

NAPNE - LISTA DE REVISÃO - MATEMÁTICA FINANCEIRA

1. (Enem 2019) Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1 % ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00 O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

- a) 398,02
- b) 400,00
- c) 401,94
- d) 404,00
- e) 406,02

SOLUÇÃO:

Exercícios similares: (<https://www.youtube.com/watch?v=kVBSHPXgNUg&t=28s>)

Como a taxa é de 1% ao mês, a primeira prestação, de 202 reais, paga um mês após a compra, já está com um acréscimo de 1%, ou seja, já foi multiplicada por 1,01. Isso quer dizer, que para saber o valor dessa prestação um mês antes, basta dividir por 1,01. A segunda prestação, de 204,02 reais, foi paga dois meses após a compra, ou seja, foi multiplicada por 1,01 x 1,01. Logo, para saber o valor dessa prestação dois meses antes, basta dividir por $1,01^2$.

Assim, tem-se que o valor P, pago à vista é dado por:

$$P = 202 / 1,01 + 204,02 / (1,01)^2$$

Efetuando-se essas duas divisões:

$$(202 \text{ reais}) / (1,01) = 200 \text{ reais}$$

$$(204,02 \text{ reais}) / (1,01)^2 = (204,02 \text{ reais}) / 1,0201 = 200 \text{ reais.}$$

Logo. $P = 200 \text{ reais} + 200 \text{ reais} = 400 \text{ reais.}$

A opção correta é a letra B.

2. (Enem 2017) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação P é calculado em função do número de prestações n segundo a fórmula:

$$P = (5000 * 1,013^n * 0,013) / (1,013^n - 1)$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para $\log 1,013$, 2,602 como aproximação para $\log 400$ e 2,525 como aproximação para $\log 335$.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

- a) 12
- b) 14
- c) 15
- d) 16
- e) 17

SOLUÇÃO:

Temos que achar o número de parcelas (n), para que a prestação máxima P seja igual a 400 reais. São dados $\log 1,013 = 0,005$; $\log 400 = 2,602$ e $\log 335 = 2,525$.

Substituindo $P = 400$ na fórmula $P = (5000 * 1,013^n * 0,013) / (1,013^n - 1)$, temos:
 $400 = (5000 * 1,013^n * 0,013) / (1,013^n - 1)$. Podemos encarar isso como uma proporção:
 $400 / 1 = (5000 * 1,013^n * 0,013) / (1,013^n - 1)$, ou seja, 400 está para 1 assim como $(5000 * 1,013^n * 0,013)$ está para $(1,013^n - 1)$.

Utilizando as propriedades de proporções, ou seja, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, temos:

$$1 * (5000 * 1,013^n * 0,013) = 400 * (1,013^n - 1)$$

Fazendo a multiplicação, no primeiro membro, $5000 * 0,013 = 65$ e usando a propriedade distributiva no segundo membro, temos:

$$65 * 1,013^n = 400 * 1,013^n - 400$$

$$400 = 400 * 1,013^n - 65 * 1,013^n$$

$$400 = 335 * 1,013^n$$

$$1,013^n = 400 / 335$$

Aplicando-se logaritmo decimal nos dois membros da igualdade:

$$\log 1,013^n = \log (400 / 335)$$

Utilizando as propriedades dos logaritmos, $\log b^n = n * \log b$ e $\log (b/c) = \log b - \log c$, temos:

$$n * \log 1,013 = \log 400 - \log 335$$

Como são dados $\log 1,013 = 0,005$; $\log 400 = 2,602$ e $\log 335 = 2,525$, temos:

$$n * 0,005 = 2,602 - 2,525$$

$0,005n = 0,077$. Multiplicando-se os dois termos por mil, tem-se:

$$5n = 77, \text{ logo } n = 77 / 5 = 15,4. \text{ Logo, o menor número de parcelas é igual a 16.}$$

A opção correta é a letra D.

3. (Enem 2016) Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 minutos.

Use 0,477 como aproximação para $\log 3$ e 1,041 como aproximação para $\log 11$. O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30°C é mais próximo de

- a) 22
- b) 50
- c) 100

- d) 200
- e) 400

SOLUÇÃO:

Fator de desconto de 1% é $100\% - 1\% = 99\% = 99 / 100 = 0,99$.

Como a redução é de 1% a cada 30 minutos, ou seja, a cada meia hora, a equação que dá a temperatura T a cada hora é $T = 3000 * 0,99^{2t}$ (cada duas “meias-horas” temos uma hora completa)

Para calcular o tempo necessário para que a temperatura da liga atinja, basta substituir T por 30 na equação $T = 3000 * 0,99^{2t}$

Então, fazendo $T = 30$ na equação $T = 3000 * 0,99^{2t}$, temos:

$$30 = 3000 * 0,99^{2t}$$

$0,99^{2t} = 30 / 3000$. Dividindo-se numerador e denominador por 30, temos;

$$0,99^{2t} = 1 / 100$$

Como são dados logaritmos decimais, $\log 3 = 0,477$ e $\log 11 = 1,041$, vamos aplicar log nos dois membros da igualdade.

