COLÉGIO PEDRO II – CAMPUS REALENGO II
LISTA DE APROFUNDAMENTO - **ENEM**
MATEMÁTICA
PROFESSOR: ANTÔNIO ANDRADE
COORDENADOR: DIEGO VIUG

Equação da circunferência e Geometria Espacial

Questão 01

No plano cartesiano, a circunferência com centro no ponto C=(3,4) e raio r=5 intercepta os eixos do sistema em:

a) nenhum ponto
b) 1 ponto
c) 2 pontos
d) 3 pontos
e) 4 pontos

Questão 02

Considere a circunferência C: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$ e a reta r: $4x + 3y - 10 = 0$. Assinale a soma dos números associados à(s) proposição(ões) CORRETA(S).

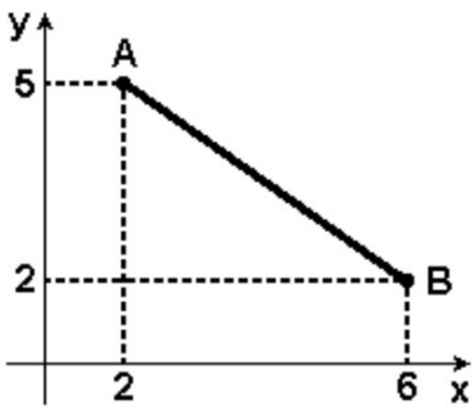
(01) A circunferência C intercepta o eixo das abscissas em 2 (dois) pontos e o das ordenadas em 1 (um) ponto.
(02) O centro de C é o ponto (3, 4).
(04) A distância da reta r ao centro de C é menor do que 4.
(08) $r \cap C = \emptyset$
(16) A função y dada pela equação da reta r é decrescente.

Questão 03

Uma circunferência tem centro na interseção da reta x=-2 com o eixo das abscissas e passa pelo ponto de interseção das retas y=-2x+8 e y=x+2. A equação dessa circunferência é:

a) $x^2 + y^2 = 20$
b) $x^2 + (y+2)^2 = 32$
c) $(x+2)^2+y^2 = 32$
d) $(x-2)^2 + y^2 = 32$
e) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 32$

Questão 04



O segmento $\overline{AB}$ da figura representa um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é dada por:
a) $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 20 = 0$
b) $x^2 - y^2 + 8x - 7y + 20 = 0$
c) $x^2 + y^2 = 25$
d) $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 22 = 0$
e) $- x^2 + y^2 + 8x + 7y - 22 = 0$

Questão 05

O segmento que une os pontos de interseção da reta $2x + y - 4 = 0$ com os eixos coordenados determina um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é:

a) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$
b) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$
c) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$
d) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$
e) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 20$

Questão 06

As transmissões de uma determinada emissora de rádio são feitas por meio de 4 antenas situadas nos pontos A(0,0), B(100,0), C(60,40) e D(0,40), sendo o quilômetro a unidade de comprimento. Desprezando a altura das antenas e supondo que o alcance máximo de cada antena é de 20 km, pergunta-se:

a) O ponto médio do segmento BC recebe as transmissões dessa emissora? Justifique sua resposta apresentando os cálculos necessários.

b) Qual a área da região limitada pelo quadrilátero ABCD que não é alcançada pelas transmissões da referida emissora?

Questão 07

A reta $y = mx$ ($m>0$) é tangente à circunferência $(x-4)^2 + y^2 = 4$. Determine o seno do ângulo que a reta forma com o eixo x.

a) $\frac{1}{5}$. b) $\frac{1}{2}$. c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. e) $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

