



MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltetadeu.mat.br)

QUESTÃO 1) A foto aérea abaixo é da Praça Thomaz Coelho, local onde acontecem as formaturas do Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ). No centro, há dois palcos, um no formato de um pentágono e outro circular.

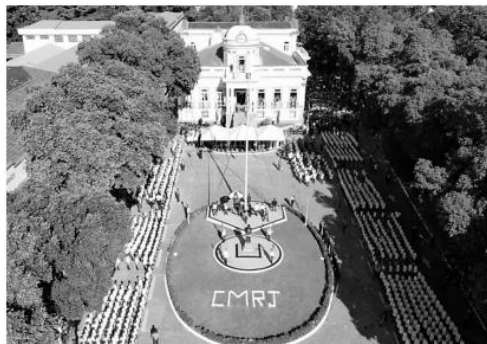


Foto: Roberto Alves José

O esquema a seguir representa esses palcos.



As áreas A e B juntas são equivalentes à área C, e a área A tem o formato de um retângulo com 8 m de base. O Comandante do CMRJ deseja pintar o piso dos palcos com a famosa cor “verde oliva”, usada no Exército. Sabendo que uma lata de tinta cobre 4 m^2 de superfície, quantas latas de tinta são necessárias para pintar os dois palcos?

- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

Solução. O triângulo da figura B possui base medindo 8 m e altura, 2m. O retângulo A, possui base de 8 m e altura

4 m. Calculando as áreas, temos:
$$\left\{ \begin{array}{l} A(\text{retângulo}) = (8) \times (4) = 32 \text{ m}^2 \\ A(\text{triângulo}) = \frac{(8) \cdot (2)}{2} = 8 \text{ m}^2 \end{array} \right. \Rightarrow \text{Total: } 32 + 8 = 40 \text{ m}^2.$$

Logo, a área da figura C vale a soma das áreas A e B: $A(\text{círculo}) = (32 + 8) = 40 \text{ m}^2$. Os dois palcos possuem 80 m^2 .

Se uma lata de tinta pinta 4 m^2 , então $(80 \text{ m}^2 \div 4 \text{ m}^2) = 20$ latas de tintas serão utilizadas nos dois palcos.

QUESTÃO 2) Tia May proibiu o Homem Aranha de usar suas “teias” para subir ao telhado e aproveitar seus momentos de lazer e treinamentos de super-herói. Ela se aborreceu por conta da sujeira que as teias deixavam nas paredes. O Homem Aranha decidiu, então, construir uma escada de concreto, com 102 degraus. Cada degrau terá o formato de um paralelepípedo retângulo de dimensões: 1200 mm de comprimento, 40 cm de largura e 3 dm de altura. O cimento utilizado para fazer o concreto é vendido em sacos. Se, com um saco de cimento, faz-se 2 metros cúbicos de concreto, quantos desses sacos, no mínimo, o Homem Aranha vai precisar comprar para construir todos os degraus desta escada?



ARTE: PC das Neves

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

Solução. O volume de cada degrau (paralelepípedo) é dado pelo produto das três dimensões. Representando

todas em metros, temos: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Comprimento: } 1200 \text{ mm} = 1,2 \text{ m} \\ \text{Largura: } 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m} \\ \text{Altura: } 3 \text{ dm} = 0,3 \text{ m} \end{array} \right.$

Logo, o volume de cada degrau será: $(1,2) \cdot (0,4) \cdot (0,3) = 0,144 \text{ m}^3$.

O volume de 102 degraus será $(102) \cdot (0,144) = 14,688 \text{ m}^3$.

Se um saco de cimento faz 2 m^3 , então serão usados $(14,688 \text{ m}^3 \div 2 \text{ m}^3) = 7,344$. Logo, no mínimo 8 sacos.

QUESTÃO 3) Thomaz adora brincar de bater pênalti. Outro dia, durante o treino de seu time, ele bateu um total de 120 pênaltis, distribuídos em duas etapas. Na primeira etapa, foram 80 chutes, dos quais errou apenas 30%. Depois disso, ficou cansado e seu rendimento, na segunda etapa, piorou. De qualquer modo, ao final das duas etapas, ele acertou 55% do total de pênaltis. Quantos pênaltis Thomaz errou na segunda etapa?



ARTE: PC das Neves

Quantos pênaltis Thomaz errou na segunda etapa?

- (A) 10 (B) 24 (C) 30 (D) 45 (E) 54

Solução. Na primeira etapa errou 30% de $80 = 0,3 \times 80 = 24$.

