

PORCENTAGEM

(Conceitos Básicos)-PARTE 1

Porcentagem, ou razão percentual, é uma razão de denominador 100. A razão 1/100 é representada pelo símbolo % (lê-se: por cento).

Ex.: Numa escola de 500 estudantes, 300 são vascaínos.

Pergunta-se:

a. Qual a razão entre vascaínos e o total de alunos?

SOLUÇÃO: Vascaínos / Total = $300/500 = 3/5$

b. Qual a porcentagem de vascaínos?

A porcentagem é a razão percentual (razão de denominador 100). Então, para encontrarmos a razão percentual basta escrever a razão obtida no item “a” como uma razão de denominador 100.

Assim, para escrever uma razão equivalente a $3/5$ com denominador 100, temos que nos perguntar que número devo multiplicar o denominador 5 para que ele fique igual a 100? A resposta é 20. De fato, se multiplicarmos o numerador e o denominador da razão $3/5$ por 20, vamos obter 3 vezes 20/5 vezes 20 = $60/100 = 60$ vezes $(1/100)$. Como a fração $1/100$ é representada pelo símbolo %, podemos escrever que $60/100$ é igual a 60% (lê-se: 60 por cento).

Observação: a explicação acima pode parecer confuso para alguns mas, na prática, para transformarmos uma razão qualquer em uma razão percentual, basta multiplicar esta razão por 100%.

Então, para encontrarmos a porcentagem de vascaínos basta multiplicar a razão $3/5$ por 100% . Assim, $(3/5)$ vezes $100\% = 300\% / 5 = 60\%$.

Observação: Podemos resolver a multiplicação $(3/5)$ vezes 100% da seguinte maneira: Divide-se 100% por 5 e o resultado é multiplicado por 3 . Assim, $(3/5)$ vezes 100% é igual a $(100\%/ 5)$ vezes $3 = 20\%$ vezes $3 = 60\%$.

Resposta: 60% dos alunos são vascaínos.

IMPORTANTE: Dado um número real positivo “p”, para calcularmos $p\%$ de um determinado valor, basta multiplicar esse valor por $(P/100)$.

Exemplo:

a. 23% de $30 = (23/100)$ vezes $30 = 690/100 = 6,9$.

b. 30% de $120 = (30/100)$ vezes $120 = 3600 / 100 = 36$.

c. 10% de $15 = (10/100)$ vezes $15 = 150/100 = 1,5$

Observação: Como a razão $10\% = 10/100 = 1/10$, para calcular 10% de qualquer valor basta multiplicar esse valor por $1/10$, ou seja, dividir esse valor por 10 . Isso é muito usado para calcular o famoso 10% do garçom nas contas de consumo em bares e restaurantes. Assim:

10% de $15 = 15$ dividido por $10 = 1,5$.

10% de $370 = 370$ dividido por $10 = 37$

10% de $R\$83,70 = R\$83,70$ dividido por $10 = R\$8,37$.

d. 40% de $12 = (40/100)$ vezes $12 = 480/100 = 4,8$.

Observação: Poderíamos calcular 40% de 12 utilizando o fato de 40% ser igual a 4 vezes 10% . Assim:

10% de 12 = 1,2. Logo, 40% de 12 = 4 vezes 1,2 = 4,8.

d. 25% de 80 = $(25/100)$ vezes 80 = $2000/100 = 20$.

Observação: como $25\% = 25/100 = 1/4$, para calcular 25% de qualquer valor basta multiplicar esse valor por $1/4$, ou seja, dividir esse valor por 4.

Assim:

25% de 80 = 80 dividido por 4 = 20.

25% de 180 = 180 dividido por 4 = 45

25% de 50 = 50 dividido por 4 = 12,5.

Fator de aumento:

O fator de aumento permite achar o valor de um número, após um aumento percentual, com uma única multiplicação.

