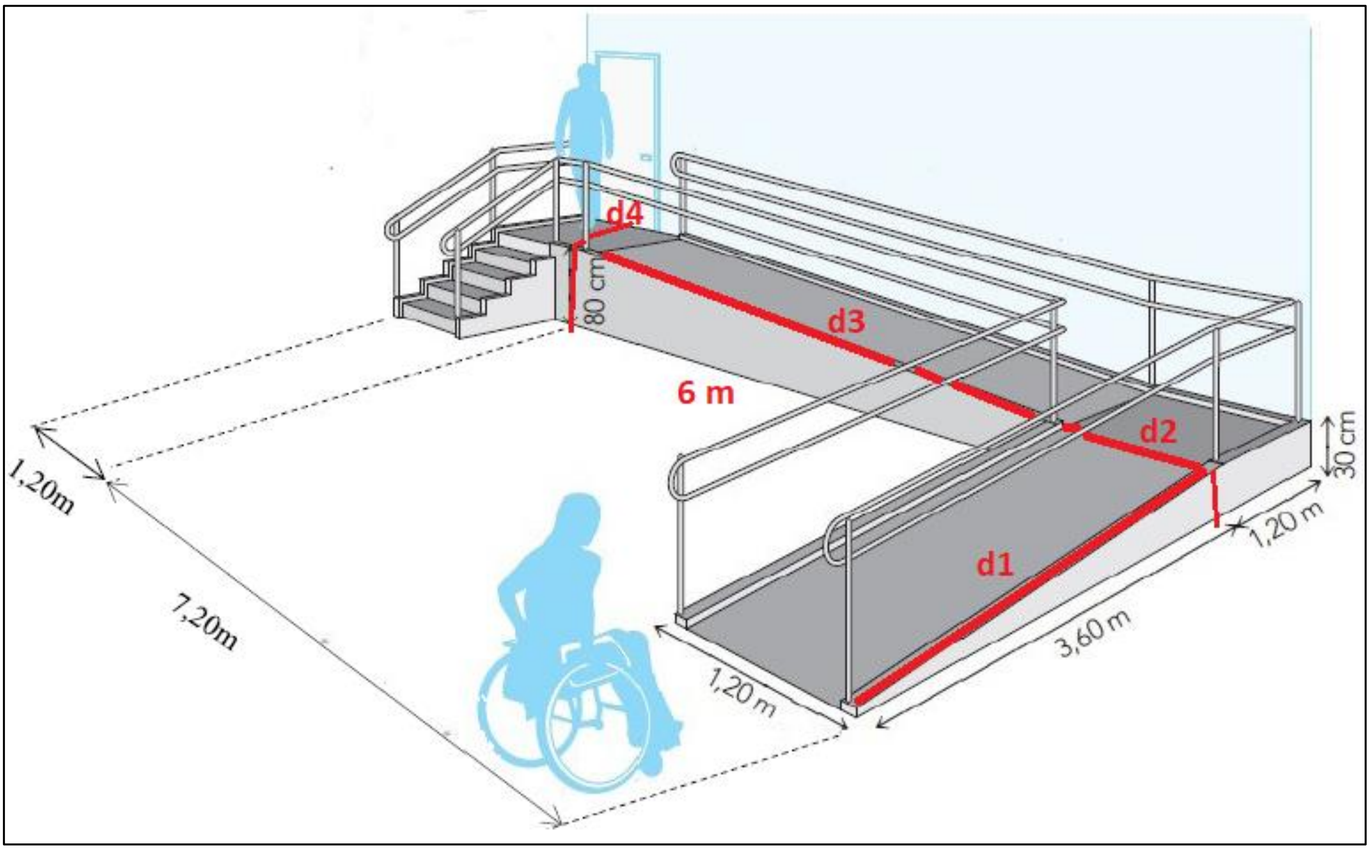
Há uma temperatura na qual a soma dos valores numéricos que a representam, nas escalas Celsius e Kelvin, vale 317. Na escala Fahrenheit, essa temperatura é um valor situado no intervalo:

(A) (70, 71]. **(B)** (71, 72]. (C) (72, 73]. (D) (73, 74]. (E) (74, 75].

Solução. Considere a temperatura procurada em Celsius como T. Então ela, em Kelvin, vale T + 273. Efetuando a soma indicada, temos: T + T + 273 = 317 => 2T = 317 – 273 => T = 44 ÷ 2 = 22°C.

Na escala Fahrenheit, temos: F = $\frac{9.(22)}{5} + 32 = \frac{198}{5} + 32 = 39{,}6 + 32 = 71{,}6 \in (71, 72]$.

Questão 5. A figura abaixo mostra uma rampa de acesso que foi construída adjacente a uma escada existente em uma das entradas de um prédio em uma escola. A rampa foi construída dentro das normas que regulam a inclinação de rampas para pessoas com necessidades especiais (cadeirantes e pessoas com mobilidade limitada).



Modificada: http://ew7.com.br/projeto-arquitetonico-com-autocad/images/stories/rampas7.png

Para que a rampa fique dentro das normas são necessários mais alguns ajustes, como por exemplo a sinalização com piso tátil para deficientes visuais, em toda a sua extensão até a frente da porta. O custo do piso tátil instalado, de 1,20 m de largura, é 150 reais por metro.

Para sinalizar a rampa, a escola gastará aproximadamente:

(A) 1780 reais. (B) 1785 reais. (C) 1790 reais. (D) 1795 reais. **(E)** 1805 reais.

Solução. A custo total será o produto de R$150,00 pela soma dos comprimentos do piso que possui sempre a mesma largura de 1,20 m. As distâncias d1 e d3 são hipotenusas de triângulos retângulos.

Escrevendo as medidas em centímetros, temos:

i) d1 = $\sqrt{(360^2 + 30^2} = \sqrt{129600 + 900} = \sqrt{130500} \cong 361\ cm = 3{,}61\ m.$

ii) d2 = d4 = 1,20 m.

iii) d3 = $\sqrt{(600^2 + 80^2} = \sqrt{360000 + 6400} = \sqrt{366400} \cong 605\ cm = 6{,}05\ m.$

iv) Comprimento total: (3,61 + 2 x 1,20 + 6,05) = (9,66 + 2,40) = 12,06 m

v) A escola gastará aproximadamente: (12,06 x 150) = R$1809,00.

