COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO AO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL 2011/2012
PROVA DE MATEMÁTICA
16 DE OUTUBRO DE 2011

MATEMÁTICA - GABARITO

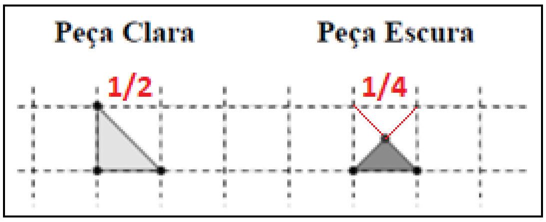
(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

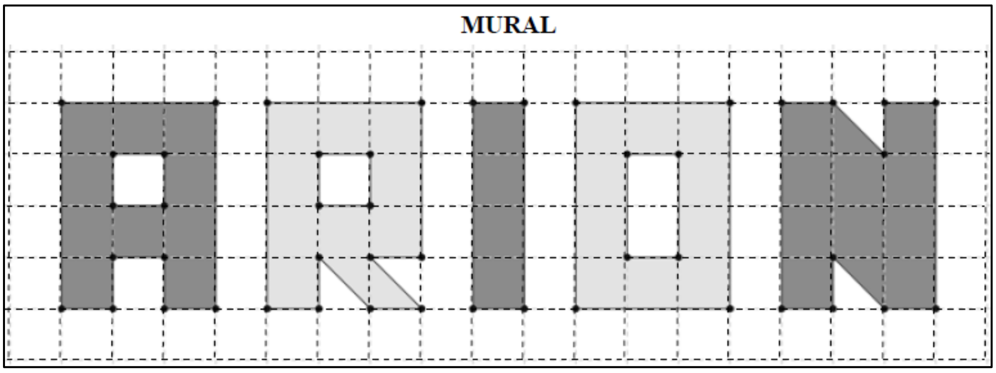
Questão 1. ***Arion*** é o mascote dos Jogos Mundiais Militares, competição internacional que, em 2011, aconteceu no Rio de Janeiro.

"A missão do Arion é a de contagiar as pessoas com o maior objetivo do evento: que é promover, por intermédio do esporte, a paz entre as nações."

(fonte: http://www.rio2011.mil.br)

Durante as aulas de Educação Artística, os alunos do CMRJ fizeram um mural com o nome do mascote dos Jogos Militares em uma malha quadriculada. Para isso, usaram peças de cores e formatos diferentes, como mostra a figura abaixo.





Desse modo, para compor todo o mural, os alunos usaram:

(A) 40 peças claras e 100 peças escuras.

(B) 20 peças claras e 25 peças escuras.

(C) 40 peças claras e 50 peças escuras.

(D) 20 peças claras e 100 peças escuras.

(E) 21 peças claras e 26 peças escuras.

Solução. Um quadradinho da malha vale 2 peças claras e 4 peças escuras. Efetuando os cálculos, temos:

i) <u>Peças claras</u>: letra R com 9 quadradinhos inteiros e 2 metades + letra O com 10 quadradinhos.

Total de peças: 9.(2) + 2 + 10.(2) = 18 + 2 + 20 = 40 peças claras.

ii) <u>Peças escuras</u>: letra A com 10 quadradinhos inteiros + letra I com 4 quadradinhos + letra N com 10 quadradinhos inteiros e 2 metades.

Total de peças: 10.(4) + 4.(4) + 10.(4) + 2.(2) = 40 + 16 + 40 + 4 = 100 peças escuras.

Questão 2. Usei um terço do meu salário para pagar a parcela do meu apartamento, metade do que sobrou para pagar o plano de saúde, um quarto do que sobrou para pagar as compras de mês e um terço do que sobrou para pagar o telefone. Se, após o pagamento dessas contas, sobraram R$ 95,00, meu pagamento foi de:

(A) R$ 2280,00 (B) R$ 1140,00 (C) R$ 760,00 **(D)** R$ 570,00 (E) R$ 380,00

Solução. Expressando os gastos, temos:

i) Apartamento: $\frac{S}{3}$ **e sobra** $S - \frac{S}{3} = \frac{3S-S}{3} = \frac{2S}{3}$.

ii) Plano de saúde: $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2S}{3}\right) = \frac{S}{3}$ **e sobra** $\left(\frac{2S}{3} - \frac{S}{3}\right) = \frac{S}{3}$.

