

DIVISIBILIDADE E SUA DIFERENÇA:




NÃO TEM
REGRA
SIMPLES!

DIVISÍVEL POR...

2 ÚLTIMO DÍGITO
É PAR! (0, 2, 4, 6, 8)

3 SOMA DOS DÍGITOS
É MÚLTIPLA DE 3

4 O NÚMERO FORMADO
PELOS 2 ÚLTIMOS DÍGITOS
É DIVISÍVEL POR 4

5 ÚLTIMO DÍGITO
É 5 OU ZERO 

E TAMBÉM POR...

6 DIVISÍVEL POR 2
E POR 3
AO MESMO TEMPO

8 O NÚMERO FORMADO
PELOS 3 ÚLTIMOS DÍGITOS
É DIVISÍVEL POR 8

9 SOMA DOS DÍGITOS
É MÚLTIPLA DE 9

10 ÚLTIMO DÍGITO
É ZERO

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

MULTIPLICAÇÃO
CRUZADA

$$a \cdot d = b \cdot c$$

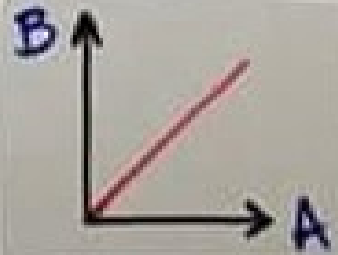

a e d: EXTREMOS
b e c: MEIOS

Propriedades:
(Só algumas!)

① $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ (para $b+d \neq 0$)

② $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$ (para $b-d \neq 0$)

RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA:

PROPORÇÃO	NOTAÇÃO	A	B	CONSTANTE	GRÁFICO
Direta	$A \propto B$	\uparrow \downarrow	\uparrow \downarrow	Quociente $\frac{A}{B}$	
Inversa	$A \propto \frac{1}{B}$	\uparrow \downarrow	\downarrow \uparrow	Produto $A \cdot B$	

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (b-a)^2$$


SINAIS CONTRÁRIOS!

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

1º - 2º

$$(a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

SÓ PARA OS FORTES!

$$(a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$


$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

← TODOS POSITIVOS!

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

← SINAL ALTERNA!

4 FERRAMENTAS PARA A

RADICIAÇÃO

① Multiplicação (mesmo índice)

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{5 \cdot 7} = \sqrt[3]{35} \quad \text{😊}$$

É SÓ MULTIPLICAR
E MANTER O ÍNDICE!

② Multiplicação (índices diferentes)

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[6]{5} = \sqrt[12]{2^3 \cdot 5^2}$$

m.m.c. (4,6) → $\frac{12}{4}$ $\frac{12}{6}$

- ✓ NOVO ÍNDICE:
m.m.c. dos originais
- ✓ NOVOS EXPOENTES:
divida o m.m.c.
pelos índices originais

③ Raiz dentro de raiz 😊

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[15]{2}$$

MULTIPLICA
OS ÍNDICES!

e

✓ O "intrusor" entra na raiz à sua direita elevado ao índice!

④ Raiz dentro de raiz (com intrusor!)

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[15]{2}$$

✓ Depois é só multiplicar os índices!

