

## Lista de Polinômios e Equações Algébricas



Aluno(a): \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

Professores: Edu/ Vicente

Data: \_\_\_\_\_

1) Determine  $K$  para que 1 seja raiz do polinômio

$$P(x) = 3x^4 - 5x^3 + 10x^2 + 5x - K.$$

2) (ITA) Sendo  $P(x) = Q(x) + x^2 + x + 1$  e sabendo que 2 é raiz de  $P(x)$  e que 1 é raiz de  $Q(x)$ , determine  $P(1) - Q(2)$ .

3) Um polinômio na variável  $x$ :

$$P(x) = -(2c - 3)x^2 + (b + 2)x + a - 1$$
 é

identicamente nulo. Determine  $a$ ;  $b$  e  $c$ .

4) (P.U.C-RJ) O polinômio  $x^3 + 2x^2 + mx + n$  é divisível por  $x^2 + x + 1$ . Determine  $m + n$ .

5) Determine o resto da divisão do polinômio  $x^3 + 2x + 1$  por  $x - 2$ .

6) Determine o resto da divisão de  $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x + 5$  por  $x - 1$ .

7) (P.U.C-RJ) Para que valor de  $m$  o polinômio  $x - 3$  divide o polinômio  $5x^2 - 4x + m$ ?

8) Seja o polinômio  $P(x) = \sum_{i=1}^{100} ix^i$ . Calcule o resto da divisão de  $P(x)$  por  $x - 1$ .

9) Determine  $p$  e  $q$  de modo o polinômio

$$P(x) = x^3 - 10x^2 + px + q$$
 seja divisível pelo produto  $(x - 1) \cdot (x - 2)$ .

10) Sejam 5 e 2, respectivamente, os restos da divisão de um polinômio  $P(x)$  por  $(x - 3)$  e por  $(x - 2)$ . Determine o resto da divisão de  $P(x)$  por  $(x - 3) \cdot (x - 2)$

11) (UFRJ) Considere o polinômio:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6.$$

a) Calcule o resto da divisão de  $P(x)$  por  $(x - 2)$ .

b) Ache as raízes de  $P(x) = 0$ .

12) (UFPR) Considere o polinômio:

$$P(x) = x^3 - ax^2 + x + a$$

e analise as afirmativas:

(I)  $i = \sqrt{-1}$  é uma raiz desse polinômio.

(II) Qualquer que seja o valor de  $a$ ,  $P(x)$  é divisível por  $(x - a)$ .

(III) Para que  $P(-2) = -10$ ; o valor de  $a$  deve ser zero.

Assinale a alternativa correta:

a) Somente a afirmativa (II) é verdadeira.

b) Somente as afirmativas (I) e (II) são verdadeiras.

c) Somente as afirmativas (I) e (III) são verdadeiras.

d) Somente as afirmativas (II) e (III) são verdadeiras.

e) As afirmativas (I), (II) e (III) são verdadeiras.

13) Sabendo que é raiz da equação

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$
 determine as outras raízes.

14) (FUVEST-SP) As três raízes de  $9x^3 - 31x - 10 = 0$  são  $p$ ,  $q$  e 2. O valor de  $p^2 + q^2$  é:

a) 5/9   b) 10/9   c) 20/9   d) 26/9   e) 31/9

15) (PUC/RJ) Sabendo que  $\frac{3}{4}$  é raiz da equação

$$10x(2x^2 - 1) = 3(x^2 + x - 1),$$
 determine as outras duas raízes dessa equação.

16) Ache as raízes da equação

$$x^3 - 6x^2 + 13x - 10 = 0.$$

17) Dado o polinômio

$$P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2,$$
 determine:

A) O grau de multiplicidade da raiz  $x = 1$  na equação

$$P(x) = 0$$

B) O polinômio  $P(x)$  na forma fatorada.

18) Resolver em  $C$  :

a)  $x^3 - 2x^2 - 9 = 0$

b)  $x^3 + 2x^2 - 7x + 4 = 0$

19) Determine a média aritmética das raízes da equação  $x^3 - 12x^2 + 6x = 0$ .