iii) Compras do mês: $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{S}{3}\right) = \frac{S}{12}$ **e sobra** $\left(\frac{S}{3} - \frac{S}{12}\right) = \left(\frac{4S-S}{12}\right) = \frac{3S}{12} = \frac{S}{4}$.

iv) Telefone: $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{S}{4}\right) = \frac{S}{12}$ **e sobra** $\left(\frac{S}{4} - \frac{S}{12}\right) = \left(\frac{3S-S}{12}\right) = \frac{2S}{12} = \frac{S}{6}$.

v) A fração $\frac{S}{6}$ **corresponde a R$ 95,00. Então S = (6).(R$ 95,00) = R$ 570,00.**

Questão 3. Um aluno do CMRJ perguntou ao Coronel Arthur, profundo conhecedor da cidade do Rio de Janeiro, qual era o melhor caminho para chegar ao estádio do Maracanã, situado a algumas quadras do colégio. Em resposta, Arthur disse:

Caminhe 0,22 km na direção oeste da R. São Francisco Xavier.

Vire à direita na R. Visconde de Itamarati e caminhe 18 dam.

Vire à direita na R. Prof. Eurico Rabelo e caminhe outros 1,1 hm.

Vire à esquerda na Av. Maracanã e caminhe 190 m.

Por fim, vire à esquerda e caminhe 570 dm até a entrada do estádio.

O trajeto indicado pelo Coronel Arthur tem comprimento, em quilômetros, igual a:

(A) 0,127 (B) 0,575 **(C)** 0,757 (D) 1,570 (E) 7,570

Solução. Representando as medidas em quilômetros, temos:

D = (0,22 + 0,18 + 0,11 + 0,190 + 0,0057) km = 0,757 km.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	0	2	2				
	0	1	8				
	0	1	1				
	0	1	9	0			
	0	0	5	7	0		
Total:	**0,**	**7**	**5**	**7**	**0**		

Questão 4. Uma fazenda é capaz de produzir 2,8 toneladas de feijão por hectare plantado (um hectare corresponde a um hectômetro quadrado). Se um fazendeiro plantou feijão em uma área de 16 quilômetros quadrados e cada um de seus caminhões pode transportar 14000 quilogramas de carga, o número de caminhões necessários para levar toda a produção de feijão ao centro de distribuição é:

(A) 32 **(B)** 320 (C) 1600 (D) 3200 (E) 16000

Solução. A área plantada foi 16 km^2 = 1 600 hm^2 = 1 600 hectares.

Dessa forma ele produziu (2,8).(1 600) = 4 480 toneladas = 4 480 000 kg de feijão.

Serão necessários (4 480 000 ÷ 14 000) = 320 caminhões.

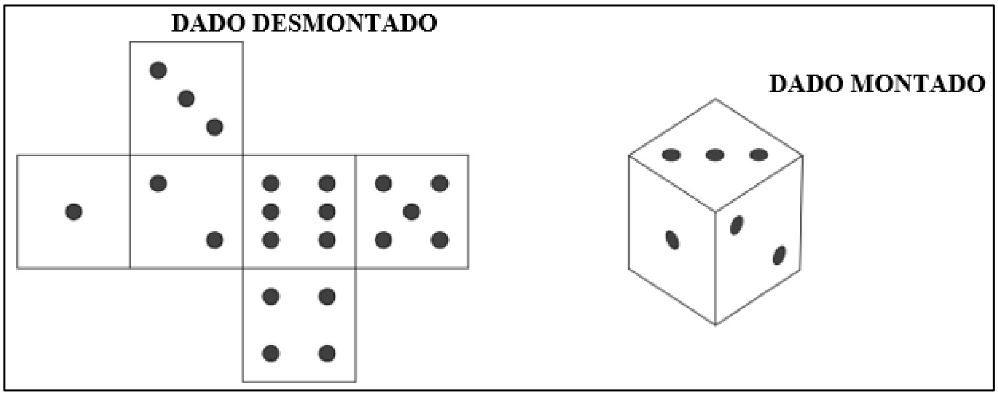
Questão 5. Uma excelente dica para a resolução de uma prova é dividir o tempo previsto. Em uma prova com 20 questões e 3 horas de duração, se você reservar 10 minutos para o preenchimento do cartão resposta, o tempo gasto para a resolução de cada questão será, em média, de:

(A) 9 minutos. (B) 8 minutos e 50 segundos. **(C)** 8 minutos e 30 segundos.