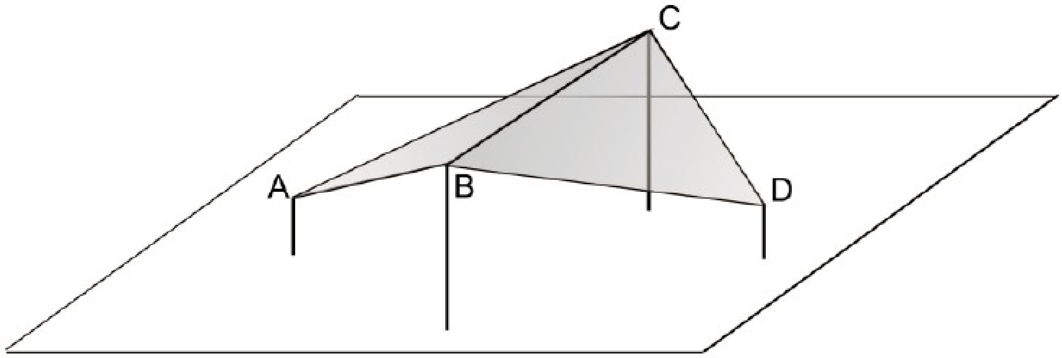
Questão 08

Em um sistema de coordenadas cartesianas com origem O, considere a circunferência C dada pela equação $x^2+y^2-4x-8y+15=0$, cujo centro indicamos por P. A reta OP intersecta C em dois pontos A e B, onde A é o mais próximo da origem. A equação da reta que tangencia a circunferência C no ponto A é:

a) $x - 2y + 3 = 0$
b) $x + 2y - 5 = 0$
c) $2x + y - 4 = 0$
d) $2x + y - 5 = 0$
e) $2x - y - 4 = 0$

Questão 09

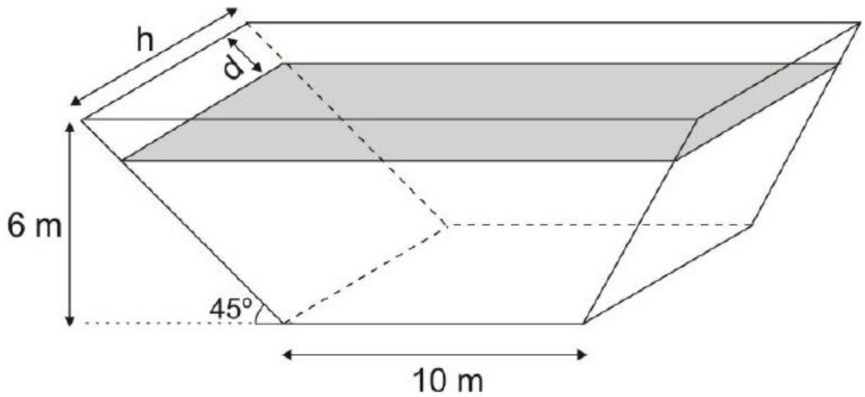
A cobertura de uma barraca de praia, feita de lona, é constituída de dois triângulos equiláteros ABC e BCD, com o lado comum BC medindo 4 m. Estando a barraca montada, como representado na figura, os vértices A e D ficam a 1 m do chão, enquanto os vértices B e C ficam a 2 m do chão.



Nessas condições, quando os raios solares incidirem perpendicularmente ao plano do chão, a área da sombra da barraca projetada no chão, em m², será:

a) $4\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{11}$ c) $4\sqrt{15}$ d) $8\sqrt{3}$ e) $8\sqrt{11}$

Questão 10

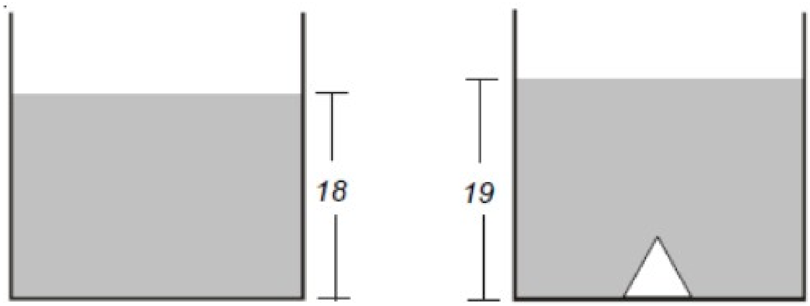


A figura acima representa uma caçamba com água, na qual as laterais oblíquas e o piso são retangulares e as laterais paralelas têm o formato de trapézios isósceles. Se $d = \sqrt{2}$ m, a razão entre o volume de água e o volume total da caçamba é:

a) $\frac{17}{25}$ b) $\frac{21}{32}$ c) $\frac{25}{28}$ d) $\frac{17}{28}$ e) $\frac{25}{32}$