20) (PUC/RJ) Qual é a raiz real da equação

$$3x^3 - 7x^2 + 8x - 2 = 0, \text{ se uma das raízes é } 1 + i.$$

21) (UERJ) Sabendo que  $k$  é um número real e que uma das raízes da equação  $x^3 - 4x^2 + 6x + K = 0$  é  $1 + i$ ;

A) Calcule  $K$ .

B) Determine as demais raízes da equação.

22) Sabendo que o produto de duas raízes da equação  $2x^3 - x^2 + Kx + 4 = 0$  é igual a 1, determine o valor de  $K$ .

23) (UFF) Determine todos os valores possíveis de  $m \in \mathbb{R}$ , de modo que o polinômio:

$$P(x) = x^3 + (m - 1)x^2 + (4 - m)x - 4$$

tenha três raízes distintas, sendo  $x = 1$  a única raiz real.

24) (UERJ) Os zeros do polinômio :

$$P(x) = x^3 - 12x^2 + 44x - 48; \text{ formam uma P.A.}$$

O conjunto solução da equação  $p(x) = 0$  pode ser descrito por:

a)  $\{0, 4, 8\}$    b)  $\{2, 4, 6\}$    c)  $\{-1, 4, 9\}$    d)  $\{-2, -4, -6\}$

25) (UERJ) Para fazer uma caixa sem tampa com um único pedaço de papelão, utilizou-se um retângulo de 16 cm de largura por 30 cm de comprimento. De cada um dos quatro cantos desse retângulo foram retirados quadrados de área idêntica e, depois, foram dobradas para cima as abas resultantes.

Determine a medida do lado do maior quadrado a ser cortado do pedaço de papelão, para que a caixa formada tenha:

a) área lateral de  $204 \text{ cm}^2$ ;   b) volume de  $600 \text{ cm}^3$ .

26) Dado o polinômio  $P(x) = x^2 + 2ix + 3$  :

A) Calcule o quociente da divisão de  $P(x)$  por  $(x - i)$ .

B) Ache as raízes de  $P(x) = 0$ .

27) (UERJ) As dimensões de um paralelepípedo retângulo são dadas pelas raízes do polinômio a seguir.

$$3x^3 - 13x^2 + 7x - 1$$

Em relação a esse paralelepípedo, determine:

a) a razão entre a sua área total e o seu volume;  
b) suas dimensões.

28) (UNICAMP) Considere o polinômio

$$p(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 26.$$

a) Verifique se o número complexo  $2 + 3i$  é raiz desse polinômio.

b) Prove que  $p(x) > 0$  para todo número real  $x > -2$ .

29) (PUC/RJ) Considere o polinômio

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 1.$$

a) Calcule o valor  $p(x)$  para  $x = 0, \pm 1; \pm 2$ .

b) Ache as três soluções da equação  $x^3 + 2x^2 = 1$

Obs.

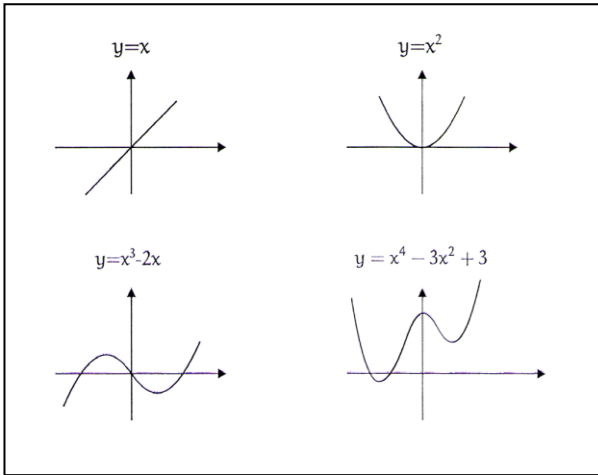
Seja  $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ , com  $a \neq 0$ .

Se  $n$  é par então, para  $|x|$  suficientemente grande,  $p(x)$  tem o mesmo sinal de  $a_n$ . Este sinal é, portanto, o mesmo, não importando se  $x < 0$  ou  $x > 0$ , desde que  $|x|$  seja suficientemente grande.