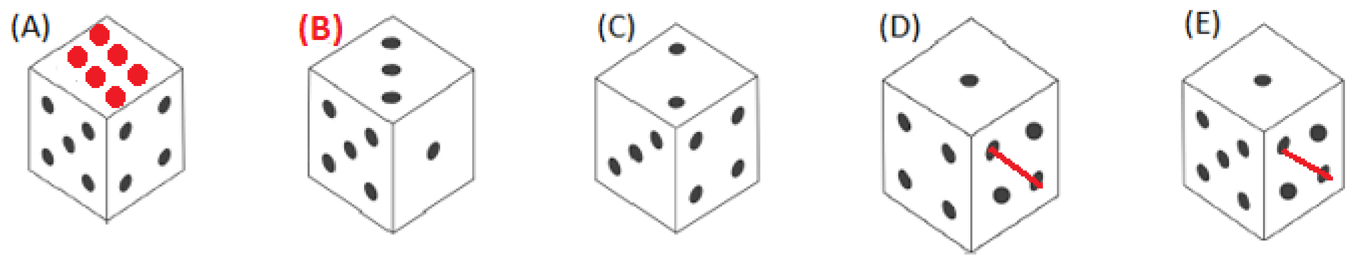
(D) 8 minutos e 20 segundos. (E) 8 minutos.

Solução. O tempo de 3 horas corresponde a (3 x 60) = 180 minutos. Reservando 10 minutos para o preenchimento do cartão, sobram 170 minutos. Cada questão será resolvida em (170 ÷ 20) = 8,5 minutos, em média. Ou seja, 8h e 30 segundos.

Questão 6. A figura a seguir é uma planificação de um cubo que, quando montado, dará origem a um dado para um jogo de tabuleiro.



A opção, que representa uma configuração correta para as faces desse dado após sua montagem, é:



Solução. Analisando as configurações apresentadas, temos:

- Configuração A. Falsa. Embora sejam vizinhas, as faces 6 e 5 estão em direções diferentes da planificação.

- Configuração B. Verdadeira. As faces 1 e 5 serão vizinhas na montagem e a face 3 será superior a ambas.

- Configuração C: Falsa. As faces 3 e 4 são opostas.

- Configuração D: Embora vizinhas as faces 1 e 2 estão em direções diferentes da planificação.

- Configuração E: Falsa. As faces 2 e 5 são opostas.

Das combinações mostradas, temos A e B.

Questão 7. Qual o valor da soma $\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9}+\frac{9}{1+2+3+4+5+6+7+8+9}$?

(A) 5,2 (B) 5,3 (C) 5,4 (D) 5,5 (E) 5,6

Solução. A soma (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 4.(10) + 5 = 45.

A primeira parcela vale 45/9 = 5 e a segunda parcela vale 9/45 = 1/5. Logo a soma é 5 + 1/5 = 25/5 = 5,2.

Questão 8. Em fevereiro de 2011, na cantina do Colégio Militar, um aluno comprava um salgado por R$ 2,00 e um refresco por R$ 1,50. No retorno das férias de julho, foi informado de que houve um aumento de 10% no valor do salgado e uma redução de 18% no preço do refresco. É possível afirmar que, o total gasto por um aluno na compra de um salgado e um refresco, depois das férias:

(A) Aumentou 2%. (B) Aumentou 28%. **(C)** Diminui 2%. (D) Diminui 8%. (E) Diminui 18%.

Solução. O gasto inicial antes das alterções é R$ 2,00 + R$ 1,50 = R$ 3,50.

i) O salgado passou a custar (1,1).(2) = R$ 2,20;

ii) O refresco passou a custar (0,82).(1,50) = R$ 1,23;

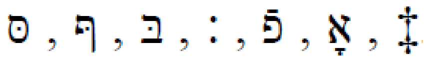
iii) O gasto após as alterções é R$ 2,20 + R$ 1,23 = R$ 3,43.

iv) O gasto diminuiu em R$ 3,50 – R$ 3,43 = R$ 0,07. Logo diminuiu 2%, pois $\frac{0,07}{3,5}=0,02$.

Questão 9. Cientistas examinaram o artefato ao lado, que supostamente é alienígena.

Descobriram que o artefato possuía um visor que mostrava um código composto de dois dígitos.