Na segunda etapa ele chutou $(120 - 80) = 40$ pênaltis. No total da primeira etapa e

da segunda etapa, ele acertou 55% de 120 pênaltis. Então acertou $0,55 \times 120 = 66$ e errou $(120 - 66) = 54$.

Como errou no total 54 e já tinha errado 24 na primeira etapa, na segunda ele errou $(54 - 24) = 30$ pênaltis.

QUESTÃO 4) As cutias estão economizando suas mesadas desde o início do ano. Até agora, nem Zilah nem seu irmão Thomaz alcançaram, separadamente, os mil reais. O valor que Thomaz economizou corresponde ao maior múltiplo de 32 e o de Zilah, ao maior múltiplo de 29. Juntos, eles vão comprar um novo computador para presentear a mãe, que faz aniversário no final do ano. O presente custa R\$ 2.530,00. A quantia que está faltando é um número cuja soma dos algarismos é:



ARTE: PC das Neves

- (A) 12 (B) 17 (C) 20 (D) 23 (E) 27

Solução. Como não atingiram mil reais, então Thomaz possui um valor que é o maior múltiplo de 32, mas menor que 1 000. Temos: $1000 = (32) \times (31) + 8$.



















Logo o maior múltiplo de 32 menor que 1 000 é 992.

Dividindo 1 000 por 29, temos: $1000 = (29) \times (34) + 14$. Logo, o maior múltiplo de 29 menor que 1 000 é 986.

Os dois irmãos possuem juntos $R\$992,00 + R\$986,00 = R\$1.978,00$. Faltam $(2.530 - 1978) = 552$ reais.

A soma dos algarismos de 552 é: $5 + 5 + 2 = 12$.

QUESTÃO 5) Maria Clara tem um cofrinho de moedas, que será aberto no fim do ano, para comprar brinquedos e doar a orfanatos. No domingo passado, tia Andréa foi visitá-la e depositou 80 moedas no cofrinho. Eram apenas moedas de 25 e de 50 centavos. Sabe-se que, dentre as moedas que a tia depositou, se pegarmos uma, ao acaso, a probabilidade de ser uma moeda de 25 centavos é de 75%. Representando a quantia total depositada por tia Andréa através de cédulas, qual das opções a seguir seria a correta?

- (A)  +  + 
- (B)  +  +  + 
- (C)  +  +  + 
- (D)  +  +  + 
- (E)  +  + 



ARTE: PC das Neves

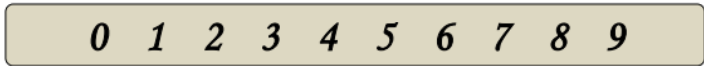
Solução. Como a probabilidade de pegar uma de 25 centos, dentre 80 moedas é de 75%, então há $0,75 \times 80 = 60$ moedas de 25 centavos que equivalem a (60). $(R\$0,25) = R\$15,00$ e 20 moedas de 50 centavos que equivalem a $R\$10,00$. O valor depositado então foi de $R\$25,00$. Esse valor está na letra C: $(5 + 5 + 5 + 10)$

(A)	 +  + 	R\$20,00
(B)	 +  +  + 	R\$17,00
(C)	 +  +  + 	R\$25,00
(D)	 +  +  + 	R\$22,00
(E)	 +  + 	R\$30,00



ARTE: PC das Neves

QUESTÃO 6) O sistema de numeração indo-arábico é formado por apenas 10 símbolos, conhecidos como algarismos:



Uma diferença entre esse sistema e o romano, por exemplo, é que ele é um sistema de valor posicional. Isso quer dizer que o mesmo símbolo pode ser usado para representar quantidades diferentes, a depender da posição do símbolo (ou algarismo). Observe a situação a seguir.

Usando apenas algarismos ímpares, temos os números **M** e **N**, de modo que:

- **M** é o maior número de 5 algarismos diferentes.
- **N** é o menor número de 5 algarismos diferentes.

O algarismo 7 ocupa posições diferentes em **M** e **N**.
A quantidade de unidades deste algarismo em **M** menos a quantidade de unidades deste algarismo em **N** resulta no número **K**.

Assinale a opção que representa a quinta parte do número K escrita no sistema de numeração romano.

- (A) \bar{V} CMXIII (B) \bar{V} CMXXX (C) \bar{V} CCCXXVI **(D) MCCCCLXXXVI** (E) MCLXXX

Solução. O maior número de 5 algarismos ímpares diferentes é $M = 97.531$ e o menor $N = 13.579$.

O algarismo 7 pela posição dele possui em M, 7.000 unidades e em N, 70 unidades.