Questão 6. *“Inúmeras são as vantagens do piso laminado: resistência, beleza, praticidade e ótima relação custo x benefício são algumas delas. Os pisos laminados são grandes aliados também para quem sofre de alergia a pó, uma vez que não acumulam sujeira e são hipoalergênicos. A peça, constituída de lâminas, pode ser encontrada com ou sem texturas e opções com e sem vinco. E não se preocupe na hora da instalação: sua aplicação é rápida e simples e, além disso, esse tipo de piso pode ser instalado sobre um já existente.”*

http://www.leroymerlin.com.br/pisos-laminados-?xdtoken=rio_de_janeiro#

Um casal resolve reformar sua sala escolhe o piso laminado, devido às vantagens descritas no anúncio acima e ao fato de o modelo estar em promoção, conforme a imagem ao lado. Tal modelo vem em caixas que contêm 2,2 m^2 de piso e a sala que desejam revestir possui 25 m^2. Qual será o gasto com a instalação do piso, sabendo que são vendidas apenas caixas fechadas e que a colocação custa R$ 300,00?

(A) R$ 1622,50 (B) R$ 1643,46 (C) R$ 1662,55

(D) R$ 1681,30 **(E)** R$ 1696,56

Solução. Como as caixas são fechadas, no mínimo serão compradas (25 ÷ 2,2) = 12 caixas. (a divisão dá aproximadamente 11,36).

Logo, serão comprados (2,2 x 12) = 26,4 m^2 de piso.

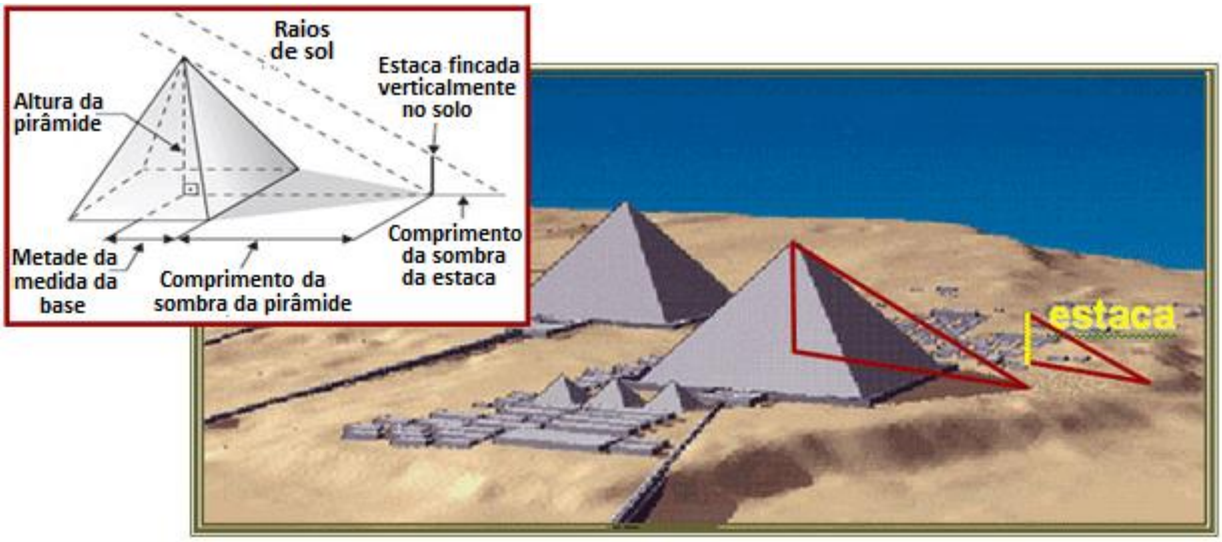
Como 1 m^2 custa R$ 52,90, 26,4 m^2 custarão (26,4 x 52,9) = R$ 1396,36.

O custo total da instalação será (1396,56 + 300) = R$ 1696,56.

Questão 7. Observe o texto e a imagem abaixo:

“Thales de Mileto (625 a 545 ac) terá sido o primeiro a colocar a questão básica: ‘de que é feito o mundo e como funciona?‘. A resposta não a procurava nos deuses, mas na observação da natureza.

Thales, que era comerciante, deslocava-se várias vezes ao Egipto. Numa dessas viagens foi desafiado a medir a altura da pirâmide de Quéops. ”

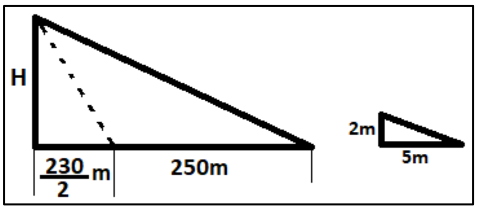


http://3.bp.blogspot.com/_sLjuDPlTvUo/TDMxheh8wZI/AAAAAAAACAA/WYj0hO2eVnI/s1600/TalesPirâmideAltura.gif

Para descobrir a altura da pirâmide, Thales valeu-se de uma estaca e das medidas das sombras e da base da pirâmide. A pirâmide de Quéops tem uma base quadrada de lado medindo 230 m e o comprimento de sua sombra mede 250 m. Sabendo que a estaca utilizada tem 2 m de comprimento e sua sombra 5 m, qual a altura encontrada por Thales?

(A) 46 m (B) 100 m (C) 126 m **(D)** 146 m (E) 150 m

Solução. Os triângulos retângulos que representam a pirâmide, a estaca e suas respectivas sombras são semelhantes. Mas o cateto no triângulo da pirâmide corresponde a (250 + 230 ÷ 2) = 307,5 m, pois a parte no interior da pirâmide corresponde à metade da metade de 230 m. Estabelecendo a relação, temos:



$$\frac{H}{365} = \frac{2}{5} \Rightarrow H = \frac{(2).(365)}{5} = (2).(73) = 146 \text{ m.}$$

Questão 8. Você sabe elevar números naturais terminados em 5 ao quadrado de forma rápida?