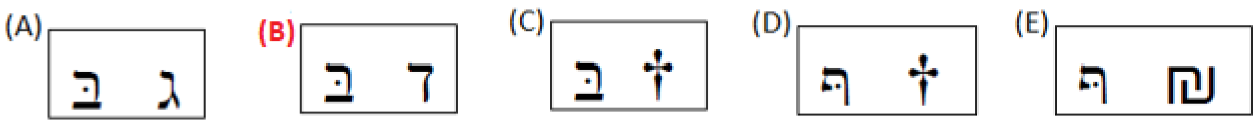
Observaram que o dígito da esquerda exibia um por vez na seguinte ordem, os caracteres



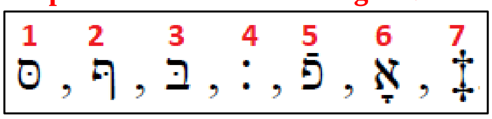
Já o dígito da direita exibia também um por vez na seguinte ordem, os caracteres:

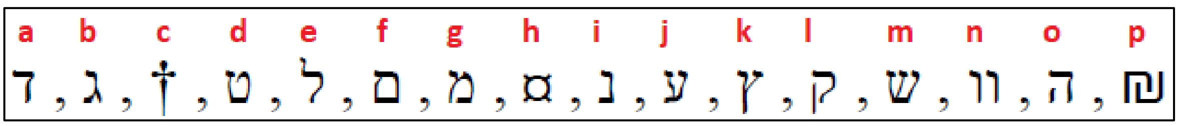
Os caracteres da esquerda, porém, só trocavam depois de completado o ciclo de exibição dos caracteres da direita.

Qual o 33º código que será exibido?



Solução. Para organizar as sequências podemos renomear os dígitos.





De acordo com o código a sequência mostrada é 1a, 1b, 1c, 1d, ..., 1p, 2a, 2b, ...2p. Nesse momento já temos 32 códigos. Logo o 33° será 3a que corresponde a (3a).

Questão 10. Um aluno mais atencioso lembrou a um colega menos atento que o professor mostrou potências de dois, em sala de aula, para que todos observassem e descobrissem como é possível saber o algarismo das unidades de uma potência de dois com expoente natural. Ele deu um exemplo ao colega, mostrando que o algarismo da unidade de 2^{2015} é:

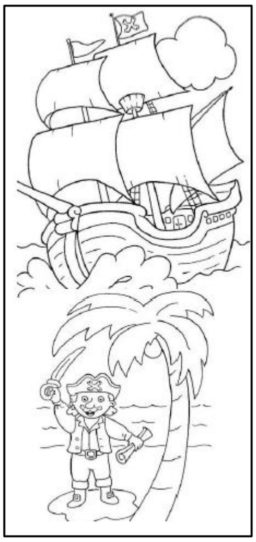
(A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 2 (E) 0

Solução. Observando as potências de 2, temos: $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $2^6 = 64$, ... Repare que as unidades simples se repetem no ciclo 2, 4, 8, 6 de acordo com os expoentes.

Temos que $2^{2015} = 2^{2012}.2^3 = (2^4)^{503}.2^3$. Como 2^4 possui algarismo das unidades simples como 6 e todos os produtos de números com 6 na unidade apresentam 6 na unidade do produto, temos que 2^{2012} tem 6 na unidade simples. Como $2^3 = 8$, a potência 2^{2015} apresenta na unidade o algarismo da unidade de (6 x 8) = 48.

Logo, será o 8.

Questão 11. Cinco Piratas do Caribe prepararam suprimentos para uma navegação de 52 dias, até a Ilha do Tesouro. Sabendo-se que cada pirata consome exatamente 2,5 litros de água por dia, calculou-se que todos iriam chegar à Ilha do Tesouro, sem passar nem um dia com falta d'água. Depois de 16 dias navegando, eles encontraram seu antigo capitão Jack e mais dois tripulantes à deriva, sem suprimentos, num bote salva-vidas. Eles recolheram os três e decidiram seguir viagem. Depois de cinco dias, um dos náufragos, que foi salvo, morreu. A partir de então, até quantos dias, no máximo, o grupo sobrevivente tem para encontrar uma ilha, reabastecer e seguir viagem até a Ilha do Tesouro, sem passar nenhum dia com falta d'água?



(A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 25 (E) 31

Solução. O suprimento de água inicial foi (2,5 L).(5).(52) = 650 litros. Durante os 16 dias foram gastos (5).(16).(2,5 L) = 200 litros pelos 5 piratas. Sobraram 450 litros.

