COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO À 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL 2006/2007
PROVA DE MATEMÁTICA
21 DE OUTUBRO DE 2006

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Era uma vez a Cidade de Ouro, a mais bela de todas as cidades. Sua população era pacífica, culta e todos gostavam de matemática. Do total da população, 30 % eram jovens, 70 % eram homens e 20 % das mulheres eram jovens. Sendo assim, qual o percentual de homens que eram jovens na Cidade de Ouro?

(A) 6 % (B) 20 % **(C)** 24 % (D) 26 % (E) 30 %

Solução. De acordo com as informações, temos:

i) Do total, 30% são mulheres e 20% desse percentual são jovens. Isto é, (30%).(20% = 6% são mulheres jovens.

ii) Se 6% dos 30% de jovens são mulheres, então (30% – 6%) = 24% são homens jovens.

Questão 2. Por ser uma cidade rica, próspera e com a melhor infra-estrutura possível para a época, quando um novo morador chegava à cidade era informado de que deveria pagar impostos por 10 anos consecutivos. O imposto era pago da seguinte forma: no 1º ano, 1 (uma) moeda de ouro; no 2º ano, 2 (duas) moedas de ouro; no 3º ano, 4 (quatro) moedas de ouro; no 4º ano, 8 (oito) moedas de ouro; e assim, sucessivamente, até o 10º ano. Então, podemos afirmar que no 10º ano ele pagou:

(A) 256 moedas (B) 340 moedas (C) 400 moedas **(D)** 512 moedas (E) 1 024 moedas

Solução. O número de moedas a cada ano corresponde a uma potência de 2.

1° ano: $2^0 = 1$; 2° ano: $2^1 = 2$; 3° ano: $2^2 = 4$; 4° ano: $2^3 = 8$; .....

10° ano: $2^{10-1} = 2^9 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 512$ moedas.

Questão 3. Barba Negra, o pirata mais temido de todos os mares, era também um apaixonado pela matemática. Seu navio, todo disfarçado, acabara de chegar à Cidade de Ouro, onde existia muito ouro, devido aos impostos. Barba Negra tinha que abastecê-lo com 5 000 litros de água, 1 500 litros de óleo e 3 000 litros de rum. Tudo isso deveria ser distribuído em grandes barris, todos iguais, de modo que a quantidade, em litros, dentro de cada barril ficasse a mesma e a maior possível. Sendo assim, quantos barris foram necessários?

(A) 21 **(B)** 19 (C) 16 (D) 13 (E) 10

Solução. A quantidade de litros em cada barril, sendo a mesma em todos e a maior possível, corresponde ao MDC (5 000, 1 500, 3 000) = 4 x 125 = 500 litros.

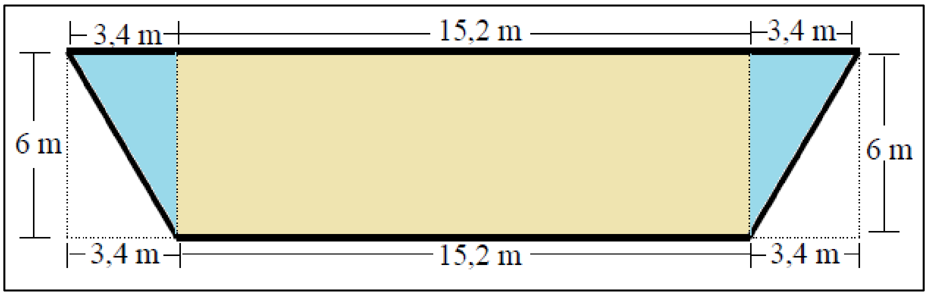
Dessa forma serão necessários:

i) 5 000 ÷ 500 = 10 barris com água;
ii) 1 500 ÷ 500 = 3 barris com óleo;
iii) 3 000 ÷ 500 = 6 barris com água;

iv) Total de barris: 10 + 3 + 6 = 19.