Observe o método:

> **Considere o número $N5$, sendo N natural. Então $(N5)^2$ vale $M25$, sendo $M = N \cdot (N+1)$.**
>
> **<u>Exemplos</u>: Utilizando o método temos: $45^2 = 2025$, pois, para $N = 4$, teremos $M = 4 \cdot 5 = 20$.**
>
> **$105^2 = 11025$, pois, para $N = 10$, teremos $M = 10 \cdot 11 = 110$.**

Baseado nessa ideia, qual dos números abaixo gera, nos naturais, uma raiz quadrada exata?

(A) 100625 (B) 308425 (C) 403525 **(D)** 416025 (E) 500625

Solução. Separando o 25, verificamos se os 4 algarimos restantes são produtos de dois números consecutivos. Vale lembrar que dois números consecutivos serão par e ímpar. Logo esse produto será par.

(A) Falsa. Temos que 30 x 30 = 900 < 1006 < 32 x 32 = 1024. Logo, não há números consecutivos entre 30 e 32 que satisfaçãm o produto 1006.

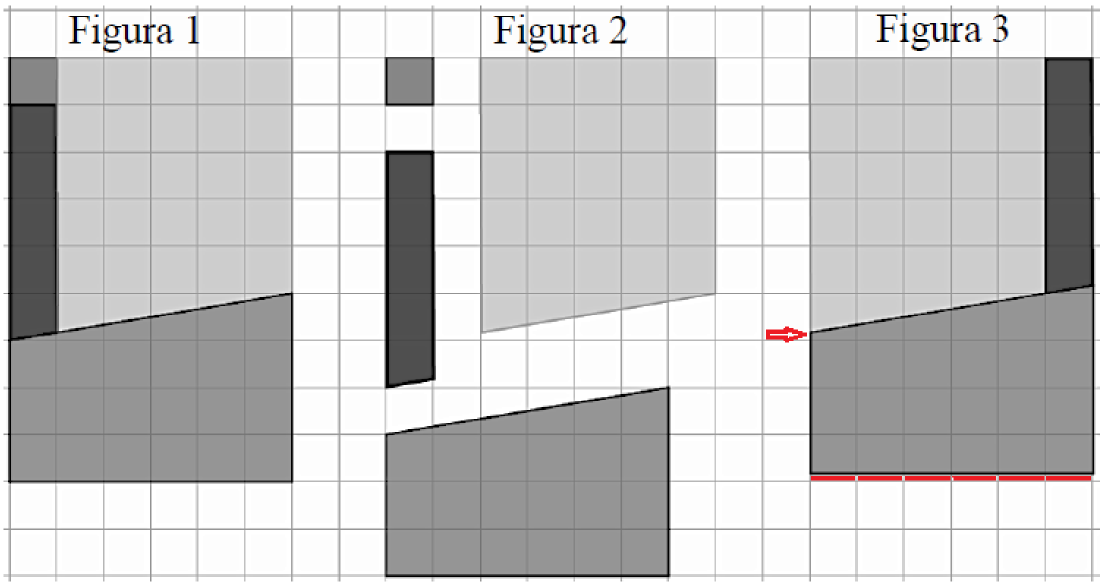
(B) Falsa. Temos que 55 x 55 = 3025 < 3084 < 56 x 56 = 3136.

(C) Falsa. Temos que 4035 é um número ímpar. Logo, não pode ser produto de dois números consecutivos.

(D) Verdadeira. Temos que 4160 < 65 x 65 = 4225. Como a unidade simples é 0, outro fator possível anterior seria 64. Como 64 x 65 = 4160, então a raiz quadrada de 416025 = 645.

(E) Falsa. Temos que 70 x 70 = 4900 < 5006 < 71 x 72 = 5112. Logo, não há produto de dois consecutivos possíveis.

Questão 9. Na malha quadriculada abaixo vemos um retângulo (Figura 1) que foi recortado em 4 partes (Figura 2) e remontado com três das suas 4 partes (Figura 3). O quadrado, que corresponde a uma unidade de área dessa malha quadriculada, foi descartado.



Se repartirmos o novo retângulo (Figura 3) e repetirmos o processo, obteremos um novo retângulo e assim sucessivamente. Quantas vezes devemos repetir o processo descrito, para que tenhamos um retângulo de área igual a $\frac{1}{3}$ da área do retângulo da Figura 1?

(A) 36 vezes (B) 30 vezes (C) 24 vezes (D) 18 vezes (E) 12 vezes

Solução. Foi retirado um quadrado de área 1. O retângulo da figura 1 possuía (6 x 9) = 54 unidades de área. Em cada procedimento, teremos uma unidade de área a menos. Logo, 54 – n = $\frac{1}{3}$.(54) => 54 – n = 18 => n = 36.

Será retirado um quadrado de 1 unidade de área 36 vezes.

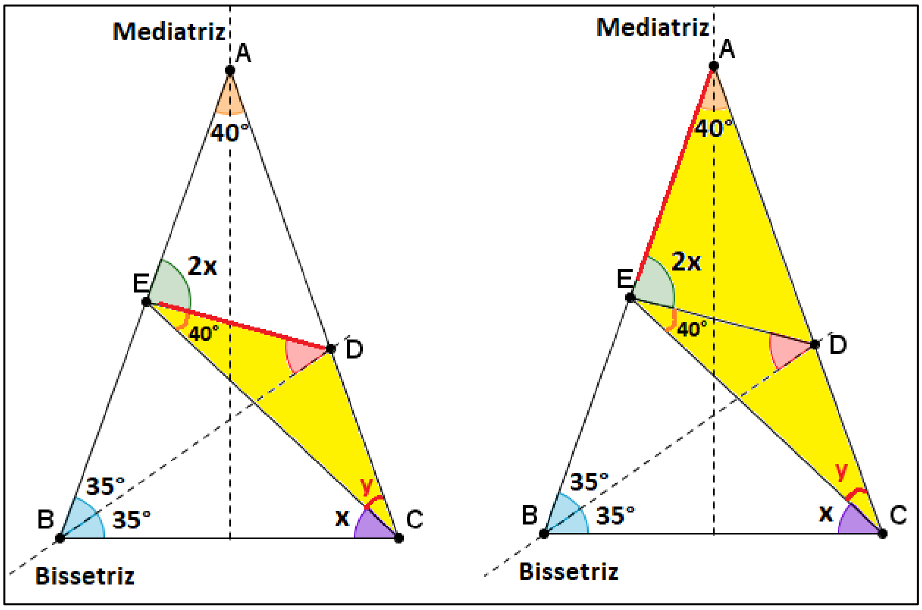
Logo, d = $\sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$. Quando essa diagonal é 45 = (5 x 9), os lados serão: 3 x 9 = 27 e 4 x 9 = 36.