Durante 5 dias, o número de piratas passou para 8 e foram consumidos, nesses cinco dias, (8).(2,5 L).(5) = 100 litros. Sobraram 350 litros.

Com a morte de um pirata, o consumo diário de água passou a ser (7).(2,5) = 17,5 litros. Então o tempo para consumir os 350 litros será de (350 L ÷ 17,5 L/dia) = 20 dias.

Questão 12. Um professor de matemática propôs, em sua turma, um jogo, no qual cada aluno deveria dizer uma proposição matemática. Caso esta proposição fosse verdadeira, o aluno seguinte deveria falar uma proposição falsa.

Quando fosse falsa, o aluno seguinte deveria falar uma proposição verdadeira. Se o aluno não seguisse essa lógica, ele seria eliminado da brincadeira. O primeiro aluno disse: "Entre dois números ímpares o MMC pode ser par". Qual proposição abaixo o segundo aluno poderia falar, para não ser eliminado da brincadeira?

(A) Todo número natural ímpar múltiplo de três é também múltiplo de nove.

(B) O MMC entre dois números quaisquer é sempre maior que o produto dos dois números.

(C) A soma dos algarismos de um múltiplo de onze é sempre um número ímpar.

(D) Quanto maior o número, maior a quantidade de divisores que ele possui.

(E) O MMC entre dois números primos é igual ao produto deles.

Solução. Se um número é ímpar, ele não possui 2 como fator primo. Logo, entre dois números ímpares, o MMC nunca poderá ser par. Então essa afirmação é falsa. O que significa que a próxima deve ser verdadeira.

Analisando as afirmações, temos:

(A) Falsa. Por exemplo, o 15 não é múltiplo de 9.

(B) Falsa. Se um número for múltiplo do outro, o MMC será menor que o produto.
Exemplo: MMC (2, 4) = 4 e o produto (2).(4) = 8.

(C) Falsa. Exemplo 33 é múltiplo de 11 e 3 + 3 é par.

(D) Falsa. Como um número primo só possui 2 divisores, qualquer que seja ele, pequeno ou grande, terá menos divisores que um número composto menor que ele.

(E) Verdadeira. Se são primos, não possuem divisores comuns. Logo, o MMC será o produto entre eles.

Questão 13. Um aluno do Colégio Militar do Rio de Janeiro escreveu a soma ao lado com a intenção de externar o carinho por seu colégio. Sabendo que **CMRJ** representa o ano em que o aluno ingressou no colégio; que cada letra é um dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 e que letras diferentes representam algarismos diferentes, o valor da soma A + M + O + R é:

	C	M	R	J
+	C	M	R	J
	A	M	O	R

(A) 20 (B) 21 (C) 23 (D) 25 **(E)** 26

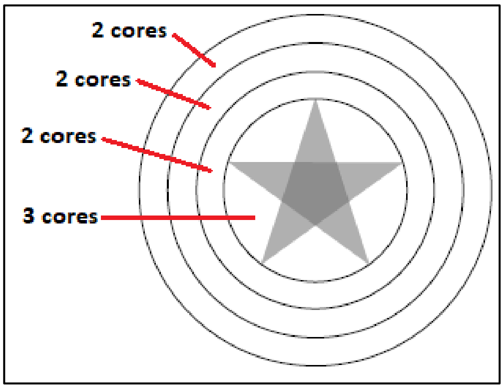
Solução. Como o ano que o aluno entrou possui unidade de milhar igual a 1, temos que A = 2 ou 3. Como M + M = M, esse algarismo é o 9 e houve uma reserva em C + C e em R + R. No caso teríamos M = 9 e A = 3.
R + R será maior que 10 para ter a reserva. Então R = 5, 6, 7 ou 8.

	1	9	8	4
+	1	9	8	4
	3	9	6	8

Como J + J = R, então J = 4 ou 8. J não será 8, pois nesse caso, R = 6 e O = 3 (A já é 3). Então J = 4 e R = 8.

A soma pedida é: 3 + 9 + 6 + 8 = 26.

Questão 14. A Marvel desejou criar um novo modelo para o escudo do Capitão América. Uma das propostas foi o modelo ao lado; que foi rejeitado porque eles não chegaram à conclusão de como colorir. O escudo é formado por quatro círculos concêntricos, com uma estrela de cinco pontas no centro. Considerando que eles poderiam usar 3 cores diferentes da cor da estrela, que todas as partes brancas têm que ser pintadas e que as partes adjacentes não podem ter a mesma cor, quantos escudos diferentes eles poderiam pintar?



