Definição: Porcentagem ou razão percentual é uma razão de denominador 100. A porcentagem é representada pelo símbolo % (por cento).

Ex.: Numa escola de 500 estudantes, 300 são vascaínos. Pergunta-se:

a) Qual a razão entre vascaínos e o total de alunos.

b) Qual a porcentagem de vascaínos.

Solução:

a) $\frac{\text{Vascaínos}}{\text{total}} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$

b) A porcentagem é a razão percentual. (razão de denominador 100)

$\frac{3^{x20}}{5^{x20}} = \frac{60}{100}$ = 60%

Na prática para transformarmos, uma razão qualquer em uma razão percentual, basta multiplicar esta razão por 100%.

$$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{3}{5} \times 100\% = \frac{300\%}{5} = 60\%$$

Obs.: Dado um número real positivo "p", para calcularmos p% de um determinado valor, basta multiplicar esse valor por $\frac{p}{100}$.

Ex.:

a) 25% de 14 = $\frac{25}{100} x14 = 3,5$

b) 21,3% de 12 = $\frac{21,3}{100} x12 = 2,556$

Fator de Acumulação de Capital(Fator de aumento)

O fator de aumento é um número que permite achar o novo preço de uma mercadoria, após um aumento percentual, com uma única multiplicação.

Exemplo: Uma mercadoria custava \$168,00. Qual seu novo preço após um aumento de 32%?

Solução Tradicional:
1º passo: Calcula-se o aumento

$$32\% \text{ de } 168,00 = \frac{32}{100} \times 168 = 53,76$$

2º passo: Calcula-se o novo preço:

$$168,00 + 53,76 = 221,76$$

Solução pelo fator de aumento:

Se o preço de uma mercadoria, aumentou 32%, ele passou a valer:
(o raciocínio abaixo pode ser feito "mentalmente")

$$\boxed{fa = 100\% + 32\% = 132\% = \frac{132}{100} = 1,32}$$

Logo:

Com uma única multiplicação, podemos achar o novo preço, já aumentado:

Novo preço = $1,32 \times \$168,00 = \$221,76$

O fator 1,32 é chamado de fator de aumento (f_a)

Vamos ver agora, uma definição mais formal:

Se uma mercadoria de valor inicial V_0 for vendida com um acréscimo de a%. O seu valor de venda V será dado por:

$$V = V_0 + a\% \cdot V_0 \Rightarrow \quad V = V_0 + \frac{a}{100} \cdot V_0$$

$$\Rightarrow V = V_0(1 + \frac{a}{100})$$ onde,

CPII/VASCO/CPII/VASVO/CPII

$V \rightarrow$ Valor de venda após o acréscimo
$V_0 \rightarrow$ Valor inicial
$a \rightarrow$ Taxa de acréscimo

Obs: O número $(1+\frac{a}{100})$ é chamado de fator de aumento (f_a)

Ex.: Uma mercadoria custa C sofre um acréscimo de 24%. Por quanto é vendida a mercadoria?

Solução:

$V = C \cdot (1+\frac{24}{100}) \Rightarrow$ V = 1,24 C

Para você treinar mais um pouco:

% de aumento	Fator de aumento
20%	
25%	
3%	
93%	
93,78%	
300%	

Cálculo da porcentagem de aumento através fator de aumento:

Observe a seguinte situação:

Uma mercadoria que custava \$168,00 passou a custar \$221,76. Qual a porcentagem de aumento?
Resolução:
Devemos encontrar , primeiramente, qual o número que multiplica 168 para obtermos 221,76:

$$168 \times f_a = 221{,}76 \Rightarrow f_a = \frac{221{,}76}{168}$$

$f_a = 1{,}32$, ou seja, um aumento de
$1{,}32 - 1 = 0{,}32$ ou seja $(0{,}32 \times 100\%) = 32\%$

Conclusão:
Cálculo da porcentagem a partir do fator de aumento:
1º) Calcula-se o fator de aumento:

$$f_a = \frac{PreçoNovo}{PreçoAntigo}$$

2º) Calcula-se a porcentagem de aumento:

$$\%\text{ de } Aumento = (f_a - 1) \times 100\%$$

Obs: O bom entendimento do cálculo da porcentagem a partir do fator de aumento vai facilitar muito o estudo das taxas nos juros simples e compostos.

Aumentos sucessivos:

Considere a seguinte situação:

Dois aumentos sucessivos de 20% corresponde a um único aumento de quantos por cento?

1ª Solução:

Considere uma mercadoria cujo preço inicial é de R\$100,00.

Com o primeiro aumento de 20% , a mercadoria passa a custar R\$120,00.

O segundo aumento de 20% vai incidir sobre esse novo valor(R\$120,00). Logo, o novo preço após esse segundo aumento será:

120,00 + 20% de 120,00 = 120,00+ 24,00 = 144,00.

Comparando R\$144,00 com o preço inicial (R\$100,00) concluímos que esses dois aumentos sucessivos de 20% corresponde a um único aumento de 44%.