> **OBS: Perceba a diferença (identificadas no triângulo remontado) entre as áreas nas figuras 1 e 2. Embora não esteja muito visível, houve uma diminuição na área.**

Questão 10. Considere um ponto A equidistante de outros dois pontos B e C. Sabe-se ainda que o ângulo $\widehat{BAC}$ é 10º menor que seu complemento. A bissetriz do ângulo $\widehat{ABC}$ intercepta o segmento AC em D e, ao traçar uma ceviana CE, E sobre o segmento AB, notamos que o ângulo $\widehat{AED}$ é o dobro do ângulo $\widehat{BCE}$. Além disso, o triângulo CDE é semelhante ao triângulo CEA. Então podemos afirmar que o número que expressa a medida do ângulo $\widehat{EDB}$, em graus, é um:

(A) quadrado perfeito. (B) múltiplo de 3. (C) múltiplo de 7. (D) cubo perfeito. (E) primo.

Solução. Como A é equidistante de B e C, ele está sobre a mediatriz do segmento BC. Desta forma o triângulo ABC é isósceles. O ângulo que é 10° menor que seu complemento é 40°, pois seu complemento é 90° - 40° = 50°. Logo, A = 40° e os ângulos da base medem, cada um, 70°. Observando as duas figuras que identificam os triângulos semelhantes, temos o ângulo y em comum, oposto a ED e AE. Pela correspondência, o ângulo DEC mede 40°.



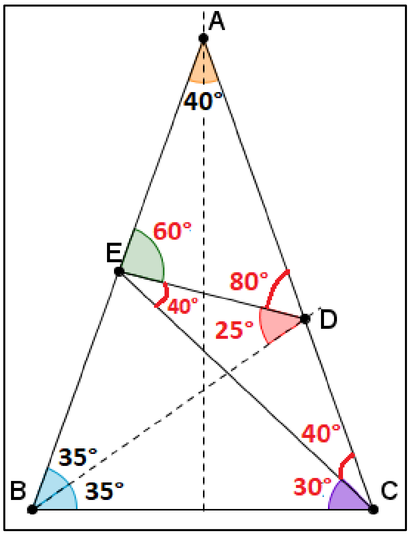
i) No triângulo AEC, temos: 2x + 40° + 40° + y = 180° => 2x + y = 100°.

ii) Temos ainda que o ângulo C mede 70°. Logo, x + y = 70° => x = 70° – y. Substituindo na equação de (i), vem: 2.(70° – y) + y = 100° => 140° – 2y + y = 100° => y = 40°. Logo, x = 30°.

iii) No triângulo AED, temos: 40° + 2.(30°) + $\widehat{ADE}$ = 180° => $\widehat{ADE}$ = 180° - 100° => 80°.

iv) No triângulo ADB, temos: 40° + 80° + $\widehat{EDB}$ + 35° = 180° => $\widehat{EDB}$ = 180° – 155° = 25° (quadrado perfeito).

Observe a figura com os ângulos identificados:



Questão 11. A cantina do Colégio Militar do Rio de Janeiro vende 96 kg de comida por dia, a 29 reais o quilo. Uma pesquisa de opinião revelou que, para cada real de aumento no preço, a cantina perderia 6 clientes, com o consumo médio de 500 g cada um. Qual deve ser o valor do quilo de comida para que a cantina tenha a maior receita possível?

(A) R$31,00 **(B)** R$30,50 (C) R$30,00 (D)R$29,50 (E) R$29,00

Solução. Se cada cliente consome em média 500 g = 0,5 kg, então o número de clientes é (96 ÷ 0,5) = 192. Dessa forma a arrecadação também pode ser calculada pelo produto do número de clientes pelo preço pago por 0,5 kg de comida: A = (192 x R$ 14,50) = R$2874,00.

Para cada 1 real de aumento, há perda de 6 clientes. Se o aumento for de x reais, a perda seria de (6x) clientes. A expressão para a arrecadação é uma função quadrática (concavidade para baixo, logo com máximo) como mostra a tabela:

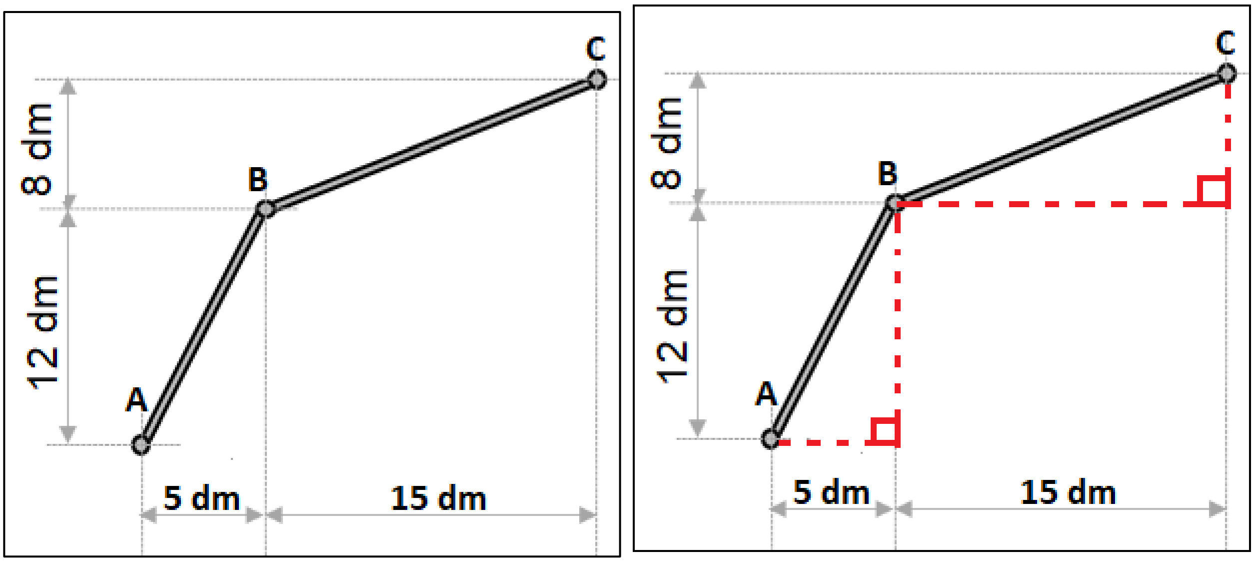
Preço do Kg (R$)	N° de clientes	Custo por cliente (R$)	Arrecadação (RS)
29	192	14,5	(192).(14,5)
29 + 1	192 – 6 = 186	(29 + 1)/2 = 15	(186).(15)
...	....	....	....
29 + x	196 – 6x	(29 + x)/2	(196 – 6x).(29 + x)/2

i) A(x) = $\frac{(29+x)}{2}$.(192 – 6x) = (29 + x).(96 – 3x) = – 3x^2 - 87x + 96x + 2784 = – 3x^2 + 9x + 2784.

ii) Arrecadação máxima ocorrerá com x (valor do aumento) máximo: $x_V = -\frac{9}{2.(-3)} = \frac{9}{6} = 1{,}5$.

Isto indica que o aumento máximo é de R$1,50 e o preço então deve ser R$29,00 + R$1,50 = R$30,50.

Questão 12. A figura a seguir ilustra uma haste AC articulada em B com as respectivas medidas horizontais e verticais referentes a uma das suas possíveis configurações.



A maior distância possível entre as extremidades A e C, em decímetros, vale:

(A) $20\sqrt{2}$ (A) $20\sqrt{3}$ (C) 24 **(D)** 30 (E) 32

Solução. A maior distância será quando a haste estiver em linha reta, isto é, a soma dos comprimentos AB e BC. Calculando esses comprimentos, temos:

i) AB = $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$;

ii) BC = $\sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$;

A soma pedida é: 13 + 17 = 30.

Utilize o texto abaixo para responder às questões 13 e 14.

A Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) é a maior, mais antiga e prestigiada Olimpíada científica para alunos do ensino médio. A história da IMO data de 1959, quando a primeira edição foi realizada na Romênia, com a participação de sete países: Romênia, Hungria, Bulgária, Polônia, Checoslováquia, Alemanha Oriental e URSS. Cada país pode enviar uma equipe de até seis alunos do ensino médio - ou alunos que não tenham ingressado em uma universidade, ou instituição equivalente, na data de realização da Olimpíada - além de um líder de equipe, um vice-líder e observadores, se desejado.

Durante a IMO, os competidores devem resolver, individualmente, duas provas em dois dias consecutivos, com três problemas em cada dia. Cada problema vale 7 (sete) pontos.

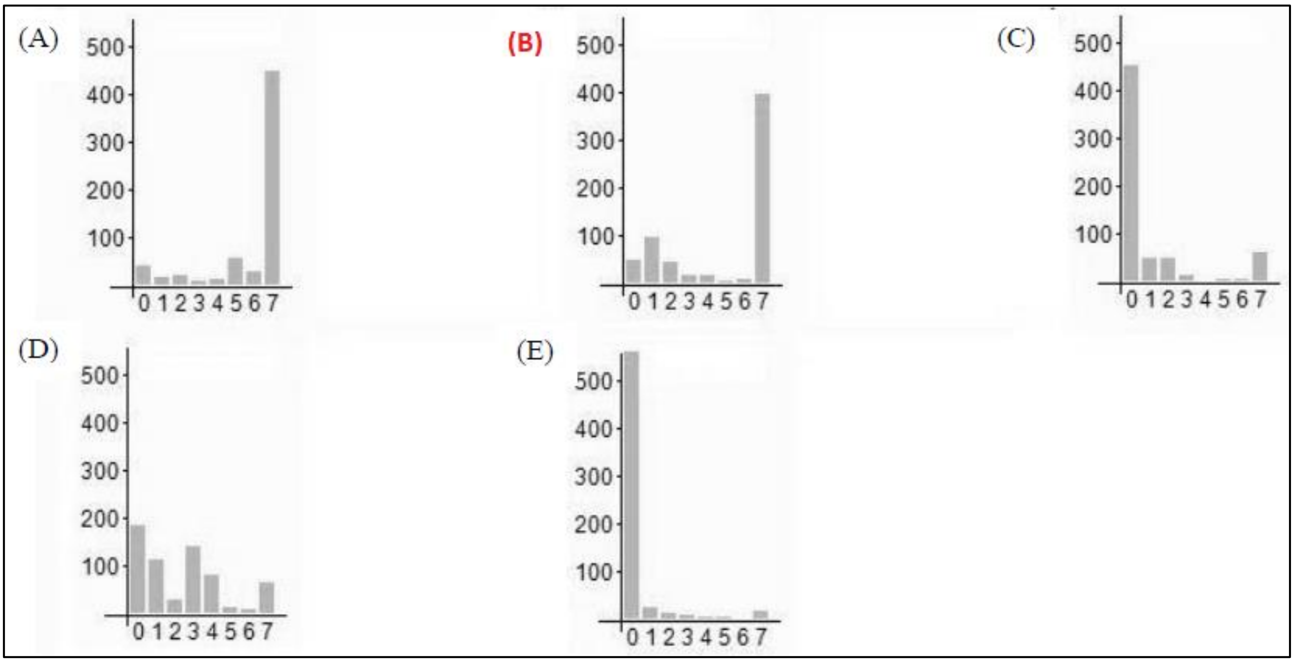
https://www.imo2017.org.br/sobre-a-imo.html

Questão 13. A tabela abaixo representa a quantidade de candidatos que obtiveram determinada pontuação (de 0 a 7 pontos), em cada questão da 58º IMO, realizada no Rio de Janeiro, no período de 12 a 23 julho de 2017.