(A) 81 (B) 48 (C) 36 **(D)** 24 (E) 12

Solução. No círculo central pode ser utilizada qualquer uma das 3 cores. A partir desse só podem ser usadas 2 cores, evitando a repetição nas regiões adjacentes.

Logo são: 3 x 2 x 2 x 2 = 24 escudos diferentes.

Questão 15. Uma das turmas de 9º ano do CMRJ tem 31 alunos. O quociente entre a soma das idades e o número de alunos é 14. Sabendo-se que, em determinado dia, no qual ninguém havia faltado, quando o professor BV entrou para iniciar a aula, o chefe de turma perguntou a idade do professor e refez os cálculos, considerando-a também, encontrando exatamente 15,5. Qual a idade do professor BV?

(A) 26 anos. (B) 30 anos. (C) 44 anos. **(D)** 62 anos. (E) 82 anos.

Solução. Incialmente o cálculo foi $\frac{S(31)}{31} = 14$ => S(31) = (31).(14) = 434. Quando a idade do professor BV foi considerada, o número de pessoas passou para 32. Temos:

$\frac{S(31)+BV}{32} = 15{,}1$ => S(31) + BV = (32).(15,5) => BV = 496 – S(31) => BV = 495 – 434 = 62.

Questão 16. A tabela abaixo apresenta os resultados de cinco times no 1º turno do Campeonato Grego de futebol no ano de 2011.

	Equipes	Jogos	Vitórias	Empates	Derrotas
α	Alfa	10	8	1	1
β	Beta	10	7	2	1
δ	Gama	10	7	1	2
Δ	Delta	10	8	2	0
π	Pi	10	9	0	1

Se a cada vitória o time ganha três pontos, se a cada empate ganha um ponto e se a cada derrota perde dois pontos, então o time que alcançou a maior pontuação entre os cinco clubes apresentados na tabela acima é:

(A) Alfa. (B) Beta. (C) Gama. **(D)** Delta. (E) Pi.

Solução. Efetuando as expressões numéricas com as pontuações apresentadas, temos:

- Alfa: 3.(8) + 1.(1) – 2.(1) = 24 + 1 – 2 = 23 pontos;

- Beta: 3.(7) + 1.(2) – 2.(1) = 21 + 2 – 2 = 21 pontos;

- Gama: 3.(7) + 1.(1) – 2.(2) = 21 + 1 – 4 = 18 pontos;

- Delta: 3.(8) + 1.(2) – 2.(0) = 24 + 2 – 0 = 26 pontos; (maior pontuação)

- Pi: 3.(9) + 1.(0) – 2.(1) = 27 + 0 – 2 = 25 pontos;

Questão 17. No dia 16 de outubro, haverá uma distribuição de suco durante a prova de seleção do CMRJ. O militar responsável pela distribuição possui 10 jarras do tipo B e sabe que cada jarra B corresponde a $\frac{7}{3}$ da jarra A. Sabe-se ainda que são necessários 12 copos do tipo II, para encher a jarra A e 15 copos do tipo I, para encher a mesma jarra.

Utilizando as 10 jarras do tipo B será possível servir:

(A) 28 copos do tipo I.
(B) 35 copos do tipo I.
(C) 120 copos do tipo II.
(D) 150 copos do tipo I.
(E) 350 copos do tipo I.

Solução. Estabelecendo a relação entre os recipientes, temos:

i) 10 jarras B enchem 10.(7/3) = 70/3 jarras A = (12).(70/3) = (4).(70) = 280 copos do tipo II.

ii) 10 jarras B enchem 10.(7/3) = 70/3 jarras A = (15).(70/3) = (5).(70) = 350 copos do tipo I.

Questão 18. O Sr. Flávio irá construir em sua casa uma piscina. Observando a representação geométrica de dois modelos de piscinas (feitas na mesma escala) apresentados pelo arquiteto Thiago, Flávio fez a seguinte afirmação: “Supondo as duas piscinas cheias até a borda, a figura 2 representa uma piscina com 33% menos água que a piscina representada na figura 1”. Então Thiago respondeu: “Sua afirmação não está correta”.