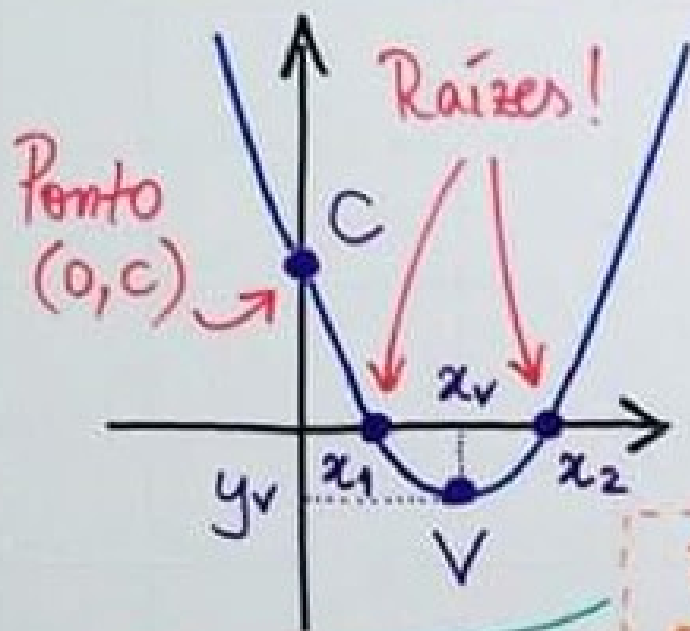
COMO RECONHECER E CLASSIFICAR FUNÇÕES

Relação	Descrição informal	Diagrama de Venn
FUNÇÃO	<ul style="list-style-type: none">✓ NÃO SOBRA NINGUÉM EM A✓ SÓ SAI UMA FLECHA DE CADA ELEMENTO DE A	
FUNÇÃO INJETORA	<ul style="list-style-type: none">✓ É FUNÇÃO!✓ NO CONJUNTO B, QUEM LEVA FLECHADA SÓ LEVA UMA!	
FUNÇÃO SOBREJETORA	<ul style="list-style-type: none">✓ É FUNÇÃO!✓ NÃO SOBRA NINGUÉM EM B! 😊	
FUNÇÃO BIIJETORA	<ul style="list-style-type: none">✓ É FUNÇÃO!✓ INJETORA E SOBREJETORA 🎯	

COMO TRACAR O GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO DE 2.º GRAU?

Parábola!

$$y = ax^2 + bx + c$$



- 1 Marque C no eixo dos y
- 2 Determine as raízes.

Serão sempre DUAS!

Reais diferentes?

Marque 2 pontos no eixo x

Reais iguais?

Marque 1 ponto no eixo x

Imaginárias?

Vá direto para a etapa 3

- 3 O VÉRTICE!

$$x_v = -\frac{b}{2a} \text{ (ou média das raízes)}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} \text{ (ou substitua } x_v \text{ no lugar de } x \text{ na função)}$$

NÃO ESQUEÇA DA BOCA!

$$a > 0: \cup \quad a < 0: \cap$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

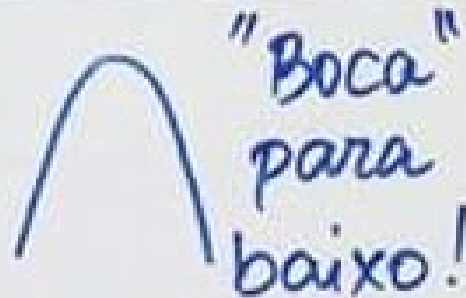
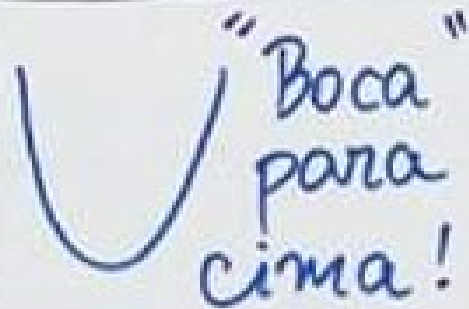
POSITIVO

NEGATIVO

ZERO

a

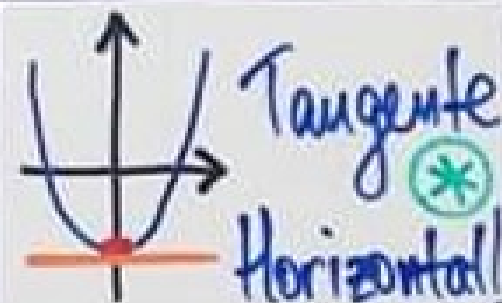
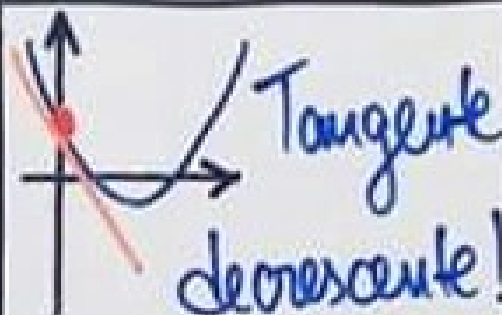
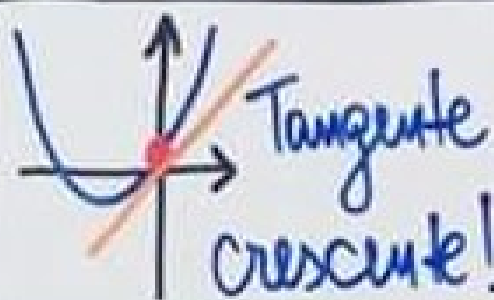
Concavidade



Não tem boca!