2ª solução:

O fator de aumento de 20% é igual a 1,2.

Logo, dois aumentos sucessivos de 20% corresponde a um novo fator de aumento de:

$$1{,}2 \times 1{,}2 = (1{,}2)^2 = 1{,}44 \Rightarrow$$

$$\%(aumento) = (1{,}44 - 1) \times 100\% = 44\%$$

Por que as dívidas de cartões de créditos e cheques especiais são impagáveis?

Os cartões de créditos cobram taxas que variam de 10% a 15% ao mês. Vamos considerar um cartão de crédito que cobre taxa de 15% ao mês.

O que acontece com essa dívida após 1 ano?

Suponha que uma pessoa tenha uma dívida R$1000,00. O que acontece com essa dívida, após um ano, a uma taxa de juros e 15% ao mês? (Não vamos considerar aqui multas, mora sobre o valor que deixou de ser pago:

Dívida inicial: R$1.000,00

1 mês após: $R\$1.000{,}00 \times 1{,}15$

2 meses após: $R\$1.000{,}00 \times (1{,}15)^2$

3 meses após: $R\$1.000{,}00 \times (1{,}15)^3$

4 meses após: $R\$1.000{,}00 \times (1{,}15)^4$

....

12 meses após:

$$R\$1.000{,}00 \times (1{,}15)^{12} =$$
$$= R\$1.000{,}00 \times 5{,}35025 = R\$5.350{,}25$$

O fator de aumento 5,35025 corresponde a uma porcentagem de aumento de:

$$\%(aumento) = (5{,}35025 - 1) \times 100\% = 435{,}025\%$$

A dívida é uma função exponencial. Por isso seus valores crescem muito rapidamente.

Observe agora a informação contida no extrato do Banco Real – ABN AMRO

Taxas praticadas no período após 10 dias.

8,40% ao mês ; 100,80% ao ano.

CUIDADO: A 'facada" é mais profunda do que aparenta.

100,80% ao ano é taxa nominal. Realmente, ao dividirmos 100,80% por 12 obtemos 8,40%.

Porém, estamos trabalhando com juros compostos. A taxa de 8,40% ao mês corresponde a um fator de aumento de 1,084. Em 12 meses temos:

$$(1{,}084)^{12} \cong 2{,}6324$$
$$\%(aumento) = (2{,}6324 - 1) \times 100\% = 163{,}24\%$$

Se uma pessoa tem uma dívida de R$1.000,00 nessas condições, sem considerar outras taxas, tarifas, multas, em 1 ano essa dívida transformar-se-á em: $R\$1.000{,}00 \times (1{,}084)^{12} = R\$2.632{,}40$

OBS: O ideal é nunca utilizar os limites do cheque especial e pagar a fatura total do cartão de crédito no vencimento.

Pagar à vista ou em duas vezes????

1)Uma loja tem os dois seguintes planos de venda:

I - à vista, com 30% de desconto;

II - em duas parcelas iguais sem aumento de preço (a 1ª paga no ato da compra e a 2ª um mês após).

A taxa de juros ao mês cobrada por essa loja no plano II é de:

a) 15% b) 30% c) 60% d) 100% e) 150%

Solução: Suponha que o preço anunciado seja R$100,00. Logo:

Plano I:

Preço à vista: 30% de desconto→R$70,00

(Preço verdadeiro é o preço à vista)

Plano II:

R$50,00 no ato e R$50,00 um mês após.

Ao pagar R$50,00 à vista, o cliente fica devendo à loja: 70,00 – 50,00 = 20,00.

Porém, um mês após, ele paga 50,00.

$$f_a = \frac{50}{20} = 2{,}5.$$

Logo, a porcentagem de aumento:

$$\% = (f_a - 1) \times 100\% = (2{,}5 - 1) \times 100\% = 150\%.$$

Opção correta: E

Guarde as fórmulas abaixo na sua carteira. Com uma simples calculadora de celular você pode resolver problemas simples que pode ajudar a economizar alguns valores no seu orçamento.

Resumo das Fórmulas:

(I) $\%(aumento) = (\text{aumento} \div \text{preço inicial}) \times 100\%$

(II) $\%(desconto) = (\text{aumento} \div \text{preço inicial}) \times 100\%$

(III) $f_a = \dfrac{\Pr eçoNovo}{\Pr eçoAntigo}$

(IV) $\%deAumento = (f_a - 1) \times 100\%$

(V) Fator de aumento (juros compostos) em "n" meses: $(fa)^n$

Descontos (fator de desconto)

O fator de desconto é um número que permite achar o novo preço de uma mercadoria, após um desconto percentual, com uma única multiplicação.

Exemplo: Uma mercadoria custava \$170,00. Qual o seu novo preço após um desconto de 32%?