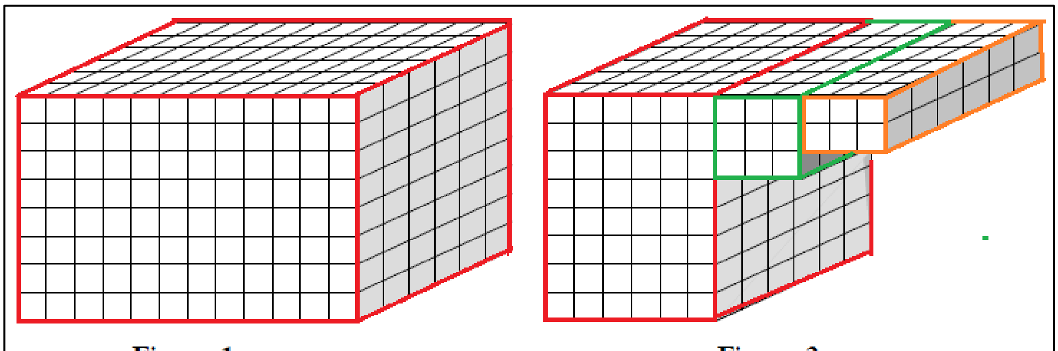


Figura 1 Figura 2

A partir dos dados acima, podemos afirmar que o percentual correto é:

(A) 32%. (B) 33,375%. (C) 33,5%. (D) 34%. **(E)** 34,375%.

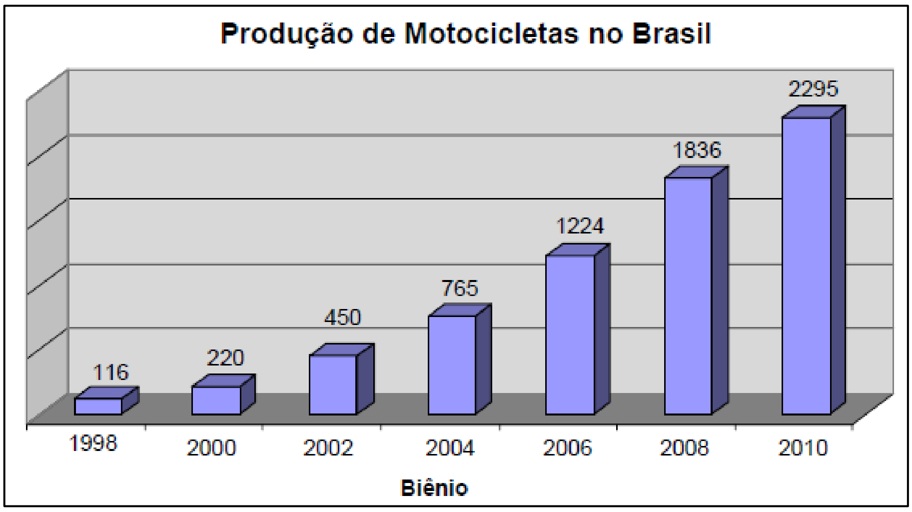
Solução. O volume da figura 1 vale (12).(6).(8) = 576 unidades de volume.

Na figura 2 o volume vale (6).(6).(8) + (3).(6).(3) + (3).(6).(2) = 288 + 54 + 36 = 378 unidades de volume.

O percentual entre esses volumes é: $\frac{378}{576} = 0{,}65625 = 65{,}625\%$.

Logo o volume da figura 2 é (100% – 65,625%) = 34,375%.

Questão 19. A produção bienal de motocicletas no Brasil está sendo exibida no gráfico abaixo. Em qual biênio houve o maior aumento percentual da produção?



(A) 1999 – 2000 (B) 2001 – 2002 (C) 2003 – 2004 (D) 2005 – 2006 (E) 2007 – 2008

Solução. Observando os números, temos que só houve um valor que aumentou mais que o dobro:

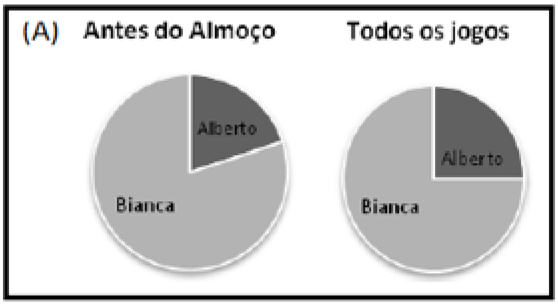
O biênio 2001 – 2002 apresentou aumento de mais de 100%: 220 x 2 = 440 < 450. Esse percentual foi o maior de todos. Nenhum outro apresentou valores iguais ou maior que o dobro.