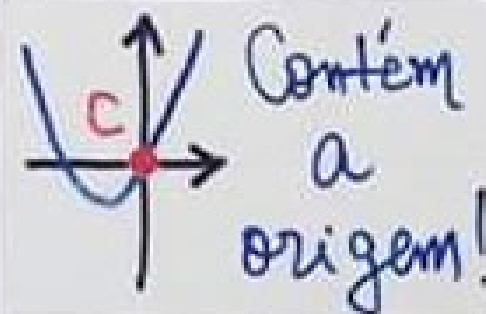
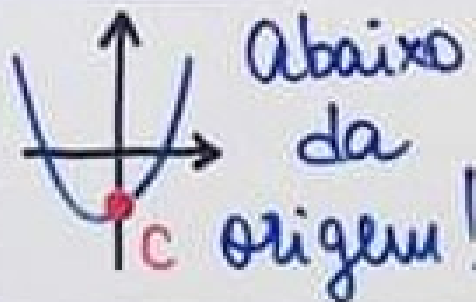
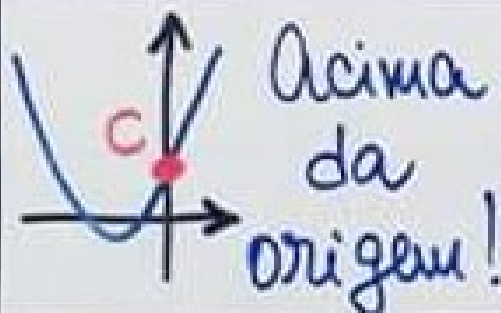
b

tangente

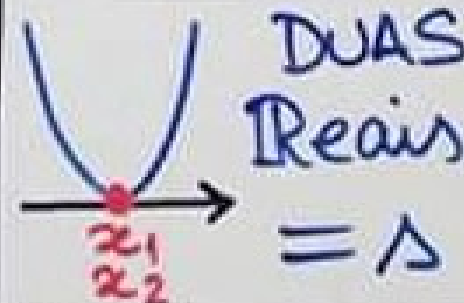
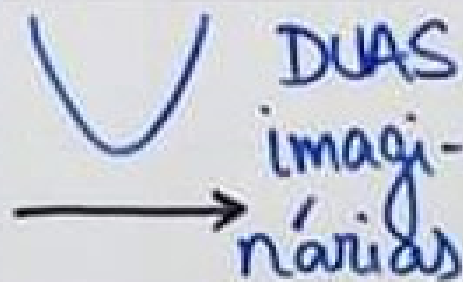
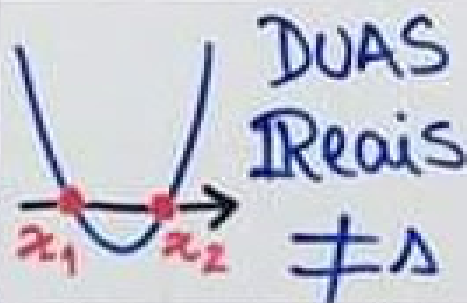


c

eixo y

 Δ

raízes



\odot : Vértice está no eixo y

BINÔMIO DE NEWTON é para os **FORTES!**

$$(x+y)^n$$

- ✓ São sempre $n+1$ termos!
- ✓ Potências de x **DECRESCEM** de n a 0
- ✓ Potências de y **CRESCEM** de 0 a n
- ✓ Coeficientes são **NÚMEROS BINOMIAIS** (coincidem numericamente com **COMBINAÇÕES**)



BUSCA NO TRIÂNGULO DE PASCAL!