Exemplo:

Uma mercadoria custava R\$168,00. Qual seu novo preço após um aumento de 32%?

Solução Tradicional:

1º passo: Calcula-se o aumento.

32% de 168 = $(32/100)$ vezes 168 = $5376/100 = 53,76$.

2º passo: Calcula-se o novo preço:

$R\$168,00 + R\$53,76 = R\$221,76$.

Solução pelo fator de aumento:

Se o preço de uma mercadoria, aumentou 32%, ele passou a valer:

$100\% + 32\% = 132\% = 132/100 = 1,32$, ou seja, se o valor inicial da mercadoria corresponde a 100% e o aumento foi de 32% o novo valor corresponde a 132% do valor inicial, ou seja, para calcular o novo valor da mercadoria já aumentado de 32% basta multiplicar o preço inicial por 1,32.

Assim o novo preço, já com o aumento de 32%, pode ser calculado com uma única multiplicação:

Novo preço = 1,32 vezes R\$168,00 = R\$ 221,76.

Observação: O fator 1,32 é chamado de fator de aumento e pode ser calculado “mentalmente”.

Se, por exemplo, uma mercadoria teve um aumento de:

a. 30%, o fator de aumento é igual a 1,3.

($100\% + 30\% = 130\% = 130/100 = 1,3$).

b. 5%, o fator de aumento é igual a 1,05.

($100\% + 5\% = 105\% = 105/100 = 1,05$).

c. 300%, o fator de aumento é igual a 4.

($100\% + 300\% = 400\% = 400/100 = 4$).

Aumentos sucessivos:

Considere a seguinte situação:

dois aumentos sucessivos de 20% correspondem a um

único aumento de quantos por cento?

1ª Solução:

Considere uma mercadoria cujo preço inicial é de R\$100,00.

Com o primeiro aumento de 20%, a mercadoria passa a custar R\$120,00.

O segundo aumento de 20% vai incidir sobre esse novo valor(R\$120,00). Logo, o novo preço após esse segundo aumento será:

$$120,00 + 20\% \text{ de } 120,00 = 120,00 + 24,00 = 144,00.$$

Comparando R\$144,00 com o preço inicial (R\$100,00)

concluimos que esses dois aumentos sucessivos de 20% corresponde a um único aumento de 44%.

2ª solução:

O fator de aumento de 20% é igual a 1,2.

Logo, dois aumentos sucessivos de 20% correspondem a um novo fator de aumento de 1,2 vezes 1,2 = 1,44 ou seja,

o novo valor é 144% do que era antes, ou seja, corresponde a um único aumento de 44%.

Observação: na prática basta diminuir 1 do fator de aumento encontrado após as multiplicações sucessivas e multiplicar por 100, ou seja:

$(1,44 - 1)$ vezes 100% = 0,44 vezes 100% = 44%.

Outro exemplo: três aumentos sucessivos de 10% correspondem a um único aumento de quantos por cento?

Solução: fator de aumento de 10% = 1,1. Como são três aumentos sucessivos temos 1,1 vezes 1,1 vezes 1,1 = 1,331.

Logo, os três aumentos sucessivos de 10% correspondem a:

$(1,331 - 1)$ vezes 100% = 0,331 vezes 100% = 33,1%.

Fator de Desconto:

O fator de desconto permite achar o valor de um número, após um desconto percentual, com uma única multiplicação.

Exemplo:

Uma mercadoria custava R\$170,00. Qual o seu novo preço após um desconto de 32%?

Solução Tradicional:

1º passo: Calcula-se o desconto.

$$32\% \text{ de } 170 = (32/100) \text{ vezes } 170 = 5440/100 = 54,40.$$

2º passo: Calcula-se o novo preço:

$$R\$170,00 - R\$54,40 = R\$115,60.$$

Solução pelo fator de desconto:

Se o preço de uma mercadoria, diminuiu 32%, ele passou a valer:

100% – 32% = 68% = 68/100 = 0,68, ou seja, se o valor inicial da mercadoria corresponde a 100% e o desconto foi de 32% o novo valor corresponde a 68% do valor inicial, ou seja, para calcular o novo valor da mercadoria já descontado de 32% basta multiplicar o preço inicial por 0,68.