5000	1500	3000	2
2500	750	1500	2
1250	375	750	2
625	375	375	3
625	125	125	5
125	25	25	5
25	5	5	5
5	1	1	5
1	1	1	

Questão 4. Assim que começou a abastecer seu navio, Barba Negra percebeu que ele necessitava de reparos, decidindo, então, que deveria pintar o casco dele por fora. Suponha que a figura abaixo represente cada lado do casco. Sabendo-se que um tonel de tinta pinta uma área de 2,5 m^2, determine a quantidade mínima de tonéis necessários para pintar os dois lados do casco do navio.



(A) 45 (B) 60 (C) 75 **(D)** 90 (E) 105

Solução. A área pintada de cada lado corresponde à soma das áreas de dois triângulos e um retângulo.

i) Área do triângulo = $\frac{b \times h}{2} = \frac{(3{,}4)\times(6)}{2} = (3{,}4) \text{ x } 3 = 10{,}2 \text{ m}^2$. Como há dois triângulos desse de um lado e dois do outro, a área total dos triângulos é 4 x (10,2) = 40,8 m^2.

ii) Área do retângulo = b x h = (15,2) x (6) = 91,2 m^2. Como há um de cada lado, a área total dos retângulos é 2 x (91,2) = 182,4 m^2.

iii) A área a ser pintada, portanto, é (40,8) + (182,4) = 223,2 m^2.

iv) Se um tonel de tinta pinta 2,5 m^2, são necessários (223,2 ÷ 2,5) = 89,28 tonéis. Como deve ser um número inteiro, a quantidade mínima de tonéis é 90.

Questão 5. Enquanto abastecia e pintava seu navio, Barba Negra planejava novos ataques aos navios do Rei que transportavam ouro, prata e bronze, os quais sempre passavam pela ilha do Dedo de Deus às 15 horas. Segundo seus espiões, de dois em dois dias passava por essa ilha o navio real Tor, cheio de bronze; de três em três dias passava o navio real Hércules, cheio de prata, e de quatro em quatro dias passava o navio real Ícaro, cheio de ouro. Barba Negra ficou sabendo que no dia 1º de março os três navios passariam juntos pela citada ilha. Sendo assim, no mês de março, quantas vezes os três navios passariam juntos pela ilha do Dedo de Deus?

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 10 (E) 15

Solução. Os navios passam juntos no período do MMC (2, 3, 4) = 12. Como passaram juntos dia 1° de março, passariam juntos, de novo, nos dias (1 + 12) = 13 e (13 + 12) = 25 de março. Logo, 3 dias nesse mês.

Questão 6. Assim que soube da presença de Barba Negra, o Rei ordenou ao seu melhor guerreiro, Capitão Strong, que fosse ao porto da cidade capturá-lo. Lá chegando, Strong percebeu que o perigoso pirata já havia partido e a única pista que dele encontrou foi um pergaminho que continha duas tabelas e uma fórmula, transcritas abaixo, as quais, se corretamente interpretadas, revelariam o nome do próximo navio real a ser atacado. Capitão Strong descobriu que, na TABELA 1, cada letra correspondia a um número e que, ao substituir na FÓRMULA as letras pelos números correspondentes, chegaria a um resultado que, na TABELA 2, indicaria o nome do navio. Determine-o.

TABELA 1
$a \to 4$
$b \to 0$
$c \to 3$
$f \to 5$
$h \to 1$
$m \to 8$
$s \to 2$

FÓRMULA

$$\frac{c^c \times a^b + s}{\frac{1}{3}(m - f)}$$

TABELA 2
11 → Tor
29 → Hércules
36 → Ícaro
81 → Zeus
108 → Estrela

(A) Tor (B) Ícaro **(C)** Hércules (D) Zeus (E) Estrela

Solução. Substituindo e calculando, temos:

$$\frac{3^3 \times 4^0 + 2}{\frac{1}{3}.(8-5)} = \frac{27 \times 1 + 2}{\frac{1}{3}.(3)} = \frac{27 + 2}{1} =$$ **29. Pela Tabela 2, será o navio Hércules.**

Questão 7. Enquanto isso, Barba Negra seguia para a ilha da Cabeça da Caveira, onde enterrava todo o tesouro que roubava dos navios do Rei. Assim que chegou à ilha, foi logo pegando seu mapa, pois sem ele jamais encontraria o local onde anteriormente enterrara seu tesouro roubado. A primeira pista do mapa era: "Da pedra das Gêmeas, caminhe K passos no sentido leste, onde K é o resultado da expressão abaixo." Quantos passos Barba Negra caminhou?