For example* : $(x+y)^3 = \frac{1x^3y^0}{t_1} + \frac{3x^2y^1}{t_2} + \frac{3x^1y^2}{t_3} + \frac{1x^0y^3}{t_4}$

LINHA 4 DO TRIÂNGULO DE PASCAL

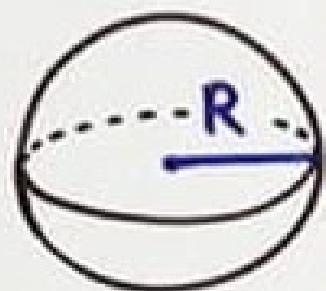
1	3	3	1
---	---	---	---

E O TERMO GERAL?

e

$$t_{p+1} = C_n^p \cdot y^p \cdot x^{n-p}$$

Você habita uma **ESFERA!**



THE BASICS:



Área

$$A = 4\pi R^2$$

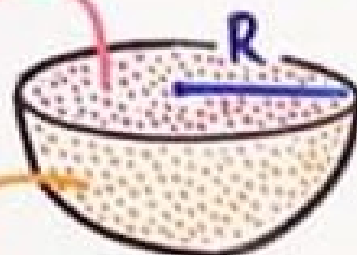
Volume

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

HEMISFÉRIO: (meia esfera!)

Ou quase!

$$\pi R^2$$



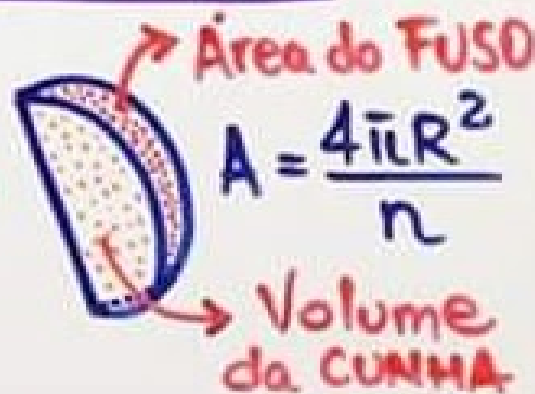
Área

$$A = 3\pi R^2$$

$$2\pi R^2$$

E VOLUME? $\frac{1}{2}$ DO VOLUME DA ESFERA!

CUNHA E FUSO ESFÉRICOS:



$$A = \frac{4\pi R^2}{n}$$

CALOTA ESFÉRICA:

$$R^2 = r^2 + d^2$$



PORQUE ELA MERECE UM RESUMINHO EXCLUSIVO:

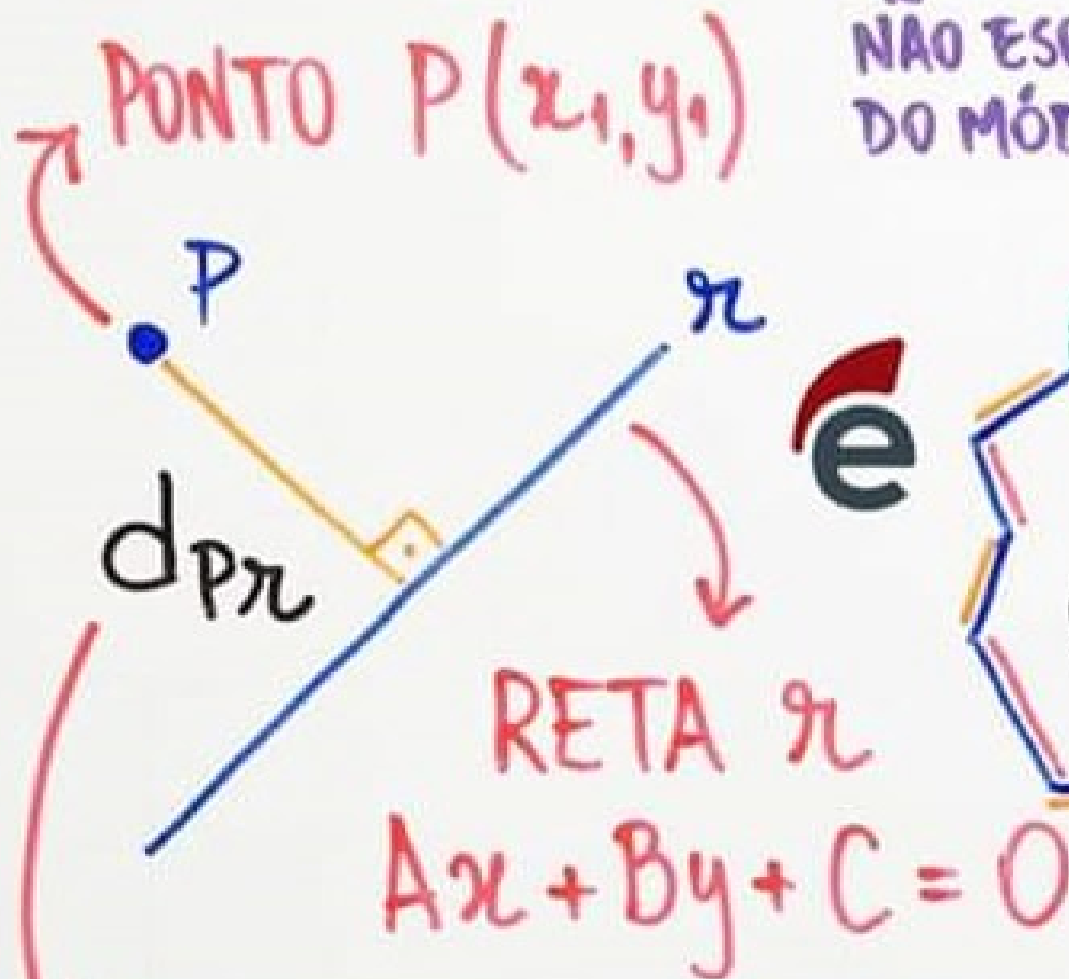
A PIOR FÓRMULA DO MUNDO!