$$\log 0,99^{2t} = \log (1/100)$$

Utilizando a propriedades dos logaritmos, $\log b^n = n * \log b$, temos:

$$2t * \log 0,99 = \log (1/100)$$

Utilizando as propriedades dos logaritmos, $\log b^n = n * \log b$, $\log (b/c) = \log b - \log c$ e $\log(b*c) = \log b + \log c$, vamos calcular cada logaritmo separadamente:

$$\begin{aligned} \log 0,99 &= \log (99/100) = \log 99 - \log 100 = \log (3^2 * 11) - \log 100 = \\ &= 2 * \log 3 + \log 11 - \log 100 = 2 * 0,477 + 1,041 - 2 = 0,954 + 1,041 - 2 = - 0,005. \end{aligned}$$

$$\log (1/100) = \log 1 - \log 100 = 0 - 2 = - 2$$

Substituindo na equação $2t * \log 0,99 = \log (1/100)$, temos:

$2t * (- 0,005) = - 2$. Multiplicando-se os dois termos por -1 e efetuando a multiplicação no primeiro membro, $2 * 0,005 = 0,01$, temos:

$$0,01 t = 2$$

$$t = 2 / 0,01 = 200 / 1 = 200 \text{ horas.}$$

A opção correta é a letra D.

4. (Enem 2015) O acréscimo de tecnologias no sistema produtivo industrial tem por objetivo reduzir custos e aumentar a produtividade. No primeiro ano de funcionamento, uma indústria fabricou 8000 unidades de um determinado produto. No ano seguinte, investiu em tecnologia adquirindo novas máquinas e aumentou a produção em 50%. Estima-se que esse aumento percentual se repita nos próximos anos, garantindo um crescimento anual de 50%. Considere P a quantidade anual de produtos fabricados no ano t de funcionamento da indústria.

Se a estimativa for alcançada, qual é a expressão que determina o número de unidades produzidas P em função de t, para t maior ou igual 1?

a) $P(t) = 0,5 * t^{-1} + 8000$

b) $P(t) = 50 * t^{-1} + 8000$

c) $P(t) = 4000 * t^{-1} + 8000$

d) $P(t) = 8000 * (0,5t)^{t-1}$

e) $P(t) = 8000 * (1,5)^{t-1}$

SOLUÇÃO:

O fator de aumento para um crescimento de 50% é dado por $100\% + 50\% = 150\%$
 $= 150/100 = 1,5$.

Assim, a cada aumento de 50%, o número de unidades é multiplicado por 1,5.

1º ano: $P(1) = 8000$ unidades.

2º ano: aumento de 50% em relação ao ano anterior: $P(2) = 8000 * (1,5)^1$.

3º ano: aumento de 50% em relação ao ano anterior:

$$P(3) = 8000 * 1,5 * 1,5 = 8000 * (1,5)^2.$$

4º ano: aumento de 50% em relação ao ano anterior:

$$P(3) = 8000 * 1,5 * 1,5 * 1,5 = 8000 * (1,5)^3.$$

Logo,

$$t^{\circ} \text{ ano: } P(t) = 8000 * (1,5)^{t-1}.$$

Obs. A sequência do número de unidades é uma PG cujo primeiro termo $a_1=8000$ e a razão $q = 1,5$.

Como o termo geral da PG é dado por $a_n=a_1*q^{n-1}$, temos: $P(t)=8000*(1,5)^{t-1}$.

A opção correta é a letra E.

(mais exercícios de fator de aumento: <https://www.youtube.com/watch?v=FLgloPAUScc>)

5. Enem 2015) Um casal realiza um financiamento imobiliário de R\$ 180.000,00 a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R\$500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R\$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuada o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

- a) 2075,00
- b) 2093,00
- c) 2138,00
- d) 2255,00
- e) 2300,00

SOLUÇÃO:

A cada mês, 500 reais são abatidos do saldo devedor de 180.000 mil reais. Após o pagamento da nona parcela, o saldo devedor ficou reduzido a:

$$R\$180.000,00 - 9 * R\$500,00 = R\$175.500,00.$$

Portanto, o valor da décima prestação é igual a 500 reais + 1% do saldo devedor devido antes do pagamento da 10ª parcela, ou seja, o saldo devedor após o pagamento da 9ª parcela. Logo:

$$10^{\text{a}} \text{ prestação} = 500 \text{ reais} + 1\% \text{ de } 175.500 \text{ reais} = 500 + 0,01 * 175500 = \\ = 500 + 1755 = 2255 \text{ reais.}$$

A opção correta é a letra D.

6. (Enem 2000) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os pontos possíveis, é de R\$ 21.000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses.

Ele tem R\$ 20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro.

Para ter o carro, João deverá esperar:

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
- b) três meses, e terá a quantia exata.
- c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$225,00.
- d) quatro meses, e terá a quantia exata.
- e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$430,00.

SOLUÇÃO:

O fator de aumento correspondente a taxa de juros de 2% é $100\% + 2\% = 102\%$ do que era antes = $102 / 100 = 1,02$.

$$1^{\text{o}} \text{ mês: } 20.000 \times 1,02 = 20.400,00$$

$$2^{\text{o}} \text{ mês: } 20.400 \times 1,02 = 20.808,00$$

$$3^{\text{o}} \text{ mês: } 20.808 \times 1,02 = 21.224,16$$

Portanto, no terceiro mês ele comprará o carro e ainda lhe sobrarão aproximadamente 225 reais.

A opção correta é a letra C.

(mais exercícios de fator de aumento: <https://www.youtube.com/watch?v=FLgloPAUScc>)