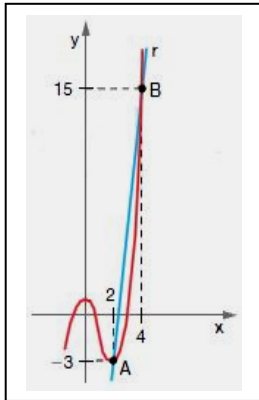
Seja  $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ , com  $a \neq 0$ .

Se  $n$  é ímpar então, para  $|x|$  suficientemente grande,  $p(x)$  tem o mesmo sinal de  $a_n$ . Este sinal é, portanto, o mesmo, não importando se  $x < 0$  ou  $x > 0$ , desde que  $|x|$  seja suficientemente grande.

As figuras abaixo esboçam gráficos de polinômios do primeiro, segundo, terceiro e quarto graus. Em cada caso, pode-se dizer logo qual o sinal do coeficiente do termo de mais alto grau.



30) (UERJ) A figura representa o gráfico de um polinômio e de uma reta  $r$  que lhe é secante nos pontos  $A(2, -3)$  e  $B(4, 15)$ .



- a) Determine o resto da divisão de  $P(x)$  por  $(x - 4)$ .
  - b) Mostre que a reta  $r$  representa graficamente o resto da divisão de  $P(x)$  por  $(x - 2)(x - 4)$
- 31) (UFRN) A respeito do polinômio  $x^3 - 4x^2 + 2x - 1 = 0$ , é correto afirmar:
- A) É divisível por  $(x-1)$
  - B) Possui uma raiz real
  - C) O produto de suas raízes é igual a 2.
  - D) Quando dividido por  $(x+2)$  deixa resto igual a -5.

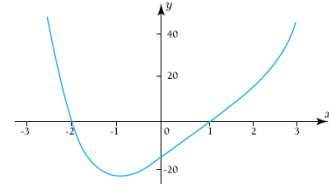
32) Considere a equação:

$$4x^3 - 19x^2 + 28x + m = 0 \text{ e determine:}$$

- A) O valor de  $m$  sabendo que 2 é raiz dupla dessa equação.
- B) A outra raiz.

33) Sabendo que o produto de duas raízes da equação algébrica  $2x^3 - x^2 + Kx + 4 = 0$  é igual a 1, calcule o valor de  $K$ .

34) (UERJ-DISCURSIVA)

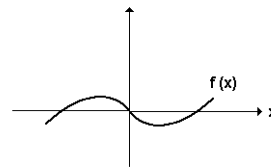


O gráfico acima representa uma função polinomial  $P$  de variável real, que possui duas raízes inteiras e é definida por:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 16x + m$$

Determine o valor da constante representada por  $m$  e as quatro raízes desse polinômio.

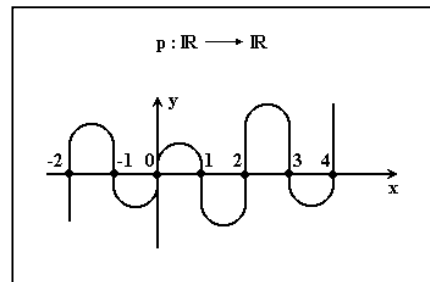
35) (FUVEST) O gráfico



pode representar a função  $f(x) =$

- a)  $x(x - 1)$     b)  $x^2(x^2 - 1)$     c)  $x^3(x - 1)$
- d)  $x(x^2 - 1)$     e)  $x^2(x - 1)$

36)(UFPE) Na questão a seguir escreva nos parênteses a letra (V) se a afirmativa for verdadeira ou (F) se for falsa.



Na figura, temos um esboço de parte do gráfico de uma função polinomial.

Analise as seguintes afirmativas:

- ( ) O grau do polinômio  $p(x)$  é  $\leq 6$ .
- ( ) O grau do polinômio  $p(x)$  é  $\geq 7$ .
- ( ) A equação  $p(x) = 0$  não possui raízes reais.
- ( ) O polinômio  $p(x)$  é divisível por  $x(x + 2)(x - 2)$ .
- ( ) O polinômio  $p(x)$  é divisível por  $(x^2 - 1)(x - 3)(x - 4)$ .

