



MATEMÁTICA - GABARITO

Questão 6. (Interdisciplinar) O chamado conjunto de Cantor, formado pelos infinitos pontos que são os extremos de segmentos de retas, gera uma curva que é um fractal. Esse conjunto é resultante da remoção, infinitas vezes, do terço central de segmentos de reta. No exemplo a seguir, apresentam-se os quatro primeiros passos da obtenção desses pontos.

Passo 1



Passo 2



Passo 3



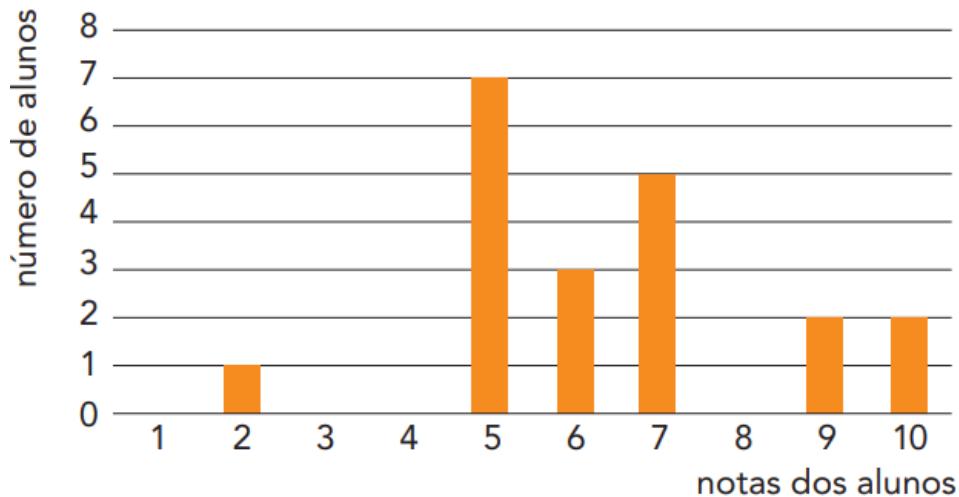
Passo 4



No passo 6 desse exemplo, a quantidade de pontos que são os extremos dos segmentos formados é:

Solução. Observe que a quantidade de pontos corresponde a uma potência de base 2, onde o expoente é o número do passo. Logo, no passo 6, a quantidade será $2^6 = 64$.

Questão 28. Observe no gráfico a distribuição de frequências das notas de matemática de 20 alunos de uma turma.

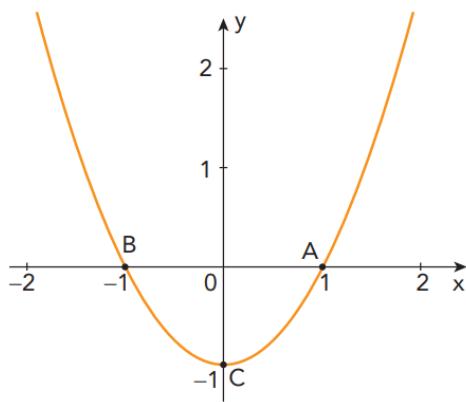


A média aritmética das notas de matemática de todos os alunos dessa turma é:

Solução. A média aritmética será a média de dados agrupados (ou ponderada).

$$M = \frac{1(2) + 7(5) + 3(6) + 5(7) + 2(9) + 2(10)}{20} = \frac{2+35+18+35+18+20}{20} = \frac{128}{20} = 6,4.$$

Questão 29. A parábola representada a seguir intersecta os eixos coordenados nos pontos A (1, 0), B (-1, 0) e C (0, -1).