(NO ENSINO MÉDIO...)

NÃO ESQUECE DO MÓDULO!



SUBSTITUI O PONTO NA RETA!



$$d_{Pr} = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

RETA NA FORMA GERAL!

NÃO ESQUECE NA RAÍZ!

CUIDADO! USA A E B AO INVÉS DE $2x_1$

DISTÂNCIA ENTRE O PONTO P E A RETA r


$$\log_a N = x \iff a^x = N$$

Dando nome
aos bits:

a: BASE

x: LOGARITMO

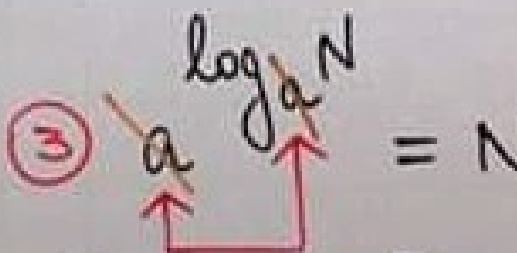
N: ANTILOGARITMO
(OU LOGARITMANDO)

Restrições: $a > 0$
 $a \neq 1$  cuidado!
 $N > 0$

Conseqüências:

① $\log_a 1 = 0$ ← UM aqui!

② $\log_N N = 1$
(N iguais!)

③ $\log_a a^N = N$

 Base = Base?
 CORTA!

LOGARITMOS como
NÚMEROS
TRANSFORMADORES!

ex. $\log_2 16$



"Quem é o expoente
que transforma 2 em 16?"



4


3 truques para atropelar os LOGARITMOS em alta velocidade!

① $a^{\log_a N} = N$ PODE CORTAR! 😊

Exemplo: $\cancel{5}^{\log_{\cancel{5}} 8} = 8$

② $\log_{B^n} A = \frac{1}{n} \cdot \log_B A$ 😊

O EXPOENTE DA BASE PASSA MULTIPLICANDO INVERTIDO!

Exemplo: $\log_9 5 = \log_{3^2} 5 = \frac{1}{2} \cdot \log_3 5$ 

③ $\log_B A = \frac{1}{\log_A B}$

INVERTE O LOG E TROCA!

Exemplo: $\log_2 2 = \frac{1}{\log_2 2}$

MULTIPLIQUE MATRIZES USANDO O LICO

Só é possível quando o número de **COLONAS** da 1ª matriz é igual ao número de **LINHAS** da 2ª matriz

$$A_{m \times n} \quad B_{p \times q}$$

$n = p$

PARA LEMBRAR DE MULTIPLICAR **LINHAS** POR **COLUNAS**

e

MATRIZ A
EMBAIXO DO LICO!

LiCo
A x B

2	5	23	2
-3	1	-9	-20
-2	3	1	-18

MATRIZ B
A DIREITA DO LICO!

4	6
3	-2



① Multiplique o 1º da linha pelo 1º da coluna
 $2 \cdot 4 = 8$

② Multiplique o 2º da linha pelo 2º da coluna
 $5 \cdot 3 = 15$

③ Some tudo!
 $8 + 15 = 23$

DESISTIR JAMAIS!

AQUI SAI A MATRIZ PRODUTO A.B

SIMPLES!

$$z = a + bi$$

FORMA ALGÉBRICA



a: PARTE REAL
bi: PARTE IMAGINÁRIA

ISSO NÃO É REAL!