Logo, o número k será $(7.000 - 70) = 6.930$ e sua quinta parte será: $6.930 \div 5 = 1.386$.

Na numeração romana 1.386 será: **MCCCVXXXVI**.

QUESTÃO 7) Considerando todos os 125 alunos da professora Maria Helena, sabe-se que 60% são meninas. No último final de semana, a professora corrigiu as provas trimestrais de todos os seus alunos. Sobre os resultados, Maria Helena observou que 80% dos meninos e 40% das meninas obtiveram nota igual a 7 (sete). Além disso, $1/5$ do total de alunos obteve nota 5 (cinco). A seguir, a professora verificou que $2/3$ do restante obtiveram nota 8 (oito) e os demais, nota 10 (dez). A média aritmética das notas de todos os alunos é um número entre:



ARTE: PC das Neves

- (A) 6,3 e 6,7. **(B) 6,8 e 7,2.** (C) 7,3 e 7,7. (D) 7,8 e 8,2. (E) 8,3 e 8,7.

Solução. Organizando as informações em um quadro, temos:

	Nota 5	Nota 7	Nota 8	Nota 10	Total
Meninas		40% de 75 = 30			60% de 125 = 75
Meninos		80% de 50 = 40			125 - 75 = 50
Total	$1/5$ de 125 = 25	70	$2/3$ de $(125 - 95) = 20$	$125 - (115) = 10$	125

A média da turma será: $\frac{(25).(5)+(70).(7)+((20).(8)+(10).(10))}{125} = \frac{125+490+160+100}{125} = \frac{875}{125} = 7$.

QUESTÃO 8) A Tenente Íris, bibliotecária do CMRJ, transferirá o acervo da biblioteca para novas instalações, situadas dois andares acima. No caminho para a nova biblioteca, a tenente sempre usará um elevador, cuja capacidade máxima é de 400 quilos. E, em todas as viagens, sempre terá o auxílio do Soldado João, com seu carrinho, como pode ser observado na figura.



Disciplina	Quantidade de livros	Massa de cada livro
Matemática	330	2100 dg
Ciências Naturais	390	0,280 kg
História	450	3,15 hg
Geografia	510	43,7 dag

Sabe-se que a tenente tem massa de 75 kg, o soldado, de 73 kg e o carrinho, de 30 kg. Qual o número mínimo de viagens de subida que eles farão para transportar todos os livros da tabela?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Solução. Como sempre haverá as duas pessoas e o carrinho, a massa fixa será $(75 + 73 + 30) = 178$ kg. Logo, em cada subida há espaço para $(400 - 178) = 222$ kg.

Escrevendo a massa de cada livro em kg, temos:

Matemática: 2100 dg: 0,21 kg; Ciências Naturais: 0,28 kg; História: 0,315 kg; Geografia: 0,437 kg.

A massa total dos livros será:

$$(330) \cdot (0,21) + (390) \cdot (0,28) + (450) \cdot (0,315) + (510) \cdot (0,437) = 69,3 + 109,2 + 141,75 + 222,87 = 543,12 \text{ kg.}$$

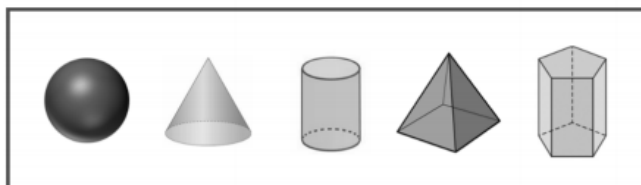
i) Na primeira subida vão $(178 + 222) = 400$ kg. Sobram $543,12 - 222 = 321,12$ kg dos livros.

ii) Na segunda subida podem sobem $(178 + 222) = 400$ kg. Sobram $321,12 - 222 = 99,12$ kg dos livros.

iii) Na terceira subida sobem $(178 + 99,12) = 277,12$ kg, não restando nenhum livro.

Logo em 3 subidas, no mínimo, a tarefa é executada.

QUESTÃO 9) No Laboratório de Matemática do Colégio Militar do Rio de Janeiro, há somente os modelos de sólidos da imagem a seguir.



Sabe-se que são 40 esferas e que o número de cilindros é três vezes o número de arestas da pirâmide. Sabe-se também que existem 24 poliedros de 5 faces e que o número de cones é igual ao quádruplo do número de faces do prisma. Já a quantidade de prismas é um número menor do que 50 e múltiplo, simultaneamente, de 6 e 7. Dentre as frações abaixo, qual representa a quantidade de poliedros em relação à quantidade total de sólidos?