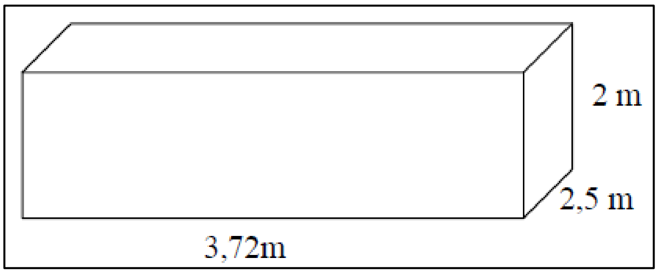
$$\boxed{\dfrac{\left(\dfrac{95}{90}+0,555...\right)\div\dfrac{5}{6}}{\dfrac{30^2}{120}\times\dfrac{4}{2^2\times3^2\times5^2}}}$$

(A) 29 (B) 30 (C) 46 (D) 52 **(E)** 58

Solução. Representando as dízimas e decimais na forma fracionária e resolvendo, temos:

$$\dfrac{\left(\frac{95}{90}+0,555...\right)\div\frac{5}{6}}{\frac{30^2}{120}\times\frac{4}{2^2\times3^2\times5^2}}=\dfrac{\left(\frac{19}{18}+\frac{5}{9}\right)\times\frac{6}{5}}{\frac{900}{120}\times\frac{4}{2^2\times3^2\times5^2}}=\dfrac{\left(\frac{19+10}{18}\right)\times\frac{6}{5}}{\frac{30}{4}\times\frac{4}{2^2\times3^2\times5^2}}=\dfrac{\frac{29}{18}\times\frac{6}{5}}{\frac{1}{1}\times\frac{1}{2\times3\times5}}=\dfrac{\frac{29}{15}}{\frac{1}{30}}=\frac{29}{15}\times\frac{30}{1}=(29)\text{ x }(2)=58.$$

Questão 8. A segunda pista do mapa era: "Caminhe, no sentido norte, tantos metros quanto for a décima parte do número de barris de água, totalmente cheios, necessários para encher a Cova do Leão." Sabendo-se que a capacidade de um barril totalmente cheio é de 60 litros e que a Cova do Leão tem a forma de um paralelepípedo, conforme representado na figura abaixo, determine quantos metros caminhou o pirata.



(A) 30 **(B)** 31 (C) 32 (D) 33 (E) 34

Solução. Calculando o volume da Cova, temos:

i) Volume da Cova: (2) x (2,5) x (3,72) = 18,6 m^3 = 18 600 dm^3 = 18 600 litros.

ii) Quantidade de barris para encher a Cova: (18 600 ÷ 60) = 310.

iii) Metros a ser caminhado: 1/10 de (310) = 31 metros.

Questão 9. A terceira pista do mapa era: "Das barras de ouro que forem roubadas, $\frac{2}{5}$ pertencem a Barba Negra, $\frac{1}{3}$ do que sobrar fica para seu melhor amigo, o pirata Fix, e o que restar deve ser dividido entre 50 outros piratas. Ande tantos passos, no sentido da Caverna das Caveiras, quanto for a quantidade de barras que cada um destes piratas ganhará quando forem roubadas 7 500 barras de ouro". Quantos passos Barba Negra andou?