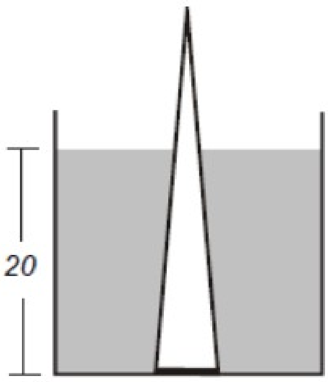
Questão 11

Em um tanque no formato de um cubo de aresta 25 cm, contendo líquido, foi posta uma pirâmide P_1, de altura igual a 6cm, com a base apoiada no fundo do tanque. Com isso, o nível de líquido passou de 18 cm para 19 cm.



a) Calcule o volume, em cm³, da pirâmide P_1.

b) A pirâmide P_1 foi retirada do tanque e o nível de líquido voltou ao inicial. Uma pirâmide P_2, de 30 cm de altura, foi então posta no tanque, com a base apoiada no fundo, o que elevou em 2 cm o nível de líquido.



Determine o volume da pirâmide P_2.

Questão 12

O diretor de um clube deseja construir um poço, com formato cilíndrico, de 10,0 m de profundidade e diâmetro interior igual a 1,0 m. Se a parede desse poço for construída com alvenaria na espessura de 0,2 m, o volume desta alvenaria será igual a:

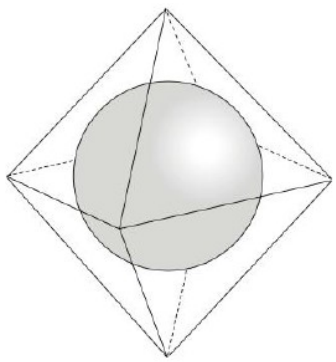
a) $2,4\pi\ m^3$
b) $5,6\pi\ m^3$
c) $6,5\pi\ m^3$
d) $7,0\pi\ m^3$
e) $8,0\pi\ m^3$

Questão 13

Um grupo de cientistas parte em expedição do Pólo Norte e percorre 200 km em direção ao sul, onde estabelece um primeiro acampamento para realizar experiências. Após algum tempo, o grupo percorre 200 km em direção ao leste, onde instala o segundo acampamento para experimentos. Após três dias, o grupo parte em viagem e percorre 200 km em direção ao norte, onde estabelece o terceiro acampamento. Supondo que a superfície da Terra seja perfeitamente esférica, determine a distância entre o terceiro acampamento e o Pólo Norte. Justifique sua resposta (faça um desenho, se preferir).

Questão 14

Um joalheiro resolveu presentear uma amiga com uma jóia exclusiva. Para isto, imaginou um pingente, com o formato de um octaedro regular, contendo uma pérola inscrita, com o formato de uma esfera de raio r, conforme representado na figura a seguir.

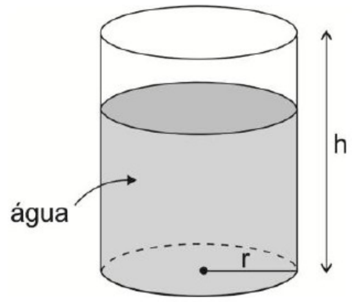


Se a aresta do octaedro regular tem 2 cm de comprimento, o volume da pérola, em cm³, é:

a) $\dfrac{\sqrt{2}\,\pi}{3}$ b) $\dfrac{8\pi}{3}$ c) $\dfrac{8\sqrt{2}\,\pi}{9}$ d) $\dfrac{4\sqrt{6}\,\pi}{9}$ e) $\dfrac{8\sqrt{6}\,\pi}{27}$

Questão 15

Um recipiente contendo água tem a forma de um cilindro circular reto de altura h = 50cm e raio r = 15 cm. Esse recipiente contém 1 litro de água a menos que sua capacidade total.