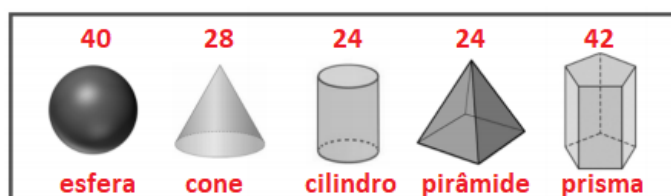
- A) $\frac{33}{79}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{12}{79}$ D) $\frac{7}{11}$ E) $\frac{21}{38}$

Solução. A pirâmide quadrangular possui 8 arestas. Logo, há $(3 \times 8) = 24$ cilindros. A pirâmide quadrangular possui 5 faces (4 laterais e a base). Logo, são 24 pirâmides. O prisma pentagonal mostrado possui 7 faces. Logo, o número de cones é $(4 \times 7) = 28$. O múltiplo de 6 e 7 simultaneamente menor que 50 é 42. Esse número representa a quantidade de prismas. Lembrando que poliedros não possuem parte redonda, temos:

i) Total de sólidos: $40 + 28 + 24 + 24 + 42 = 158$;

ii) Total de poliedros: $24 + 42 = 66$;

iii) Fração: $\frac{66}{158} = \frac{33}{79}$.



QUESTÃO 10) Observe o diálogo abaixo:



ARTE: PC das Neves

O General Himário, ex-aluno e ex-comandante do CMRJ, está sempre nos presenteando. A notícia alegrou muito o Coronel Isaías, comandante do Colégio, e ele logo solicitou à Tenente Íris que reservasse algumas prateleiras nas estantes da biblioteca, exclusivamente, para essas revistas. As revistas serão organizadas sempre em quantidades iguais por prateleira. Cada prateleira terá quantidade máxima de revistas e não haverá mistura de títulos em uma mesma prateleira. A doação consta de 220 revistas “A Cavalaria”, 120 revistas “Jogos da Amizade”, 80 revistas “O Infante” e os outros exemplares são todos da revista “Matemática Viva”. É correto afirmar que:

- (A) para organizar todas as revistas “O Infante”, serão necessárias 6 prateleiras a menos do que a quantidade de prateleiras necessárias para organizar todas as revistas “A Cavalaria”.
- (B) para organizar todas as revistas “Jogos da Amizade”, serão necessárias 5 prateleiras a menos do que a quantidade de prateleiras necessárias para organizar todas as revistas “Matemática Viva”.
- (C) para organizar todas as revistas “A Cavalaria”, serão necessárias 4 prateleiras a mais do que a quantidade de prateleiras necessárias para organizar todas as revistas “Jogos da Amizade”.
- (D) para organizar todas as revistas “Jogos da Amizade”, serão necessárias 3 prateleiras a mais do que a quantidade de prateleiras necessárias para organizar todas as revistas “O Infante”.
- (E) para organizar todas as revistas “Matemática Viva”, serão necessárias 2 prateleiras a mais do que a quantidade de prateleiras necessárias para organizar todas as revistas “A Cavalaria”.**

Solução. Serão recebidos em doação 1/3 de 2.040 revistas num total de: $2.040 \div 3 = 680$ revistas. Temos:

- A cavalaria: 220; - Jogos da Amizade: 120; - O Infante: 80; - Matemática Viva: $680 - (220 + 120 + 80) = 260$.

Como as revistas serão divididas em quantidades iguais e será a maior possível, então essa quantidade será o MDC (220, 120, 80, 260): $(2) \times (2) \times (5) = 20$.

Desta forma, temos as divisões:

- A Cavalaria: 11 prateleiras com 20 revistas em cada;**
- Jogos da Amizade: 6 prateleiras com 20 revistas em cada;**
- O Infante: 4 prateleiras com 20 revistas em cada;**
- Matemática Viva: 13 prateleiras com 20 revistas em cada.**

Analisando as afirmações, temos:

- a) Falsa. O Infante necessita de 7 prateleiras a menos que A Cavalaria.**
- b) Falsa. Jogos da Amizade necessita 7 prateleiras a menos que Matemática Viva.**
- c) Falsa. A Cavalaria necessita 5 prateleiras a mais que Jogos da Amizade.**
- d) Falsa. Jogos da Amizade necessita 2 prateleiras a mais que O Infante.**
- e) Verdadeira.**

220	120	80	260	2
110	60	40	130	2
55	30	20	65	2
55	15	10	65	2
55	15	5	65	3
55	5	5	65	5
11	1	1	13	11
1	1	1	13	13
1	1	1	1	

QUESTÃO 11) Os alunos de uma escola do Rio de Janeiro decidiram organizar grupos solidários. Cada ano escolar ficou responsável por arrecadar dinheiro e comprar itens específicos para doação. Desse modo, por exemplo, o 4º ano arrecadou um total de R\$ 2.712,00 e usou toda essa quantia na compra de cestas básicas. A tabela abaixo registra o valor total arrecadado por cada ano escolar e a quantidade de itens comprados. Todo o valor arrecadado foi empregado na compra listada a seguir.