(A) 40 (B) 50 **(C)** 60 (D) 70 (E) 80

Solução. O número de passos dados está relacionado à quantidade de barras ganha por cada um dos 50 piratas.

i) Pertencem ao Barba Negra: $\frac{2}{5}$ de 7 500 = 7 500 ÷ 5 x 2 = 1 500 x 2 = 3 000 barras;

ii) Pertencem ao Fix: $\frac{1}{3}$ de (7 500 – 3 000) = 4 500 ÷ 3 x 1 = 1 500 barras;

iii) Pertencem a cada um dos 50 piratas: [7 500 – (3 000 + 1 500)] ÷ 50 = [7 500 – 4 500] ÷ 50 = 3 000 ÷ 50 = 60.

iv) Barba Negra andará 60 passos.

Questão 10. Assim que chegou à Caverna das Caveiras, Barba Negra desenterrou uma garrafa que continha um pedaço de papel com a seguinte informação: “Caminhe, no sentido da Cachoeira Véu da Noiva, tantos quilômetros quanto for o valor de **n** para que o resultado da expressão $\mathbf{5.10^5 + 2.10^4 + 4.10^3 + 530 + n}$ seja divisível por 11, sabendo que **n** é um número natural menor que 10.” Podemos, então, afirmar que Barba Negra caminhou:

(A) 1 km (B) 5 km (C) 6 km (D) 8 km (E) 9 km

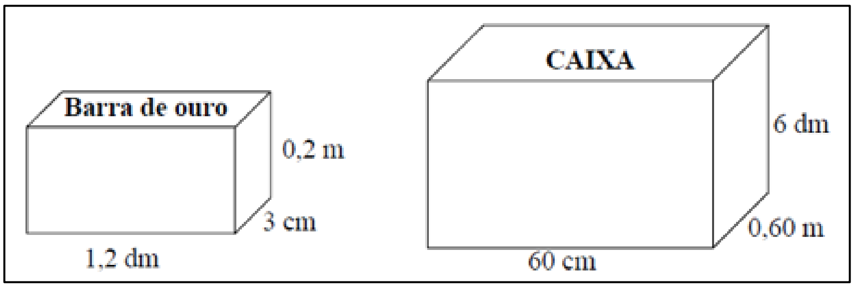
Solução. Um número é divisível por 11 quando a diferença entre as somas dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar e a dos de ordem par é divisível por 11 ou zero (as somas são iguais).
O algarismo das unidades é de 1ª ordem, o das dezenas de 2ª ordem, o das centenas de 3ª ordem, e assim sucessivamente.
O número formado é 500 000 + 20 000 + 4 000 + 530 + n = 524 53n.

i) Soma das ordens ímpares: n + 5 + 2 = 7 + n;

ii) Soma das ordens pares: 3 + 4 + 5 = 12;

iii) 7 + n = 12 => n = 5. Logo, caminha 5 km.

Questão 11. Quando achou o esconderijo, Barba Negra resolveu desenterrar as barras de ouro e guardá-las em caixas. Tanto as barras de ouro quanto as caixas onde elas deveriam ser guardadas tinham a forma de paralelepípedos, com dimensões indicadas nas figuras abaixo. Sabendo-se que o número mínimo de caixas necessárias para guardar todas as barras de ouro é 15, determine qual dos números abaixo indicados pode corresponder à quantidade de barras de ouro.



(A) 3 812 (B) 3 917 (C) 4 101 (D) 4 190 (E) 4 403

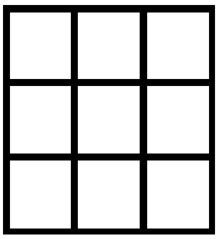
Solução. Representando todas as medidas em centímetros, temos:

i) Barra de ouro: 12 cm x 3 cm x 20 cm; **ii) Caixa: 60 cm x 60 cm x 60 cm;**

iii) No comprimento, cabem (60 ÷ 12) = 5 barras, na largura (60 ÷ 3) = 20 barras e na altura, (60 ÷ 20) = 3 barras. Logo, em cada caixa cabem (5 x 20 x 3) = 300 barras.