	Questão 1	**Questão 2**	**Questão 3**	**Questão 4**	**Questão 5**	**Questão 6**
0 ponto	40	183	608	47	451	557
1 ponto	16	110	3	93	46	24
2 pontos	17	26	0	42	47	9
3 pontos	5	138	0	14	9	5
4 pontos	12	79	1	15	0	4
5 pontos	54	10	1	4	2	2
6 pontos	25	8	0	6	1	0
7 pontos	446	61	2	394	59	14

Adaptado de: http://imo-official.org/year_statistics.aspx?year=2017

O gráfico que pode representar a distribuição de pontuações da Questão 4 é:



Solução. A pontuação 7 foi a de maior frequência com 394 candidatos. A pontuação 1 foi a segunda maior com 93 candidatos. O gráfico que mostra a coluna de pontuação 7 acima de todas e a pontuação 1 em segundo lugar é o da letra B.

Questão 14. A IMO premia a metade dos participantes com medalhas. Essas medalhas – ouro, prata e bronze – são concedidas, respectivamente, na proporção de 1:2:3. Para incentivar o maior número possível de alunos a resolverem problemas completos, são concedidos certificados de menção honrosa àqueles estudantes que não receberam medalha, mas obtiveram 7 (sete) pontos em pelo menos um problema.

Adaptado de: https://www.imo2017.org.br/sobre-a-imo.html

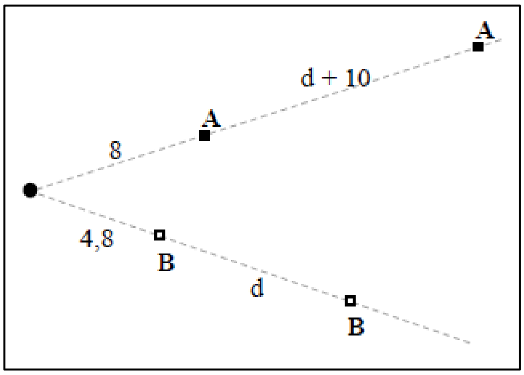
Obedecidas as regras, o percentual de candidatos que faz jus à medalha de bronze na IMO é:

(A) 12,5%. (B) 16,7%. (C) 20%. **(D)** 25%. (E) 33%.

Solução. O percentual máximo é 50%, pois só metade dos participantes recebem as medalhas. Como a distribuição é na proporção 1 : 2 : 3, temos: x + 2x + 3x = 50% => 6x = 50% => x = (50/6)% .

Logo, o percentual que faz jus à medalha de bronze é: 3. (50/6)% = 25 %

Questão 15. Dois barcos A e B partem de um mesmo ponto, em trajetórias retilíneas, seguindo direções diferentes. No instante em que o barco A completa um deslocamento de 8,0 jardas, o barco B atinge a marca de 4,8 jardas. Cada barco preserva a sua velocidade desde o momento da partida. Quando o barco B percorrer uma certa distância **d,** o barco A fará, nesse mesmo intervalo, 10,0 jardas a mais.



É correto afirmar que d é um múltiplo de:

(A) 2. (B) 5. (C) 7. (D) 9. (E) 11.

Solução. A velocidade do barco A é maior que a velocidade do barco B. Mantendo essa proporção, temos:

$\frac{8}{4,8} = \frac{d+10}{d}$ => **8d = 4,8d + 48 => 3,2d = 48 => d =** $\frac{48}{3,2}$ **=> d = 15. Esse número é múltiplo de 5.**

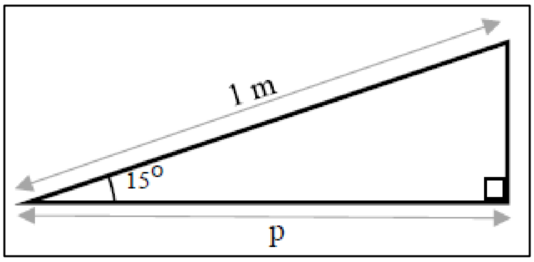
Utilize a identidade abaixo para resolver a questão 16.

"Se A e B forem números reais positivos, então é sempre verdade que:

$$\sqrt{\frac{A+\sqrt{A^2-B}}{2}} + \sqrt{\frac{A-\sqrt{A^2-B}}{2}} = \sqrt{A+\sqrt{B}}$$

Essa identidade pode ser provada elevando-se ao quadrado ambos os membros da igualdade."

Questão 16. A figura a seguir ilustra um plano inclinado de 1 m de comprimento e aclive de 15^0.



A projeção horizontal **p** dessa rampa mede, em metros, $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}$. A medida de **p** também pode ser expressa com exatidão por:

(A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{3}}{5}$ (E) $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{6}}{5}$

Solução. Utilizando a relação, temos: $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \frac{1}{2}.\left(\sqrt{\frac{2+\sqrt{2^2-3}}{2}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{2^2-3}}{2}}\right) =$

$= \frac{1}{2}.\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}.\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}.\left(\frac{\sqrt{3}.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} + \frac{1.\sqrt{2}}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Questão 17. O gráfico de uma função real $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, de variável real, passa pelo ponto de coordenadas $(0,4)$. Quando *x* vale *3*, sua imagem é *7*, que é o valor máximo dessa função.

Utilizando os dados acima, podemos afirmar que o valor de *A* é:

(A) $1/6$. (B) $-1/6$. (C) $-1/2$. (D) $1/3$. **(E)** $-1/3$.