Ano Escolar	Valor total arrecadado	Itens comprados
1º ano	△	40 livros infantis
2º ano	♥	□ brinquedos
3º ano	◇	30 latas de leite
4º ano	2.712,00	60 cestas básicas
5º ano	○	80 caixas de maçãs

Como se observa, nem todos os valores da tabela foram revelados. Sobre esses valores, sabe-se que:

- O valor unitário de cada livro infantil é representado por um número primo.
- Cada cesta básica custou R\$ 6,60 a mais que cada caixa de maçã.
- 41 latas de leite custam R\$ 383,35.
- O número de brinquedos é igual à média aritmética entre o número de livros infantis e o número de cestas básicas adquiridos.
- O valor total arrecadado pelo 1º ano está entre R\$ 900,00 e R\$ 1000,00.
- Cada brinquedo custou R\$ 12,50.

Qual o valor total arrecadado pelos cinco anos escolares juntos?

- (A) R\$ 7.075,50 (B) R\$ 7.245,50 (C) R\$ 7.465,50 **(D) R\$ 7.625,50** (E) R\$ 7.835,50

Solução. Se 41 latas de leite custam R\$383,35 então 1 lata custa $(383,35 \div 41) = R\$9,35$. O 3º ano então gastou na compra de 30 latas de leite o valor de $(30 \times R\$9,35) = R\$280,50$.

O valor unitário de cada livro está entre $(900 \div 40) = R\$22,50$ e $(1.000 \div 40) = R\$25,00$ e é um número primo. Logo é o 23. Então o valor unitário do livro é R\$23,00 e a arrecadação do 1º ano foi $(40 \times R\$23,00) = R\$920,00$.

Cada cesta básica custou $(2.712 \div 60) = R\$45,20$. Então cada caixa de maçã custou $R\$45,20 - R\$6,60 = R\$38,60$.

O número de brinquedos vale: $\frac{40+60}{2} = 50$. Logo, o valor gasto pelo 2º ano foi $(50 \times R\$12,50) = R\$625,00$.

Reorganizando a tabelas com os valores, temos:

Ano Escolar	Valor arrecadado	Itens comprados
1º	R\$ 920,00	40 livros infantis
2º	R\$ 625,00	50 brinquedos
3º	R\$ 280,50	30 latas de leite
4º	R\$ 2.712,00	60 cestas básicas
5º	R\$ 3.088,00	80 caixas de maçãs
Total	R\$ 7.625,50	

QUESTÃO 12) Para o Concurso de Admissão, o Comandante do CMRJ solicitou que fizessem a higienização dos bebedouros. O primeiro passo nesse processo consiste em esvaziar cada um dos bebedouros, pois sempre sobra água em seus reservatórios. O Cabo Aurélio, encarregado de esvaziar 4 bebedouros iguais, observou que, em cada um deles, havia ainda $\frac{2}{9}$ de sua capacidade total. Para esvaziá-los, Aurélio utilizou um cantil, com capacidade de $\frac{3}{10}$ de litro. Ele encheu completamente o cantil 75 vezes para esvaziar cada bebedouro. Quando o Cabo Aurélio iniciou o processo de higienização, quantos litros de água já haviam sido consumidos nesses 4 bebedouros juntos, levando em consideração a capacidade máxima deles?



- (A) 78,25 (B) 90,00 (C) 101,25 **(D) 315,00** (E) 405,00

Solução. Como o cantil foi cheio 75 vezes com $\frac{3}{10}$ de litro em cada, foram recolhidos de cada bebedouro $(75 \times \frac{3}{10}) = 22,5$ litros. Isto corresponde a $\frac{2}{9}$ da capacidade. Então $\frac{1}{9}$ equivale a $(22,5 \div 2) = 11,25$ litros. A parte consumida então em cada bebedouro é $\frac{7}{9}$ do total ou $7 \times (11,25) = 78,75$ litros.

Nos 4 bebedouros então já haviam sido consumidas, no início, $(4 \times 78,75) = 315$ litros.