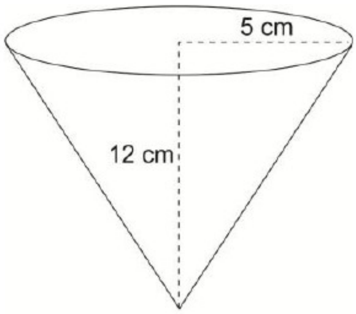


a) Calcule o volume de água contido no cilindro $(\pi = 3{,}14)$.

b) Qual deve ser o raio R de uma esfera de ferro que, introduzida no cilindro e totalmente submersa, faça transbordar exatamente 2 litros de água?

Questão 16

Uma esfera de 4 cm de raio cai numa concavidade cônica de 12 cm de profundidade, cuja abertura tem 5 cm de raio. Determine a distância do vértice da cavidade à esfera.



Cavidade cônica

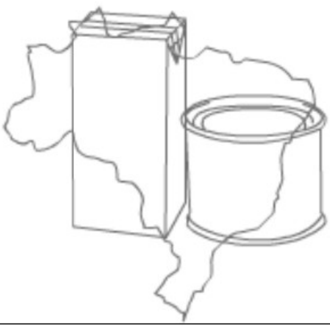
Questão 17

As embalagens acompanham o ser humano desde o dia em que ele descobriu a necessidade de transportar e proteger seus alimentos e mercadorias. É uma longa história, como retrata o texto abaixo.

1970 – O Brasil cresce

A industrialização crescente e o aumento de supermercados transformam a vida dos brasileiros e as embalagens. Tratando da relação dos supermercados com as embalagens é difícil dizer quem mais influenciou quem. Nascia então uma parceria que se consolidou através de décadas. Marcas tradicionais mudaram suas embalagens e se adequaram aos novos tempos.

Associação Brasileira de Embalagens – ABRE, 2007



Suponha que uma empresa está pesquisando o formato mais apropriado de uma nova embalagem para um determinado produto. Dentre os formatos selecionados estão um em forma de tronco de cone e outro em forma de um cilindro circular reto, conforme ilustra a Figura 1.

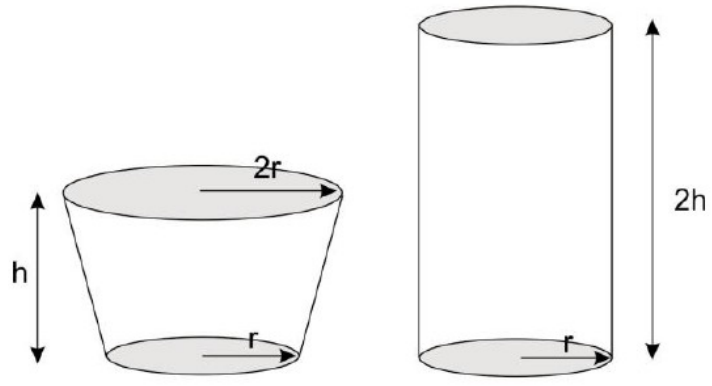


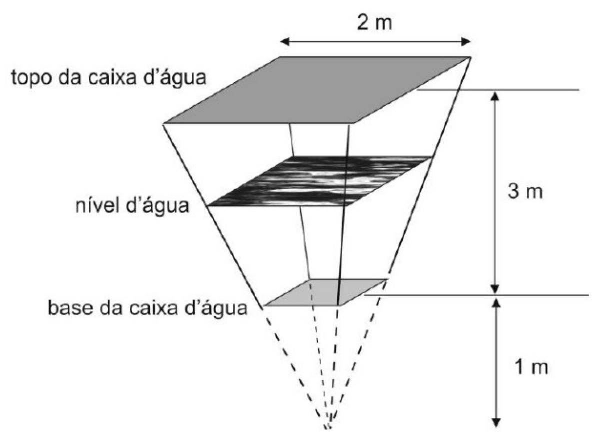
Figura 1 - Novas Embalagens

a) Levando em consideração a maior capacidade volumétrica, justifique com argumentos matemáticos coerentes qual dos dois recipientes é o mais adequado a tal capacidade.

b) Levando em consideração a preservação do meio ambiente, justifique com argumentos matemáticos coerentes qual destas embalagens é a mais econômica, supondo que o custo do material utilizado para a confecção é de R$ 3,00 por unidade de área e que h = r .