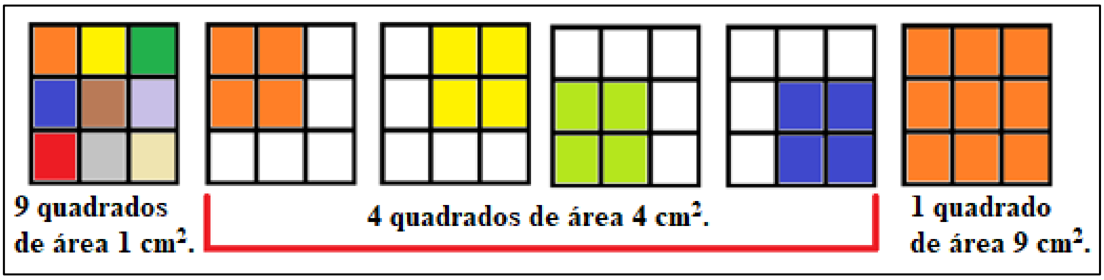
Como há pelo menos 15 caixas, então o número total de barras está entre (14 x 300) = 4 200 e (300 x 15) = 4 500. Logo, um número possível é 4 403.

Questão 12. Assim que acabou de roubar mais um navio do Rei, Barba Negra mandou pintar no mastro do seu navio o símbolo abaixo indicado, onde a soma das áreas de todos os possíveis quadrados existentes no símbolo corresponde ao número de navios já roubados. Sabendo-se que o símbolo é formado por nove quadrados de lado 1 cm, determine quantos navios do Rei já haviam sido roubados por Barba Negra?



(A) 13 (B) 18 (C) 25 (D) 30 (E) 34

Solução. Encontrando os possíveis quadrados, temos:



A soma das áreas é: (9 x 1 cm²) + (4 x 4 cm²) + (1 x 9 cm²) = 9 cm² + 16 cm² + 9 cm² = 34 cm².

Logo, Barba Negra roubou 34 navios.

Questão 13. Ao saber do roubo de mais um de seus navios, o Rei mandou o capitão Strong informar aos demais capitães sobre o ocorrido. No mesmo dia, capitão Strong informou a três capitães, que, por sua vez, avisaram, cada um deles, a outros três; estes, por sua vez, enviaram, cada um deles, três mensageiros, os quais avisaram, cada um deles, a outros três capitães. Quantos capitães, incluindo o capitão Strong, foram avisados, sabendo que nenhum deles foi avisado mais de uma vez?

(A) 36 (B) 40 (C) 81 **(D)** 94 (E) 121

Solução. Organizando as mensagens, temos:

i) Capitão Strong informa a 3 capitães;

ii) Cada um dos 3 capitães informam a 3 capitães. Logo, ficaram informados (3 x 3) = 9 capitães;

iii) Cada um dos 9 últimos capitães enviam 3 mensageiros. Logo, (9 x 3) = 27 mensageiros vão avisar.

iv) Cada um dos 27 mensageiros informam a 3 capitães. Logo, ficaram informados (27 x 3) = 81 capitães;

Total de capitães avisados, contando Strong: 1 + 3 + 9 + 81 = 94 capitães.

		Strong		
1° aviso	1	1	1	Capitães avisados pelo Srong.
2° aviso	3	3	3	Capitães avisados por 1 capitão.
N° de mensageiros	9	9	9	Nenhum capitão é avisado ainda.
3° aviso	27	27	27	Capitães avisados pelos mensageiros.
Total parcial:	31	31	31	Total de capitães avisados fora Strong.

Total (incluindo Strong): 3 x 31 + 1 = 93 + 1 = 94.

Questão 14. Depois de vários dias no mar, finalmente o capitão Strong avistou o navio de Barba Negra. Após alguns cálculos, percebeu que Barba Negra estava 60 km a sua frente e que, a cada hora, percorria 17 km, enquanto o seu navio percorria 20 km, ambos navegando na mesma direção e no mesmo sentido. Determine quantos quilômetros capitão Strong deveria navegar até alcançar Barba Negra.

(A) 400 (B) 360 (C) 300 (D) 260 (E) 200

Solução. A velocidade do navio de Strong era de 20 km/h e de Barba Negra, 17 km/h. A cada hora, os navios andam os múltiplos dessas velocidades.