Solução Tradicional:

1º passo: Calcula-se o desconto

$$32\% \text{ de } 170{,}00 = \frac{32}{100} \times 170 = 54{,}40$$

2º passo: Calcula-se o novo preço:

$$170{,}00 - 54{,}40 = 115{,}60$$

Solução pelo fator de desconto:

Se o preço de uma mercadoria, diminuiu 32%, ele passou a valer:
(o raciocínio abaixo pode ser feito "mentalmente")

$$\boxed{fd = 100\% - 32\% = 68\% = \frac{68}{100} = 0{,}68}$$

Ou seja, 0,68 do preço anterior. Logo:

Novo preço = $0{,}68 \times \$170{,}00 = \$115{,}60$.

O fator 0,68 é chama de fator de desconto (f_d)

Para você treinar mais um pouco:

% de desconto	Fator de desconto
20%	
2%	
3%	
25%	
37,5%	
10%	

Vamos ver agora uma definição mais formal:

Se uma mercadoria de valor inicial V_0 for vendida com um desconto de d%. O seu valor de venda V será dado por:

$$V = V_0 - d\% \cdot V_0 \Rightarrow V = V_0 - \frac{d}{100} \cdot V_0$$

$$\Rightarrow V = V_0 \left(1 - \frac{d}{100}\right)$$ onde,

$V \rightarrow$ Valor de venda após o acréscimo
$V_0 \rightarrow$ Valor inicial
$a \rightarrow$ Taxa de desconto

Obs: O número $(1-\frac{d}{100})$ é chamado de fator de desconto.

Ex.: Uma mercadoria custa C sofre um desconto de 30%. Por quanto é vendida a mercadoria?

$V = C \cdot (1-\frac{30}{100}) \Rightarrow$ V = 0,7 C

<u>Cálculo da porcentagem de desconto através do fator de desconto</u>

Observe a seguinte situação:

Uma mercadoria que custava \$170,00, sofreu um desconto e passou a custar \$115,60. Qual a porcentagem de desconto?

Resolução:

Devemos encontrar, primeiramente, qual o número que multiplica 170 para obtermos 115,60:

$$170 \times f_d = 115{,}60 \Rightarrow f_d = \frac{115{,}6}{170}$$

$$\Rightarrow f_d = 0{,}68$$

Ou seja, o novo preço é 0,68 do que era antes. Logo, o desconto é de

$$(1-0{,}68)\times 100\% = 0{,}32 \times 100\% = 32\%$$

Conclusão:
Cálculo da porcentagem de desconto a partir do fator de desconto:

1º) Calcula-se o fator de desconto:

$$f_d = \frac{\Pr eçoNovo}{\Pr eçoAntigo}$$

2º) Calcula-se a porcentagem de desconto:

$$\%deDesconto = (1 - f_d)\times 100\%$$

<u>Juros Simples e Compostos</u>:

<u>Capital Inicial (C)</u>: É o dinheiro que aplicamos, emprestamos ou pedimos emprestado.

<u>Taxa de Juros (i)</u>: O juro é determinado por um coeficiente referido a um dado intervalo de tempo. Tal coeficiente é chamado de taxa de juros. A taxa de juros geralmente é apresentada de duas formas:

<u>Forma percentual</u>: Aplicada a “centos de capital”. Exemplo: \$100,00 aplicados a 12% ao mês. Cada \$100,00 gera \$12,00 em um mês.

<u>Forma Unitária</u>: Aplicada “a unidade de capital” Exemplo:\$1,00 aplicado a taxa de 0,12 ao mês. Cada \$1,00 gera \$0,12 em um mês.

<u>Tempo(t)</u>: Prazo de empréstimo ou de aplicação.

A diferença entre juros simples e compostos é basicamente a seguinte:

- **O cálculo dos juros simples é sempre feito em relação ao capital inicial. Desse modo, o valor do juro é constante em cada período. (A seqüência formada pelo montantes no final de cada período é uma P.A.)**

- **O cálculo do juro composto é feito em relação ao montante que se tem no início de cada período. No final de cada período, o juro é incorporado ao capital. (A seqüência formada pelos montantes no final de cada período é uma P.G.)**

Exemplo:

Um Professor investiu R\$1000,00 em um banco que paga juros simples de 10% ao mês. Qual será o montante após 3 meses de investimento?

Mês	Montante no início de cada mês	Juro do mês	Montante no final de cada mês
1º	1000,00	10% de 1000 =100,00	1100,00
2º	1100,00	10%de 1000= 100,00	1200,00
3º	1200,00	10%de 100=100,00	1300,00

Resposta: R\$1300,00

Note que:

1º) A seqüência (1100,00 ; 1200,00 ; 1300,00; ...) é uma P.A de razão 100).

2º) Esses valores são pontos da reta y=1000+100x.

Se o mesmo professor investisse os mesmos R$1000,00 reais a taxa de juros compostos de 10% ao mês, qual seria o montante após 3 meses de investimento?

Mês	Montante no início de cada mês	Juro do mês	Montante no final de cada mês
1º	1000,00	10% de 1000=100	1100,00
2º	1100,00	10%de1100 =110,00	1210,00
3º	1210,00	10%de1210 =121,00	1331,00

Note que a seqüência (1.100,00; 1.210,00; 1.331,00 ; ...) é uma P.G. de razão 1,1.