Assim o novo preço, já com o desconto de 32%, pode ser calculado com uma única multiplicação:

$$\text{Novo preço} = 0,68 \text{ vezes } R\$170,00 = R\$ 115,60.$$

Observação: O fator 0,68 é chamado de fator de aumento e pode ser calculado “mentalmente”.

Se, por exemplo, uma mercadoria teve um desconto de:

a. 30%, o fator de desconto é igual a 0,7.

$$(100\% - 30\% = 70\% = 70/100 = 0,7).$$

b. 5%, o fator de desconto é igual a 0,95.

$$(100\% - 5\% = 95\% = 95/100 = 0,95).$$

c. 85%, o fator de desconto é igual a 0,15.

(100% – 85% = 15% = 15/100 = 0,15).

Descontos Sucessivos.

Considere a seguinte situação: dois descontos sucessivos de 20% correspondem a um único aumento de quantos por cento?

1ª Solução:

Considere uma mercadoria cujo preço inicial é de R\$100,00.

Com o primeiro desconto de 20%, a mercadoria passa a custar R\$80,00.

O segundo desconto de 20% vai incidir sobre esse novo valor (R\$80,00). Logo, o novo preço após esse segundo aumento será:

$80,00 - 20\% \text{ de } 80,00 = 80,00 - 16,00 = 64,00.$

Comparando R\$64,00 com o preço inicial (R\$100,00)

concluimos que esses dois descontos sucessivos de 20% correspondem a um único desconto de 36% (de 100 reais

para 64 reais houve uma redução de 36 reais em 100 reais, ou seja 36%).

2ª solução:

O fator de desconto de 20% é igual a 0,8.

Logo, dois descontos sucessivos de 20% correspondem a um novo fator de desconto de 0,8 vezes 0,8 = 0,64 ou seja, o novo valor é 64% do que era antes, o que corresponde a um único desconto de 36%.

Observação: na prática basta fazer $1 - \text{fator de desconto}$ encontrado após as multiplicações sucessivas e multiplicar por 100, ou seja:

$(1 - 0,64)$ vezes 100% = 0,36 vezes 100% = 36%.

Outro exemplo: três descontos sucessivos de 10% correspondem a um único desconto de quantos por cento?

Solução: fator de desconto de 10% = 0,9. Como são três descontos sucessivos temos 0,9 vezes 0,9 vezes 0,9 = 0,729.

Logo, os três descontos sucessivos de 10% correspondem

a:

$(1 - 0,729)$ vezes 100% = 0,271 vezes 100% = 27,1%.

Contextualizações interessantes:

1. Por que as dívidas de cartões de créditos crescem absurdamente quando deixamos de pagar a fatura na data de vencimento?

Os cartões de créditos cobram taxas que variam de 10% a 15% ao mês. Vamos considerar um cartão de crédito que cobre taxa de 15% ao mês. O que acontece com essa dívida após 1 ano?

Suponha que uma pessoa tenha uma dívida R\$1000,00. O que acontece com essa dívida, após um ano, a uma taxa de juros e 15% ao mês? (Não vamos considerar aqui multas, mora sobre o valor que deixou de ser pago):

Dívida inicial: R\$1.000,00

1 mês após: R\$1.000,00 vezes 1,15

2 meses após: R\$1.000,00 vezes 1,15 vezes 1,15 =

R\$1.000,00 vezes $1,15^2$ (R\$1.000,00 vezes 1,15 elevado ao quadrado)

3 meses após: R\$1.000,00 vezes 1,15 vezes 1,15 vezes 1,15 =

R\$1.000,00 vezes $1,15^3$ (R\$1.000,00 vezes 1,15 elevado ao cubo)

4 meses após: R\$1.000,00 vezes $1,15^4$ (R\$1.000,00 vezes 1,15 elevado a quarta potência).