Após um tempo T os navios percorrem 17 x T e 20 x T. Para que o navio de Strong alcance o de Barba Negra, devemos ter:
20 x T = 17 x T + 60 => 20 x T – 17 x T = 60 => 3 x T = 60 => T = 20 horas.

Logo, Strong deve navegar: (20 x 20) = 400 km.

Questão 15. Quando os navios estavam bem próximos, travaram uma intensa batalha. O navio de Barba Negra foi atingido por um tiro de canhão que abriu um buraco enorme no seu casco. O pirata Fix percebeu que, a cada 2 minutos, entravam no navio pirata 500 litros de água do mar. Para que não afundasse, Fix ordenou que um grupo de marujos retirassea água, o que foi feito utilizando uma bomba manual que jogava de volta para o mar 150 litros de água a cada 30 segundos. Sabendo que o navio pirata já estava com 2 100 litros de água do mar no seu interior quando os marujos começaram a bombear, o tempo total para retirar toda a água do mar de dentro do navio foi de:

(A) 12 minutos (B) 15 minutos (C) 18 minutos (D) 21 minutos **(E)** 42 minutos

Solução. De acordo com as informações, a cada 2 minutos entravam 500 litros de água. Logo, a cada minuto, entravam 250 litros. A bomba jogava de volta para o mar 150 litros a cada 30 segundos. Logo, a cada minuto, jogava 300 litros. Dessa forma a cada minuto o navio ficava com menos (300 – 250) = 50 litros de água.

Para retirar todos os 2 100 litros serão necessários (2 100 ÷ 50) = 42 minutos.

Questão 16. Durante a batalha, capitão Strong conseguiu capturar o pirata Fix. Avisado, o rei mandou que o interrogassem, pois queria saber quantos homens de Barba Negra ainda estavam vivos. Foi dito ao prisioneiro que, se ele falasse a verdade, sua vida seria poupada. Querendo manter-se vivo e, ao mesmo tempo, não trair Barba Negra, Fix respondeu da seguinte forma: “Antes da batalha, a tripulação de Barba Negra era de 100 pessoas, das quais 99 %

eram homens. Agora, o número de homens vivos é igual ao número de homens que devem ser retirados do total de homens da tripulação para que o restante de homens represente 98% da nova composição da tripulação, que continua não sendo só masculina.” Quantos homens de Barba Negra ficaram vivos?

(A) 1 (B) 25 (C) 40 (D) 48 **(E)** 50

Solução. Antes da batalha havia 100 pessoas, sendo 99 homens e 1 mulher. O número de homens vivos, segundo o prisioneiro, é N de forma que $\frac{99-N}{100-N}=\frac{98}{100}$ => $\frac{99-N}{100-N}=\frac{49}{50}$ => 4 950 – 50N = 4 900 – 49N => N = 50.

Logo, há 50 homens vivos.

OBS: O quadro mostra a situação onde seriam retirados o número de vivos, isto é, 50 homens e a nova composição.

	Todos	Retirados 50 Homens
Homens	99	49
Mulheres	1	1
Total	100	50
% de Homens	99%	98%

Questão 17. Derrotado, Barba Negra tentou fugir, porém seu navio estava muito pesado, chegando aos 50 000 kg. Para ficar mais leve, Barba Negra resolveu jogar no mar metade do ouro que estava levando, reduzindo o peso do navio para 40 500 kg. Percebendo que para o navio atingir o peso ideal de fuga seria necessário jogar fora todo o ouro no mar, Barba Negra, muito contrariado, ordenou que isso fosse feito. Sendo assim, qual era o peso ideal de fuga?

(A) 31 000 kg (B) 28 000 kg (C) 25 000 kg (D) 20 000 kg (E) 17 000 kg

Solução. Se o navio possuía 50 000 kg e ficou com 40 500 kg, então foram jogados no mar 9 500 kg. Se esse valor é a metade, então foi jogado outro valor desse para que o peso fosse o ideal.
Logo, o peso ideal é de 40 500 kg – 9 500kg = 31 000 kg.