Essa parábola é o gráfico da função quadrática f definida pela seguinte sentença:

- (A) $f(x) = x^2 - 1$ (B) $f(x) = x^2 + 1$ (C) $f(x) = -x^2 - 1$ (D) $f(x) = -x^2 + 1$

Solução. Observando o gráfico e considerando $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos:

i) A concavidade do gráfico é voltada para cima. Logo, o coeficiente de x^2 é positivo: $a > 0$.

ii) O gráfico é simétrico em relação ao eixo Y. Logo, $f(0) = c = -1$.

iii) O gráfico intersecta o eixo X nos zeros da função. Logo $f(x) = a(x - 1)(x + 1)$.

Como $f(0) = a(0 - 1)(1) = -a$, temos que $a = 1$. Dessa forma $f(x) = 1(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$.

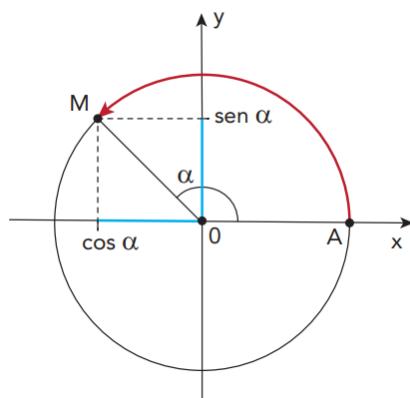
Questão 30. Um lojista comprou 625 camisas e vendeu cada uma delas por x reais. O custo de sua compra foi igual ao valor exato da venda de 500 camisas. Com a venda de todas as camisas, o percentual de lucro obtido pelo lojista, em relação ao custo, foi:

- (A) 15% (B) 20% (C) 25% (D) 30%

Solução. O ganho com as vendas das 625 camisas foi de $V = 625x$. O custo foi $C = 500x$.

Dessa forma o lucro foi: $L = 625x - 500x = 125x$. Em relação ao custo o lucro foi $\frac{L}{C} = \frac{125x}{500x} = 0,25 \rightarrow 25\%$.

Questão 31. Considere o seno e o cosseno de um ângulo α do segundo quadrante do círculo trigonométrico representado a seguir.



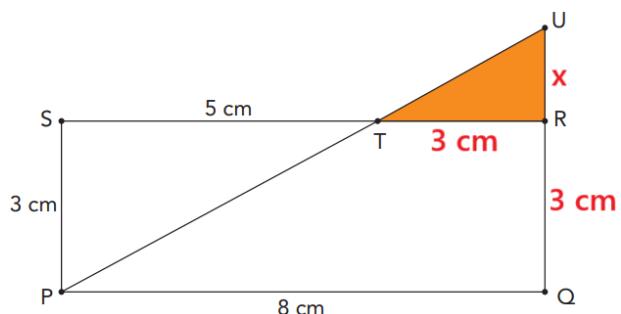
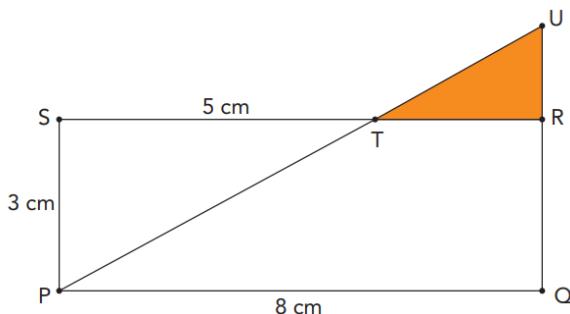
Se $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{4}$, o valor de $\cos \alpha$ é:

- (A) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$

Solução. Utilizando a relação fundamental $\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ e considerando que no 2º quadrante o cosseno

é negativo, temos: $\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{7}{16}} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Questão 32. Observe na figura o retângulo PQRS com lados $\overline{PQ} = 8 \text{ cm}$ e $\overline{PS} = 3 \text{ cm}$. O ponto T é a interseção do lado RS com o segmento PU, sendo $\overline{TS} = 5 \text{ cm}$. O ponto U, que define o triângulo RUT, pertence à reta QR.