E assim sucessivamente até o décimo segundo mês. Logo,

12 meses após: R\$1.000,00 vezes $1,15^{12}$ (R\$1.000,00 vezes 1,15 elevado a décima segunda potência).

Utilizando uma calculadora para calcular $1,15^{12}$, temos:

$1,15^{12}$ aproximadamente 5,35025.

O fator de aumento 5,35025 corresponde a um aumento

percentual de $(5,35025 - 1)$ vezes 100% = 4,35025 vezes

100% = 435,025%.

(Observação: se fosse uma prova de concurso, poderia ser dada uma tabela com os valores das potências).

A dívida é uma função exponencial. Por isso seus valores crescem muito rapidamente. Uma dívida de R\$1000,00, em um ano, se transforma numa dívida de R\$1000,00 vezes $(1,15)^{12} =$

R\$1000,00 vezes 5,35025 = R\$ 5350,25.

OBS: O ideal é sempre pagar a fatura total do cartão de crédito no vencimento. Tudo que você deixa de pagar é sujeito a taxa de juros extorsivas. Use o cartão de crédito ao seu favor. O seu limite é o que você pode pagar e não o limite que o cartão oferece.

2. Pagar à vista ou em duas vezes????

Uma loja tem os dois seguintes planos de venda:

I - À vista, com 30% de desconto;

II - em duas parcelas iguais sem aumento de preço (a primeira parcela paga no ato da compra e a segunda parcela um mês após).

A taxa de juros ao mês cobrada por essa loja no plano II é de:

a) 15% b) 30% c) 60% d) 100% e) 150%

Solução: Suponha que o preço anunciado seja R\$100,00.

Logo:

Plano I:

Preço à vista: 30% de desconto sobre 100 reais. Logo, o preço a vista é de R\$70,00

(Observação: o preço real da mercadoria é o preço à vista)

Plano II:

R\$50,00 no ato e R\$50,00 um mês após.

Ao pagar R\$50,00 no ato, o cliente fica devendo à loja:

$R\$70,00 - R\$50,00 = R\$20,00$.

Porém, um mês após, ele paga a segunda parcela de

R\$50,00, ou seja, ele deve 20 reais e paga 50 reais.

Resolvendo por proporção:

O fator de aumento de 20 reais para 50 reais é o número que eu multiplico por 20 para obter 50, ou seja, basta dividir 50 por 20.

Fator de aumento igual $50/20 = 2,5$. Logo, o aumento percentual, ou seja, a taxa de juros cobrada é de $(2,5 - 1)$ vezes $100\% = 1,5$ vezes $100\% = 150\%$.

Observação 1: alguns alunos preferem fazer esse cálculo utilizando proporção. Se ele deve 20 reais e pagou 50 reais, teve um aumento de 30 reais nessa dívida. Logo 20 reais está para 100% assim como 30 reais está para x, ou seja, $20/100 = 30/x$. Assim, utilizando a propriedade das proporções:

$$20 \text{ vezes } x = 100 \text{ vezes } 30$$

$$20x = 3000$$

$$x = 3000 / 20$$

$$x = 150\%.$$

Logo, a opção correta: E

Questões ENEM:

1. (Enem 2019) Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1.234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, 5% do valor do objeto.

Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto.

Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a
a) 20% b) 25% c) 40% d) 60% e) 80%

SOLUÇÃO

Suponha que o objeto custe 100 reais. Como o custo do transporte é igual a $\frac{1}{5}$ do valor do objeto temos;

$\frac{1}{5}$ de 100 reais = $\frac{1}{5}$ vezes 100 reais = $\frac{100}{5}$ = 20 reais.