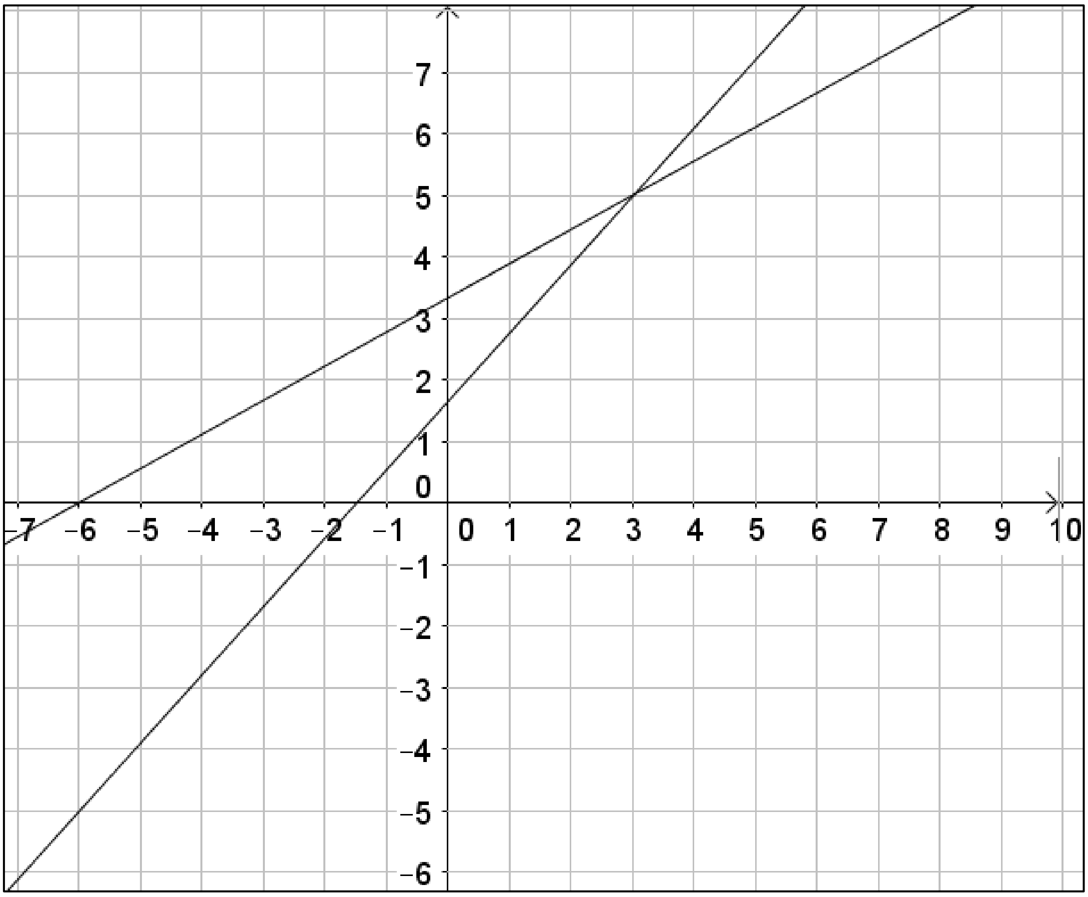
Solução. De acordo com as informações, C = 0. Como 7 é o valor máximo (ordenada do vértice), temos que x = 3 é a abscissa do vértice. Utilizando as fórmulas, temos:

i) $-\frac{B}{2A} = 3 \Rightarrow B = -6A$.

ii) $-\frac{\Delta}{4A} = 7 \Rightarrow -(B^2 - 4.AC) = 28A \Rightarrow 36A^2 - 4.(A).(4) = -28A \Rightarrow 36A^2 - 16A + 28A = 0 \Rightarrow 36A^2 + 12A = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 12A(3A + 1) = 0$. **Como** $A \neq 0$, **temos que** $A = -1/3$.

Questão 18. A figura abaixo ilustra o gráfico de duas funções reais $g(x) = Mx + 2P$ e $h(x) = 2Mx + P$, com $x \in \mathbb{R}$.



Se o ponto de interseção tem coordenadas (3,5), então:

(A) *P = M*. (B) *P = 2M*. **(C)** *P = 3M*. (D) *P + M = 0*. (E) *P + M = 1*.

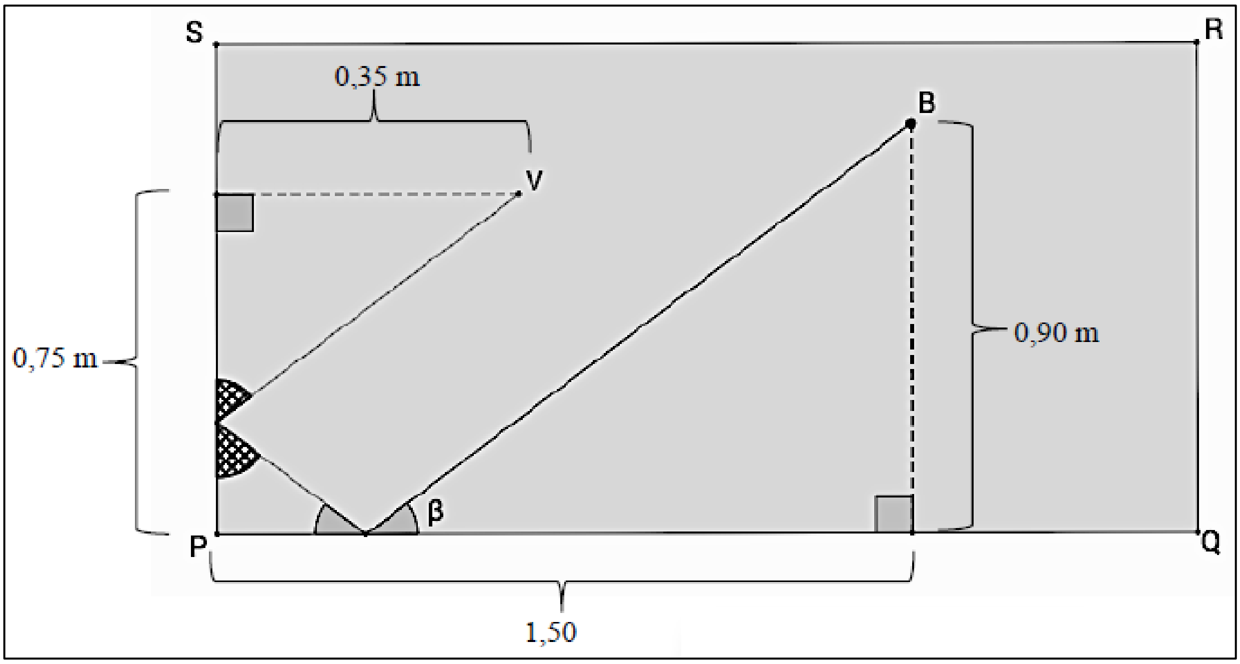
Solução. Os gráficos representam funções afins. Utilizando o ponto de interseção, temos:

$$\begin{cases} 3.M + 2P = 5 \\ 6M + P = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3.M + 2P = 5 \\ -12M - 2P = -10 \end{cases} \Rightarrow -9M = -5 \Rightarrow M = \frac{5}{9}.$$

Substituindo na 1ª equação, vem: $3.\left(\frac{5}{9}\right) + 2P = 5 \Rightarrow 2P = 5 - \frac{5}{3} \Rightarrow 2P = \frac{10}{3} \Rightarrow P = \frac{5}{3}$.

Logo, P = 3M.

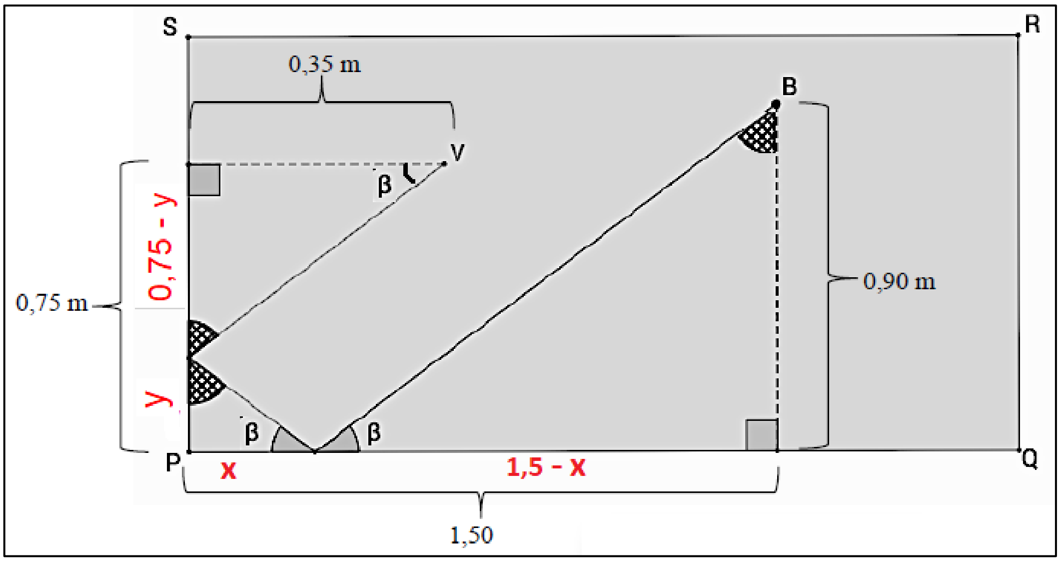
Questão 19. O retângulo PQRS é a representação de uma mesa de sinuca. O objetivo é alcançar a bola verde, representada pelo ponto V, com a bola branca, representada pelo ponto B. Sabe-se que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão, como destacado na figura abaixo.



Qual o valor da tangente do ângulo β?

(A) 32/37 **(B)** 33/37 (C) 36/37 (D) 32/35 (E) 33/35

Solução. Completando os ângulos temos que os triângulos são semelhantes. Identificando as medidas e estabelecendo as relações, temos:



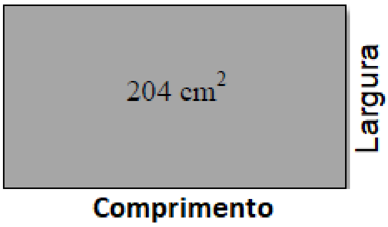
i) $\frac{0,9}{y} = \frac{1,5-x}{x} \Rightarrow$ **0,9x = 1,5y – xy => xy = 1,5y – 0,9x.**

ii) $\frac{0,75-y}{y} = \frac{0,35}{x} \Rightarrow$ **0,75x – xy = 0,35y => xy = 0,75x – 0,35y.**

iii) 1,5y – 0,9x = 0,75x – 0,35y => 1,85y = 1,65x => 0,37y = 0,33x => $\frac{y}{x} = \frac{0,33}{0,37} = \frac{33}{37}$.

A razão $\frac{y}{x}$ **é a tangente β.**

Questão 20. A figura ilustra uma chapa metálica retangular bem fina cuja superfície vale 204 cm^2.



Devido à dilatação térmica, a maior das dimensões (comprimento) foi aumentada de 3 cm e a largura, de 2 cm, fazendo com que essa superfície seja aumentada de 76 cm^2.

"Observe que a área de um retângulo corresponde ao produto do comprimento pela largura."

Nessas condições, o comprimento pode ter dois valores, ambos contidos no intervalo:

(A) [11,0; 12,5]. (B) [13,5; 15,5]. (C) [14,5; 16,5]. **(D)** [16,5; 18,5]. (E) [17,5; 19,5].

Solução. Considerando C o comprimento e L, a largura antes da dilatação, temos:

i) C.L = 204 => L = $\frac{204}{C}$.

ii) (C + 3).(L + 2) = 204 + 76 = 280 => CL + 2C + 3 L + 6 = 280 => 2C + 3L = 280 – 6 – 204 => 2C + 3L = 70.

iii) Temos: 2C + 3.$\left(\frac{204}{C}\right)$ = 70 => 2C^2 – 70C + 612 = 0 => C^2 – 35 C + 306 = 0. Como 17 x 18 = 306, temos:

(C – 17).(C – 18) = 0 => C = 17 ou C = 18. Ambos os valores estão no intervalo [16,5; 18,5].