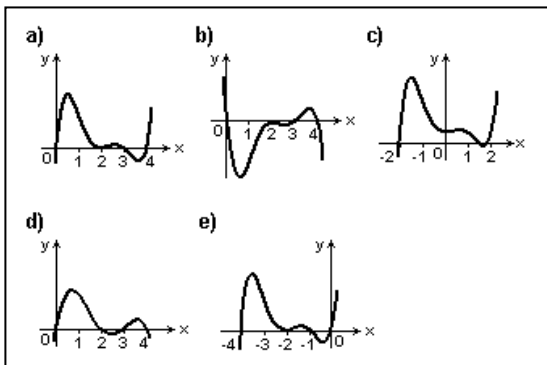
37) (UFMG) Sejam A e B números reais que satisfazem à igualdade da expressão a seguir para todo valor de x que não anula nenhum dos denominadores.

$$\frac{1}{(x+2)(2x+1)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{2x+1}$$

A soma A+B é

- a) -1   b) -1/3   c) 0   d) 1/3   e) 3/2

38) (FUVEST) Dado o polinômio  $P(x) = x^2(x - 1)(x^2 - 4)$ , o gráfico da função  $y = P(x - 2)$  é melhor representado por:



GABARITO:

- 1) 13  
 2) 10  
 3)  $a=1$ ;  $b=-2$  e  $c=\frac{3}{2}$   
 4) 3  
 5) 13  
 6) 13  
 7) -33  
 8) 5050  
 9)  $p=23$  e  $q=-14$ .  
 10)  $R(x)=3x-4$   
 11) A) resto = 0   B)  $2; \sqrt{3}; -\sqrt{3}$   
 12) E  
 13) 1 e 3.  
 14) D  
 15) m

16)  $x^3 - 2x^2 - 9 = 0$

17) A) Grau de multiplicidade 3

B)  $P(x) = (x - 1)^3 \cdot (x + 2)$

18) A)  $3; -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{11}i}{2}$

B) -4; 1;

19) 4

20)  $\frac{1}{3}$

21) a)  $K = -4$    b)  $1 - i$  e  $2$ .

22) -8

23)  $\{m \in \mathbb{R} \mid -4 < m < 4\}$

24) B

25) a) 3 cm   b) 5 cm

26) a)  $x + 3i$    b)  $i$ ;  $-3i$

27) a) 14   b) Dimensões =  $1/3, 2 + \sqrt{3}$  e  $2 - \sqrt{3}$

28) a) Se  $p(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 26$  então

$$\begin{aligned} p(2+3i) &= (2+3i)^3 - 2(2+3i)^2 + 5(2+3i) + 26 = \\ &= (2+3i)^2 \cdot [(2+3i)-2] + 10 + 15i + 26 = \\ &= (4+12i+9i^2) \cdot (3i) + 36 + 15i = \\ &= (-5+12i) \cdot (3i) + 36 + 15i = \\ &= -15i + 36i^2 + 36 + 15i = \\ &= -15i - 36 + 36 + 15i = 0 \end{aligned}$$

Portanto  $(2 + 3i)$  é raiz de  $p(x)$

b) As raízes de  $p(x)$  são  $(2+3i)$ ,  $(2-3i)$  e  $r$ .

Pelas relações de Girard, temos:

$$(2 + 3i) + (2 - 3i) + r = 2 \rightarrow r = -2$$

O polinômio  $p(x)$ , na forma fatorada, é:

$$\begin{aligned} p(x) &= (x + 2) \cdot (x - 2 + 3i) \cdot (x - 2 - 3i) \rightarrow \\ \rightarrow p(x) &= (x + 2) \cdot (x^2 - 4x + 13). \end{aligned}$$

Se  $x > -2 \rightarrow x + 2 > 0$ , então  $p(x) > 0$ , visto que  $x^2 - 4x + 13 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

29) a)  $p(0) = -1$ ;  $p(1) = 2$ ;  $p(-1) = 0$ ;  $p(2) = 15$  e

$p(-2) = -1$ .

b)  $-1$ ;  $(1 + \sqrt{5})/2$  e  $(1 - \sqrt{5})/2$ .

30) A) 15   B)  $R(x) = 6x - 9$ , que é a equação da reta  $r$ .

31) B

32) A) -12   B)  $\frac{3}{4}$

33) -8

34)

$m = -16$

$S = \{-2; 1; 2 + 2i; 2 - 2i\}$

35) D   36) F V F V V   37) D   38) A