Esses valores são pontos da função exponencial:

$$\boxed{y = 1000 \times (1{,}1)^x}$$

Resumindo:
Juros Simples → P.A → Pontos de uma reta.
Juros Compostos → P.G→Pontos de uma exponencial.

Fórmulas:

A maior parte dos problemas pode ser resolvida com a parte teórica exposta acima. Porém, as fórmulas a seguir podem ser úteis.

Juros Simples

Quando o regime é de juros simples, a remuneração do capital inicial (C), também chamado de "Principal", é diretamente proporcional ao seu valor e ao tempo de aplicação(t). O fator de proporcionalidade é a taxa de juros.

Assim: $$\boxed{J = C.i.t}$$

Obs. 1

Define-se como **MONTANTE** (M) de um capital aplicado por um período t a uma taxa i, como sendo a soma do capital inicial(C) com o juro (J). Assim:

$$M = C + J \Rightarrow$$

$$\boxed{M = C + Cit \Rightarrow M = C(1 + it)}$$

Obs. 2

O prazo de aplicação (t) deve estar expresso, nas fórmulas, na mesma unidade de medida de medida de tempo a que se refere a taxa (i) considerada.

Exemplos:

i ao mês $\Leftrightarrow t$ em meses

i ao ano $\Leftrightarrow t$ em anos

i ao dia $\Leftrightarrow$ t em dias

i ao semestre $\Leftrightarrow t$ em semestres, e assim sucessivamente

Juros Compostos

Sendo: $J \rightarrow$ Juro Composto

$C \rightarrow$ Capital Inicial

$i \rightarrow$ Taxa unitária ou decimal

$n \rightarrow$ Número de períodos(número de anos, meses, dias, trimestres,.....)

$M \rightarrow$ Montante no final de "n" períodos

Então:

$$\boxed{M = C.(1 + i)^t}$$

onde i e t se refere a mesma unidade tempo, por exemplo, taxa ao mês e número de período em meses.

O fator $(1 + i)^n$ é chamado de fator de capitalização ou fator de acumulação de capital.

Obs: Cálculo do Juro:

$$J = M - C \Rightarrow$$

$$\boxed{J = C.\left[(1 + i)^n - 1\right]}$$

Exercício Resolvido:
Qual o montante produzido por \$12.000,00, à taxa de juros compostos de 2% ao mês durante:
a) 2 meses
b) 18 meses

RESOLUÇÃO:
a) M = ?
C = 12000
$i = 2\% = 0{,}02$ (taxa unitária)
n = 2 meses

Como $M = C.(1+i)^n \Rightarrow M = 12000.(1+0{,}02)^2$

O valor de $(1{,}02)^2$ pode ser chato mas não é difícil de se obter sem calculadora, logo:
$M = 12000 \times 1{,}0404 = 12.484{,}80$

b) M=?
C=12000
i =0,02
n=18

Então : $M = 12000.(1+0{,}02)^{18}$

Obter o valor de $(1{,}02)^{18}$ sem calculadora é "**<u>extremamente</u>**" trabalhoso. Algumas bancas examinadoras de concursos fornecem uma tabela do **<u>fator de acumulação de capital</u>** $(1+i)^n$. Consultando esta tabela temos:

$(1{,}02)^{18} = 1{,}428246$
Logo $M = 12000 \times 1{,}428246 = 17.138{,}95$
NÃO SE ASSUSTE COM OS CÁLCULOS TRABALHOSOS:
Algumas bancas fornecem, na própria questão, valores aproximados dessas potências, por exemplo: $(1{,}02)^{18} = 1{,}43$

Rendas Certas ou Anuidades

(Série Uniformes de Pagamentos)

Observe a seguinte situação☹Exemplo 1) Uma loja vende um produto em 4 prestações mensais e consecutivas de \$80,00, sendo a primeira um mês após a compra. Se a taxa de juros compostos do mercado é de 2% ao mês, qual deve ser o preço à vista equivalente ao pagamento a prazo:

Solução:

O valor atual desse conjunto de pagamentos é dado por:

$$V = \frac{80}{1{,}02} + \frac{80}{(1{,}02)^2} + \frac{80}{(1{,}02)^3} + \frac{80}{(1{,}02)^4} \Rightarrow$$
$$V = 304{,}62$$

Note que esses cálculos são extremamente trabalhosos. Porém, se colocarmos "80" em evidência, o segundo fator é uma P.G, cujo primeiro termo é $\frac{1}{1{,}02}$ e a razão também é $\frac{1}{1{,}02}$.

$$[V = 80.(\frac{1}{1{,}02} + \frac{1}{(1{,}02)^2} + \frac{1}{(1{,}02)^3} + \frac{1}{(1{,}02)^4})]$$

Aplicando-se a fórmula da soma da P.G infinita:

$$S_n = \frac{\frac{1}{1{,}02}[(\frac{1}{1{,}02})^4 - 1]}{\frac{1}{1{,}02} - 1} = 3{,}807729$$

Logo: $V = 80 \times 3{,}807729 \cong 304{,}62$

Note que esse valor foi obtido multiplicando-se a prestação dada (80,00) por um fator (3,807729), que depende do número n de períodos e da taxa de juros i que passamos a representar $a_{n,i}$. Esse fator é chamado de fator de valor atual e é tabelado com a notação $a_{n,i}$.