Questão 18. Depois de capturado, Barba Negra foi julgado, condenado a 280 meses de prisão e enviado para o presídio Nunca Mais. Essa pena deveria ser cumprida da seguinte maneira: os 20 % iniciais desse tempo, trabalhando no pântano; depois, $\frac{1}{4}$ do tempo restante, quebrando pedras; em seguida, 0,25 do tempo que restasse, alimentando os jacarés; e, finalmente, o resto do tempo na solitária. Quantos meses o pirata Barba Negra ficou na solitária?

(A) 224 (B) 168 **(C)** 126 (D) 56 (E) 42

Solução. Calculando cada tempo, temos:

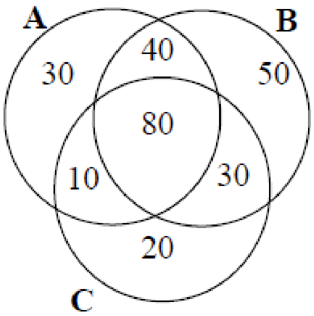
i) Trabalhando no pântano: 20% de 280 meses = 280 ÷ 5 = 56 meses;

ii) Quebrando pedras: (280 – 56) ÷ 4 = 224 ÷ 4 = 56 meses;

iii) Alimentando jacarés: 25% de (280 – 2 x 56) = (280 – 112) ÷ 4 = 168 ÷ 4 = 42 meses;

iv) Solitária: 280 – (2 x 56 + 42) = 280 – (112 + 42) = 280 – 154 = 126 meses.

Questão 19. Quando retornou à Cidade de Ouro, capitão Strong foi tratado como herói. Em homenagem a ele e aos homens que lutaram contra Barba Negra, foi construído um imenso painel de ouro, indicado na figura abaixo.



Conjunto A → homens que lutaram na ilha Dedo de Deus.

Conjunto B → homens que lutaram na Batalha Marítima.

Conjunto C → homens que lutaram na Cidade de Ouro.

De acordo com o painel, podemos afirmar que:

(A) 260 homens lutaram na Batalha Marítima;

(B) 120 homens lutaram na Cidade de Ouro e também na Batalha Marítima;

(C) 110 homens lutaram na Cidade de Ouro e também na ilha Dedo de Deus;

(D) 160 homens lutaram na ilha Dedo de Deus;

(E) 60 homens lutaram somente na ilha Dedo de Deus.

Solução. Analisando as afirmações, temos:

(A) Falsa. Na Batalha Marítima lutaram 40 + 80 + 50 + 30 = 200 homens;

(B) Falsa. Na Cidade do Ouro e na Batalha Marítima lutaram simultaneamente 80 + 30 = 110 homens;

(C) Falsa. Na Cidade do Ouro e na ilha do Dedo de Deus lutaram simultaneamente 80 + 10 = 90 homens;

(D) Verdadeira. Na ilha do Dedo de Deus lutaram 30 + 10 + 40 + 80 = 40 + 120 = 160 homens;

(E) Falsa. Lutaram 160 homens.

Questão 20. Durante as comemorações pela captura do pirata Barba Negra, o Rei autorizou passeios no navio do capitão Strong, para que os habitantes da Cidade de Ouro pudessem sentir aemoção de navegar no melhor navio real. Como este ainda estava aparelhado para guerra, em cada passeio só poderia transportar 50 adultos ou então 60 crianças. Para o primeiro passeio foram relacionados 35 adultos e o número máximo de crianças possível. Quantas crianças foram no primeiro passeio?

(A) 10 (B) 15 **(C)** 18 (D) 20 (E) 24

Solução. A relação 50 adultos ou 60 crianças indica que 5 adultos equivalem a 6 crianças. Se já estão no barco 35 adultos, sobram lugar para 15 adultos. Como 15 adultos é o triplo de 5, o equivalente de crianças é o triplo de 6, isto é, 3 x 6 = 18 crianças.