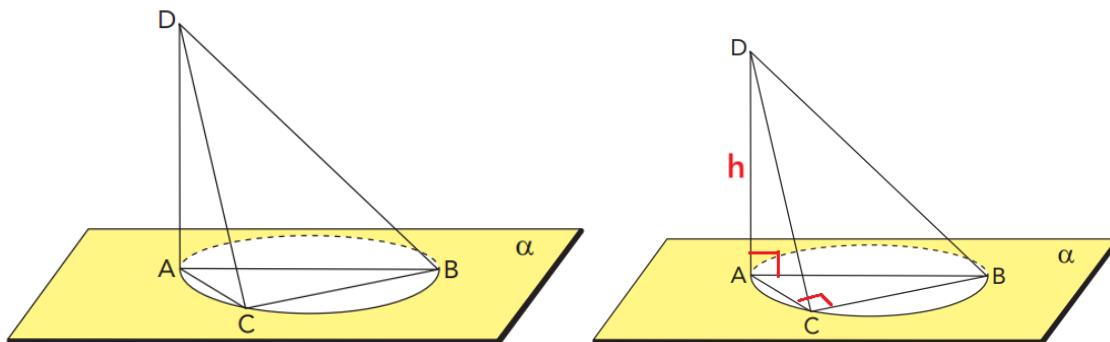
A área do triângulo RUT, em cm^2 , é igual a:

- (A) $\frac{27}{10}$ (B) $\frac{25}{7}$ (C) $\frac{13}{10}$ (D) $\frac{11}{7}$

Solução. Os triângulos retângulos RUT e QUP são semelhantes. Dessa forma, temos:

$$\frac{x}{3} = \frac{x+3}{8} \Rightarrow 8x = 3x + 9 \Rightarrow 5x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{5}. \text{ Logo, } A(RUT) = \frac{(3) \cdot \left(\frac{9}{5}\right)}{2} = \frac{27}{10}.$$

Questão 33. O tetraedro ABCD tem altura AD e base ABC inscrita em um círculo de diâmetro AB, conforme mostra a ilustração. Sabe-se que todo triângulo inscrito em um círculo, que tem um dos lados igual ao diâmetro, é um triângulo retângulo.



Considere que $AC = 6 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$ e $BD = 10\sqrt{2} \text{ cm}$. O volume desse tetraedro, em cm^3 , é igual a:

- (A) 240 (B) 120 (C) 90 (D) 80

Solução. De acordo com as informações e as figuras, temos:

i) O triângulo ABC é retângulo. Os catetos são AC e BC. Dessa forma $AB = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$.

A área desse triângulo vale a metade do produto dos catetos: $A(ABC) = \frac{(6) \cdot (8)}{2} = 24 \text{ cm}^2$.

ii) O triângulo ABD é retângulo. Logo, AD e AB são catetos e AD é hipotenusa.

Logo, $AD = \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (10)^2} = \sqrt{200 - 100} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$.

iii) O volume do tetraedro vale $V = \frac{A(\text{base}) \cdot h}{3} = \frac{(24) \cdot 10}{3} = \frac{240}{3} = 80 \text{ cm}^3$.

Questão 34. Em um grupo de 40 pessoas adultas, 18 têm mais de 50 anos e 25 têm curso superior. Dentre aquelas com mais de 50, há 8 que não têm curso superior. Se uma pessoa escolhida ao acaso tem curso superior, a probabilidade de ela ter mais de 50 anos é:

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$

Solução. Organizando as informações numa tabela de dupla entrada, temos:

	Idade superior que 50 anos	Idade igual ou inferior a 50 anos	Total
Possui curso superior	10	15	25
Não possui curso superior	8	7	15
Total	18	22	40

Se a pessoa escolhida possui curso superior, então ela está entre 25 pessoas. Dessas há 10 com idade superior a 50 anos. Logo, a probabilidade pedida é: $P(>50 | \text{curso superior}) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$.