A série uniforme desse exemplo é denominada de termos **postecipados**, devido a 1ª prestação ser um mês após a compra.
Generalizando, considere que uma dívida a ser paga com n prestações iguais a R, segundo a taxa de $i\%$ na unidade de tempo considerada. Defina V como seu valor atual. Logo:

$$V = R.[\frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{1}{(1+i)^n}]$$

O segundo fator do membro esquerdo da igualdade acima é uma soma de P.G. finita de "n" termos , cujo primeiro termo e a razão são iguais a $\frac{1}{1+i}$.
Substituindo na fórmula da soma da P.G. finita, obtemos:

$$V = R.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

onde o fator: $a_{n,i} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ encontra-se tabelado, ou pode ser calculado usando uma calculadora científica, e é chamado de fator de valor atual.

Logo:

$$V = R \times a_{n,i}$$

Voltando ao exemplo: R = 80,00 ; n = 4 e i =2. Logo: $V = 80 \times a_{4,2}$. Consultando-se a tabela: $V = 80 \times 3{,}807729 \cong 304{,}62$

Exemplo 2:

Uma compra no valor de $10.000,00 deve ser paga com uma entrada de 20% e o saldo devedor financiado em 12 prestações mensais e iguais , vencendo a primeira ao fim de um mês, a uma taxa de 4% ao mês. Considerando que esse sistema de amortização corresponde a uma anuidade ou renda certa, em que o valor atual de anuidade corresponde as prestações, calcule a prestação mensal, desprezando os centavos.

Solução:

Entrada: 20% de 10.000,00 = 2.000,00

Valor financiado: V = 8.000,00

Como n = 12 e i = 4%. Considere R prestação. Logo

8.000= $a_{12,4} \times R \Rightarrow R = \dfrac{1}{a_{12,4}} \times 8.000$

Dependendo da banca , pode ser fornecido uma tabela de fator de valor atual ou, até mesmo, uma **tabela de coeficiente de financiamento:**

$$\frac{1}{a_{n,i}} = \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

Utilizando a tabela anexa de $a_{n,i}$,ou utilizando a calculadora científica, encontra-se: $a_{12,4} = 9{,}385074 \Rightarrow R \cong 852{,}00$.

Quando a tabela não é fornecida , o resultado, "simplesmente" pode vir indicado:

$$R = 8.000 \times \frac{0{,}04}{1-(1{,}04)^{-12}}$$

Montante de Uma Série de

Exercícios

1. Uma mercadoria, cujo preço inicial era $500,00, teve um aumento e passou custar $900,00. Qual a porcentagem de aumento?

2. Se 1 Kg de carne passou de $3,95 para $4,80, o aumento percentual foi equivalente, aproximadamente a:

a) 20% b) 24,5% c) 27,8% d)22% e) 25%

3. Numa empresa com 124 funcionários, 25% serão demitidos por causa da grave crise financeira que nosso país atravessa. Quantos funcionários serão demitidos?

4. Está sendo proposta a criação de um imposto de 0,3% sobre qualquer transação financeira feita na rede bancária. Se isso ocorrer, quantos reais Júlia pagará de imposto sobre uma transação financeira de $250.000,00 feita em um banco?

5. Marcos, Paulo e Roberto disputam uma prova de natação. O treinador dos três afirma que as "chances" de Marcos vencer são o dobro de Paulo, e que Paulo tem o triplo de "chances" de Roberto. Com base na afirmação do treinador podemos dizer que as "chances" de Roberto são:

a) 10% b) 20% c) 30% d) 40% e) 60%

6. Uma mercadoria custa R unidades monetárias. Por quanto ela é vendida, se sofre um aumento de:

$i)$ 30%

$ii)$ 45%

$iii)$ 3%

$iv)$ 23,74%

$v)$ 400%

$vi)$ 100%

7. Calcule a porcentagem de acréscimo em cada caso abaixo:

	Preço Anterior	Novo Preço após Acréscimo
$i)$	x	1,8x
$ii)$	x	1,35x
$iii)$	x	2,342x
$iv)$	$3,00	$3,90

8. Uma certa mercadoria que custava $12,50, teve um aumento e passou a custar $13,50. A majoração sobre o preço antigo foi de :

a) 1,0% b) 10,0% c) 12,5% d) 8% e) 10,8%

9. Uma mercadoria custa R unidades monetárias. Por quanto ela é vendida após um desconto de:

$i)$ 30%

$ii)$ 35%

$iii)$ 22%

$iv)$ 10%

10. Calcule a porcentagem de desconto em cada caso abaixo:

	Preço Anterior	Novo preço após desconto
$i)$	x	0,8x
$ii)$	x	0,75x
$iii)$	$125,00	$100,00

11. Julgue os itens abaixo. Assinale "C" para certo e "E" para errado. (nota do autor: A título de treinamento, encontre o valor correto caso o item esteja errado).