Logo para que a recompensa não ultrapasse o valor do objeto, podemos afirmar que o maior valor possível é igual a 80 reais. Em valores percentuais, 80 reais em 100 reais corresponde a 80%. A opção correta é a letra E.

2. (Enem 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja

têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

a) 15,00. b) 14,00. c) 10,00. d) 5,00. e) 4,00.

SOLUÇÃO

Se o produto custava 50 reais, o novo valor com o desconto de 20% pode ser calculado das seguintes maneiras:

Primeiro modo:

20% de 50 reais = $(20/100)$ vezes 50 = $1000/100 = 10$ reais.

Logo, o preço com o desconto é 50 reais – 10 reais = 40 reais.

Segundo modo:

O fator de desconto de 20% é igual a 0,8. Logo, o preço com o desconto é 0,8 vezes 50 = 40 reais.

Se ele possuísse o cartão da loja teria um desconto de 10% do valor da compra. Logo, 10% de 40 reais = 4 reais.

A opção correta é a letra E.

3. (Enem 2019) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R\$1250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi

em 2010.

IBGE. *Censo 2010*. Disponível em: www.ibge.gov.br.

Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

a) R\$1340,00

b) R\$1349,00

c) R\$1375,00

d) R\$1465,00

e) R\$1474,00

SOLUÇÃO:

Fator de aumento 7,2% = 1,072

Fator de aumento 10% = 1,1

Se o rendimento médio do trabalhador em 2000 era de R\$1250,00, após aumentos sucessivos de 7,2% e 1,1%, teremos:

R\$1250,00 vezes 1,072 vezes 1,1 = R\$1474,00.

A opção correta é a letra E.

4. (Enem 2018) Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%; 10%; 30% e 40% respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46; 60 e 50 respectivamente.

O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

a) 29,8 b) 71,0 c) 74,5 d) 75,5 e) 84,0

SOLUÇÃO:

Estamos diante de uma média aritmética ponderada com os pesos de 20%; 10%; 30% e 40% respectivamente. Vamos chamar o número de pontos da quarta avaliação de x. Então:

Primeira avaliação: 46 com peso 0,2

Segunda avaliação: 60 com peso 0,1

Terceira avaliação: 50 com peso 0,3

Quarta avaliação: x com peso 0,4.

Média de aprovação igual a 60. Assim temos,

$$\mathbf{[(46 \text{ vezes } 0,2 + 60 \text{ vezes } 0,1 + 50 \text{ vezes } 0,3 + x \text{ vezes } 0,4) / (0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,4)] = 60}$$

$$\mathbf{[(9,2 + 6 + 15 + 0,4x)/1] = 60}$$

$$\mathbf{30,2 + 0,4x = 60}$$

0,4x = 29,8 (multiplicando-se os dois membros da igualdade por 10)

$$\mathbf{4x = 298}$$

$$\mathbf{x = 74,5}$$

A opção correta é a letra C.

5. (Enem 2014) Os vidros para veículos produzidos por certo fabricante têm transparências entre 70% e 90% dependendo do lote fabricado. Isso significa que, quando um feixe luminoso incide no vidro, uma parte entre 70% e 90% da luz consegue atravessá-lo. Os veículos equipados com vidros desse fabricante terão instaladas, nos vidros das portas, películas protetoras cuja transparência, dependendo do lote fabricado, estará entre 50% e 70%. Considere que uma porcentagem P da intensidade da luz, proveniente de uma fonte externa, atravessa o vidro e a película.

De acordo com as informações, o intervalo das porcentagens que representam a variação total possível de P é

- a) [35, 63]
- b) [40, 63]
- c) [50, 70]
- d) [50, 90]
- e) [70, 90]

SOLUÇÃO:

50% de 70% = $(50/100)$ vezes 70% = 35%

70% de 90% = $(70/100)$ vezes 90% = 63%

Logo, o intervalo das porcentagens que representação a variação total possível é [35, 63].

A opção correta é a letra A.