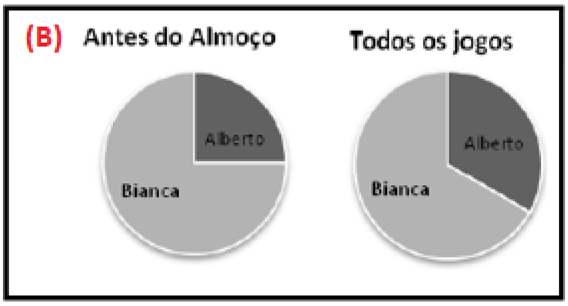
Biênio	1999 - 2000		2001 - 2002		2003 - 2004		2005 - 2006		2007 - 2008		2009 - 2010	
Produção	116	220	220	450	450	765	765	1224	1224	1836	1836	2295
Diferença	104		230		315		459		612		459	
Aumento (%)	104/116 =	89,7%	230/220 =	104,5%	315/450 =	70,0%	459/765 =	60,0%	612/1224 =	50,0%	459/1836 =	25,0%

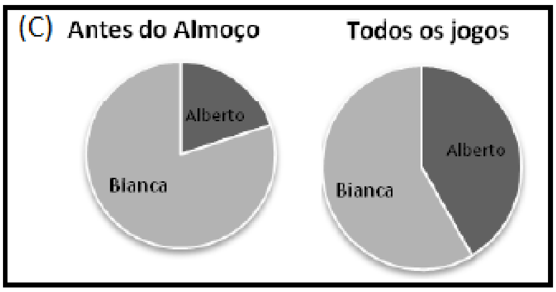
Questão 20. Antes do almoço, Alberto e Bianca disputaram quatro partidas de um de seus jogos prediletos, no novo Xbox-360. Alberto ganhou uma e Bianca ganhou as outras três partidas. Após o almoço, jogaram mais duas partidas, em que cada um ganhou uma. Bianca, valendo-se de seu desempenho no jogo, disse que sua vitória foi esmagadora.

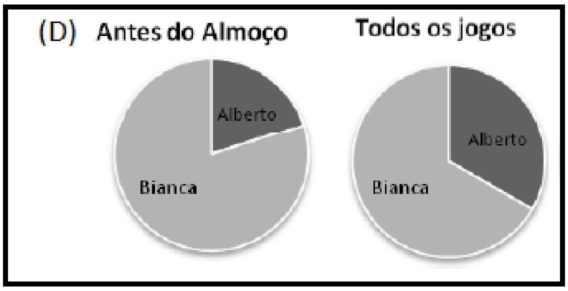
Alberto, não convencido da afirmação de sua irmã, foi ao computador e fez um gráfico de setores para ilustrar as situações de antes do almoço e de todos os jogos disputados no dia, a fim de deixar clara a posição de "Vitória X Derrota" entre os dois.

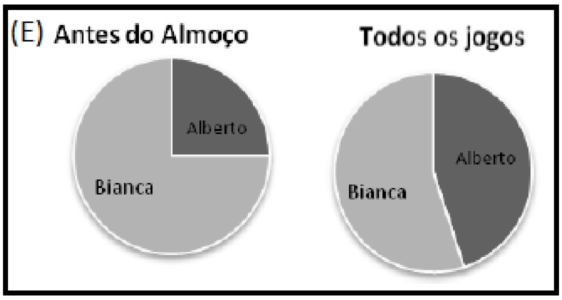
Qual das opções abaixo apresenta os gráficos construídos por Alberto?











Solução. Antes do almoço foram jogadas 4 partidas. Se Alberto ganhou uma, então ganhou 1/4 e no gráfico de setores corresponde a 1/4 de 360° = 90°. Bianca ganhou 3/4 e corresponde a 270°.

Após o almoço, foram jogadas 2 partidas. Desta forma foram jogados no total (4 + 2) jogos e Alberto ganhou 2. Logo ganhou 2/6 = 1/3 de todos os jogos. Esta fração corresponde a 1/3 de 360° = 120°.

A opção que representa o gráfico construído por Alberto é a letra B.

		Alberto	Bianca
Antes do almoço	Vitórias	1	3
Todos os jogos	Vitórias	2	4