Questão 18

Uma caixa d'água tem o formato de um tronco de pirâmide de bases quadradas e paralelas, como mostra a figura abaixo, na qual são apresentadas as medidas referentes ao interior da caixa.

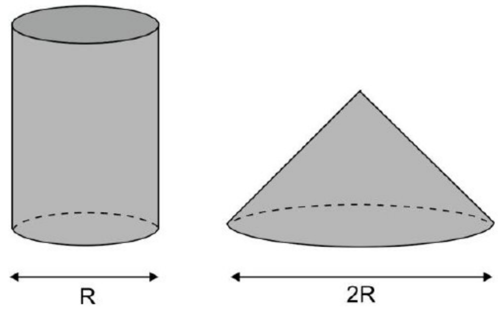


a) Qual o volume total da caixa d'água?

b) Se a caixa contém $\frac{13}{6}m^3$ de água, a que altura de sua base está o nível d'água?

Questão 19

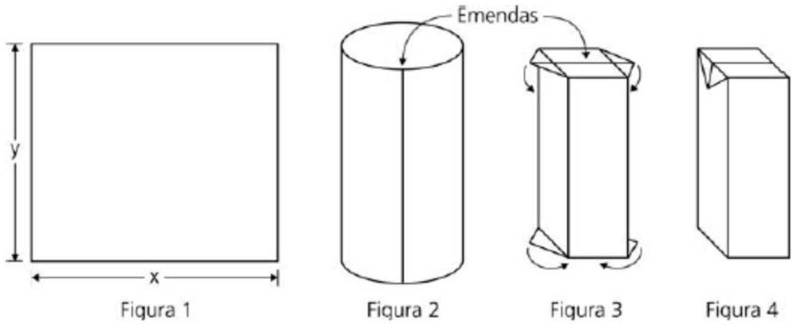
Depois de encher de areia um molde cilíndrico, uma criança virou-o sobre uma superfície horizontal. Após a retirada do molde, a areia escorreu, formando um cone cuja base tinha raio igual ao dobro do raio da base do cilindro.



a) 3/4 da altura do cilindro.
A altura do cone formado pela areia era igual a
b) 1/2 da altura do cilindro.
c) 2/3 da altura do cilindro.
d) 1/3 da altura do cilindro.

Questão 20

A caixa de um produto longa vida é produzida como mostra a sequência de figuras abaixo. A folha de papel da figura 1 é emendada na vertical, resultando no cilindro da figura 2. Em seguida, a caixa toma o formato desejado, e são feitas novas emendas, uma no topo e outra no fundo da caixa, como mostra a figura 3. Finalmente, as abas da caixa são dobradas, gerando o produto final, exibido na figura 4. Para simplificar, consideramos as emendas como linhas, ou seja, desprezamos a superposição do papel.



a) Se a caixa final tem 20 cm de altura, 7,2 cm de largura e 7 cm de profundidade, determine as dimensões x e y da menor folha que pode ser usada na sua produção.

b) Supondo, agora, que uma caixa tenha seção horizontal quadrada (ou seja, que sua profundidade seja igual a sua largura), escreva a fórmula do volume da caixa final em função das dimensões x e y da folha usada em sua produção.

Gabarito

01	D	**11**	a) $V_{P1}=625\,cm^3$ b) $V_{P2}=\frac{16875}{13}cm^3$
02	proposições corretas: 01, 04 e 16 proposições incorretas: 02 e 08	**12**	A
03	C	**13**	Zero
04	D	**14**	E
05	A	**15**	a) $34{,}325\,litros$ b) $R=10\cdot\sqrt[3]{\frac{9}{4\pi}}cm$
06	a) Não b) $400\cdot(8-\pi)km^2$	**16**	6,4 cm
07	B	**17**	a) Tronco de cone b) Cilindro
08	B	**18**	a) $V=\frac{21}{4}m^3$ b) $h=2\,m$
09	B	**19**	A
10	E	**20**	a) x=28,4 cm e y = 27 cm b) $V=\frac{x^2}{16}\cdot\left(y-\frac{x}{4}\right)$