$i)$ Se um trabalhador recebeu um reajuste salarial de 70%, mais 8% de produtividade sobre o valor reajustado, terá um reajuste salarial total de 78%.( )

$ii)$ Se o seu salário subiu 56% e os preços subiram 30% , o seu poder de compra aumentou em 26%.( )

$iii)$ Se o preço de um produto sofreu um aumento de 40% e logo em seguida, um desconto de 50% , a variação total sofrida pelo preço deste produto é de –10%. ( )

$iv)$ A função que representa o valor a ser pago após um desconto de 3% sobre o valor x de uma mercadoria é $f(x) = 0{,}97x$ ( )

$v)$ Dois aumentos sucessivos de 20%, correspondem a um único aumento de 40%( )

$vi)$ Descontos sucessivos de 20% e 30% correspondem a um único desconto de 50%.

$vii)$ Uma inflação mensal de 2% acumula, durante 4 meses, uma inflação de 8%. ( )

12.A falta de saneamento adequado, de Norte a Sul do país, é a responsável pela internação de 65% das crianças brasileiras até 11 anos de idade. Maiores vítimas do descumprimento da Lei Orgânica da Saúde, que prevê o direito fundamental a saneamento e meio ambiente, elas sofrem de doenças que poderiam ser evitadas com tratamento de esgoto, controle de vetores, drenagem urbana, abastecimento de água e coleta de lixo.

De acordo com a Associação Nacional de Serviços Municipais de Saneamento (ASSEMAE), para cada $1,00 investido anualmente em saneamento, o setor público economizaria $4,00 em medicina curativa. No Brasil, pelo menos oitenta doenças devem-se a falta de saneamento. Nesse caso estão, por exemplo, o cólera, a esquistossomose, a febre tifóide, o tracoma e a diarréia.

A partir do texto acima, julgue os itens abaixo:

$i)$ Considerando que a população brasileira seja de 170 milhões de habitantes e que 20% destes sejam crianças de até 11 anos de idade, conclui-se que mais de 23 milhões de crianças brasileiras de até 11 anos de idade são internadas em razão de doenças provocadas pela falta de saneamento adequado. ( )

$ii)$ A função que descreve a quantidade de reais que seriam economizados anualmente em “medicina curativa” em função do total de reais investidos em saneamento, de acordo com a ASSEMAE, é linear. ( )

13. Se a taxa de inflação mensal for 10% durante 12 meses seguidos, então a taxa de inflação anual durante esses 12 meses será:

a) 120%

b) $100\left[(1{,}2)^{10} - 1\right]\%$

c) $100\left[(1{,}1)^{12} - 1\right]\%$

d) 313%

e) $100.(1{,}1)^{12}\%$

14) Se o preço de uma mercadoria tem um aumento de 20% e logo após , um desconto de 20%, pode-se afirmar que:
a) o preço não se altera.
b) o preço final é 4% maior que o preço inicial.
c) o preço final é 4% menor que o preço inicial.
d) o preço final é 96% menor que o preço inicial.
e) o preço final é 96% maior que o preço inicial.

15) Um capital de R$12.000,00 é aplicado a uma taxa anual de 8%, com juros capitalizados anualmente. Considerando que não foram feitas novas aplicações ou retiradas, **considere as afirmativas a seguir:**
(Se necessário, use $\log_{10} 2 = 0{,}301$ e $\log_{10} 3 = 0{,}477$)

I - O capital acumulado após 2 anos é dado pela expressão : $\$12.000{,}00 \times (1{,}08)^2$ ( )

II - O número inteiro mínimo de anos necessários para que o capital acumulado seja maior que o dobro do capital inicial é de 10 anos ( )

Assinale a alternativa:
A) Se somente I for verdadeira
B) Se somente II for verdadeira
C) Se as duas forem verdadeiras
D) Se as duas forem falsas

16) A cada mês que passa, o preço de uma cesta básica de alimentos diminui 3% em relação ao seu preço do mês anterior. Admitindo que o preço da cesta básica no primeiro mês é R$97,00, o seu preço no 12º mês será, em reais:

a) $97 \times (0{,}03)^{12}$ b) $100 \times (0{,}97)^{12}$
c) $100 \times (0{,}97)^{13}$ d) $97 \times (0{,}03)^{11}$
e) $97 \times (0{,}97)^{12}$

17) Uma cidade, cuja população vem diminuindo sistematicamente, tem hoje 30.000 habitantes. Se o ritmo de diminuição se mantiver, então o número de habitantes daqui a t anos, P(t), é calculado aplicando-se a fórmula:

$$P(t) = 30.000 \times (0{,}9)^t$$

Supondo que o ritmo de diminuição se mantenha, **julgue os itens a seguir (Coloque V para verdadeiro e F para falso)**:

$i)$ Daqui a 2 anos, a população será menor que 24000.( )

$ii)$ Os números P(1), P(2), P(3), ... , nesta ordem, formam uma progressão geométrica.( )

$iii)$ O tempo necessário, em anos, para que a população se reduza à metade da atual é (log1-log2)/log(0,9). ( )

$iv)$ P(20) = 0. ( )

$v)$ Em cada período de um ano a população diminui 10%.( )

Assinale agora, a sequência de respostas corretas:

A) F V V F V

B) F V V V V

C) F F V F V

D) V V F V V

E) F V F F V

18)

"*Duas taxas referidas a períodos diferentes são* ***equivalentes*** *quando resultam no mesmo juro. no fim do prazo de operação, tendo incidido sobre o mesmo capital inicial."*

"No regime de juros simples, o cálculo das taxas equivalentes é feito de forma linear, ou seja, as ***taxas equivalentes*** *são* ***taxas proporcionais*** *aos períodos"*

(Coloque "C" para certo e "E" para errado)

$i)$ A taxa de juros simples 3% ao mês é equivalente a uma taxa de 36% ao ano ( )

$ii)$ A taxa de juros simples anual de 48% corresponde a uma taxa de 12% ao trimestre. ( )

$iii)$ A taxa de juros simples de 32,5 % para 5 meses corresponde a uma taxa anual de 78% ( )

19.Um empréstimo de \$ 80,00 foi realizado a uma taxa de 5 % ao mês. Quanto será pago de juros simples no final de 2 meses?
a) \$ 5,00 b) \$ 6,00 c) \$ 7,00 d) \$ 8,00

20. A que taxa anual se deve aplicar a quantia de \$10.000,00, durante 4 anos, para se obter \$ 6.000,00 de juros simples?
a) 10% b) 12% c) 15% d) 18% e) 20%

21. Qual é o capital que aplicado à taxa de 2% ao mês, durante 3 anos, produziu \$ 360,00 de juros simples?
a) \$ 6.000,00 b) \$ 600,00 c) \$ 500,00 d) \$ 60.000,00 d) \$ 60,00

22. Ugo emprestou a sua irmã Júlia a quantia de \$1.000,00 por um período de 3 meses a uma taxa de juros simples de 8% ao ano. Quanto Júlia pagará de juros ao seu bondoso irmão?
a) \$20,00 b) \$200,00 c)\$ 240,00 d) \$24,00

23.Julgue os itens abaixo: (Coloque "C" para certo e "E" para errado)

$i)$ **O montante produzido por um capital \$1.000,00 à taxa de juros compostos de 3% ao mês, durante 2 meses, é igual a \$10.609,00. ( )**

$ii)$ **O montante produzido por um capital de \$1.200,00 à taxa de juros compostos de 2% ao mês, durante 18 meses é dada pela expressão** $\$1.200,00 \times (1,02)^{18}$ **( )**

$iii)$ **Considere que um capital de \$4.000,00 ficou aplicado por 2 meses à taxa de juros compostos de 10% a mês. Se o montante obtido foi corrigido pela inflação do período obtendo-se um total de \$5.082,00, então a inflação do período foi superior a 7%. ( )**

$iv)$ **Considere que o capital de \$5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 6% ao mês e sejam** $M_1; M_2; .....M_n;$ **os montantes gerados por esse capital após o 1º mês, 2º mês, ..., n-ésimo mês, respectivamente. Então os montantes** M_n **formam uma progressão geométrica de razão igual a 1,06. ( )**

$v)$ **Um capital aplicado a uma taxa de juros compostos de 10% ao mês, durante 3 meses, gera um montante de \$665,50. Então esse capital tem um valor superior a \$511,00 (   )**

24. Julgue os itens a seguir (Coloque "C" para certo e "E" para errado:

$i)$ **A taxa de juros compostos mensal de 10% é equivalente a uma taxa trimestral de 33,1% (   )**

$ii)$ **Uma aplicação é realizada no dia 1º de um mês, rendendo uma taxa de 1% ao dia útil com capitalização diária. Considerando que o referido mês possui 17 dias úteis, a taxa equivalente no final desse mês é dada por** $[(1{,}01)^{17}-1]\times 100\%$.

(   )

Leia o texto a seguir e responda as próximos itens:

<u>Taxa Nominal</u>

Temos uma taxa de juros nominal quando o prazo de formação e incorporação do juros ao capital não coincide com aquele que a taxa se refere. Nesse caso é comum adotar a convenção de que a taxa por período de capitalização seja <u>proporcional</u> à taxa nominal.

Exemplo: Taxa nominal de 36% ao ano capitalizado mensalmente $\Rightarrow$ **taxa proporcional =** $\frac{36\%}{12}=3\%$ **ao mês** $\Rightarrow$ **taxa efetiva anual de** $(1{,}03)^{12}=1{,}425761$ **(tabela ou calculadora)** $\Rightarrow$

$[(1{,}425761-1)\times 100\% \cong 42{,}58\%$

(Note que a taxa proporcional é diferente da taxa equivalente).

25. Julgue os itens a seguir: (Coloque "C" para certo e "E" para errado)

$i)$ **A taxa anual unitária equivalente a 5% ao quadrimestre é igual a 15,76% (   )**

$ii)$ **A taxa efetiva trimestral correspondente a juros de 30% ao trimestre, com capitalização mensal é igual a 33,1%. (   )**

$iii)$ **Dados:**

$(1{,}08)^3=1{,}259712$ **;** $(1{,}06)^4=1{,}262476$ **e usando uma taxa de juros efetiva anual que corresponde a taxa de juros nominal de 24% ao ano com capitalização**

trimestral, obtemos um montante de $12.597,12 com aplicação de um capital de $10.000,00, ao final de um ano de aplicação. (   )

$iv)$ **A taxa nominal de 12% ao semestre com capitalização mensal é equivalente à taxa de 6% ao trimestre (   )**

26)(Q.E.P.P.E)

Analistas esportivos descobriram que a performance do craque vascaíno Juninho Pernambucano (O maior craque da história do futebol mundial depois de Pelé), cresce 300% a cada mês. Traduzindo esse fato para uma linguagem matemática, isso quer dizer que, se sua performance hoje é P_0 ,daqui a n meses a sua performance $P(n)$ será dada pela expressão matemática:

A) $P(n) = P_0 \times (1{,}300)^n$.

B) $P(n) = P_0 \times (1{,}03)^n$.

C) $P(n) = P_0 \times (3)^n$.

D) $P(n) = P_0 \times (4)^n$.

E) $P(n) = P_0 \times (0{,}3)^n$.

27) Com base na expressão encontrada na questão 26, determine em quantos meses, aproximadamente, a performance do craque Juninho Pernambucana quintuplicará, ou seja, determine n tal que $P(n) = 5 \times P_0$. Se necessário use $\log_{10} 2 = 0{,}301$.

A) $n = 1{,}1$ B) $n = 1{,}2$ C) $n = 1{,}3$

D) $n = 1{,}4$ C) $n = 1{,}5$

28. Uma loja vende certo produto, à vista, pelo valor de R$ 3.800,00, mas ele também pode ser pago em duas parcelas iguais a R$2.000,00, sendo a primeira paga no ato da compra (entrada) e a outra após 30 dias. Determine a taxa de juros mensal cobrada por essa loja.

29. (FGV 2013) Uma mercadoria é vendida com entrada de R$500,00 mais 2 parcelas fixas mensais de R$576,00. Sabendo-se que as parcelas embutem uma taxa de juros compostos de 20% ao mês, o preço à vista dessa mercadoria, em reais, é igual a

a) 1.380,00. b) 1.390,00. c) 1.420,00.

d) 1.440,00. e) 1.460,00.

30. (UFRN 2013) Maria pretende comprar um computador cujo preço é R$ 900,00. O vendedor da loja ofereceu dois planos de pagamento: parcelar o valor em quatro parcelas iguais de R$ 225,00, sem entrada, ou pagar à vista, com 5% de desconto. Sabendo que o preço do computador será o mesmo no decorrer dos próximos quatro meses, e que dispõe de R$ 855,00, ela analisou as seguintes possibilidades de compra:

Opção 1	Comprar à vista, com desconto.
Opção 2	Colocar o dinheiro em uma aplicação que rende 1% de juros compostos ao mês e comprar, no final dos quatro meses, por R$ 900,00.
Opção 3	Colocar o dinheiro em uma aplicação que rende 1% de juros compostos ao mês e comprar a prazo, retirando, todo mês, o valor da prestação.
Opção 4	Colocar o dinheiro em uma aplicação que rende 2,0% de juros compostos ao mês e comprar, três meses depois, pelos R$ 900,00.

Entre as opções analisadas por Maria, a que oferece maior vantagem financeira no momento é a

a) opção 2.
b) opção 1.
c) opção 4.
d) opção 3.

GABARITO

1)80%
2)D
3)31
4)$750,00
5)A
6) 1,3R ; 1,45R ; 1,03R ; 1,2374R ; 5R ; 2R
7) 80% ; 35% ; 134,2% ; 30%
8)D
9) 0,7R ; 0,65R ; 0,78R ; 0,9R
10) 20% ; 25% ; 20%
11) E (83,6%) ; E (20%) ; E(-30%) ;V ;E((44%) ; E (44%) ; E (8,25%)
12) E (22,1 milhões) ; C
13) C
14) C
15) C
16) B
17) A
18) C ; C ; C
19) D
20) C
21)C
22) A
23) E ($1060,90) ; C ; E (5%) ; C ; E ($500,00)

24) C ; C ;

25) E (0,1576) ; C ; E($12.624,76);

E(6,1208%);

26) D

27) B

28) 11,11%

29. A

30. C