UNIDADE IMAGINÁRIA!

$$i^2 = -1$$

POTÊNCIAS DE i:

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

Expoente maior que 3?

Divida por 4 e eleve ao RESTO!

NÚMERO REAL?

$$b = 0$$

NÚMERO IMAGINÁRIO PURO?

$$a = 0 \text{ e } b \neq 0$$

① CONJUGADO

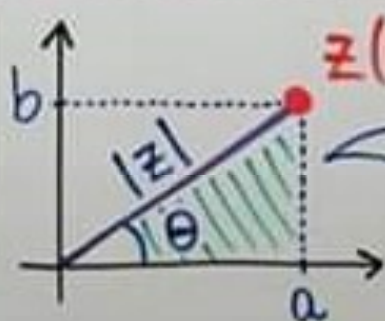
$$\bar{z} = a - bi$$

② NORMA

$$N = z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

③ MÓDULO

$$|z| = \sqrt{N} = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$z(a,b)$

PLANO DE ARGAND-GAUSS

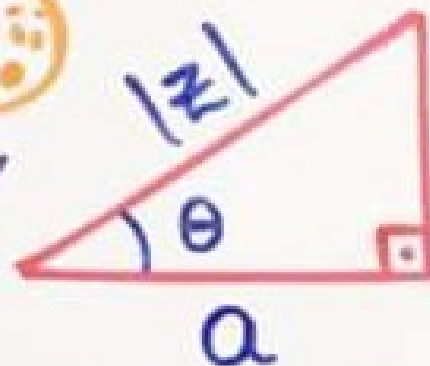
FORMA TRIGONOMÉTRICA

$$z = |z| \cdot (\cos \theta + i \cdot \text{sen } \theta)$$



CONHEÇA A FORMA TRIGONOMÉTRICA DOS NÚMEROS COMPLEXOS!

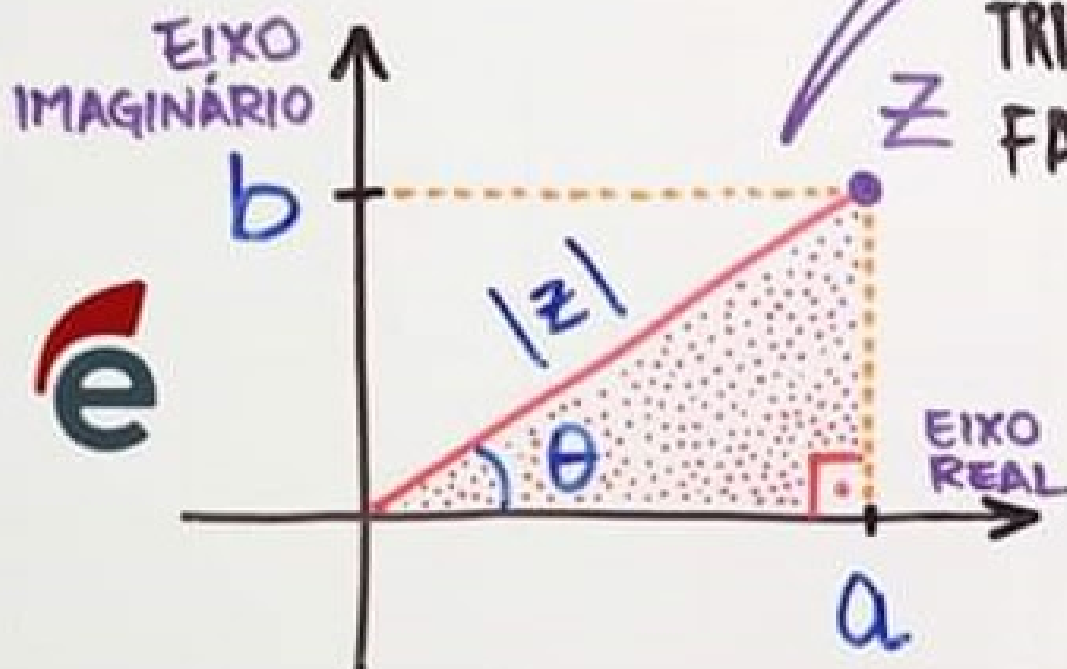
Wow! 🤩



PITÁGORAS DIRIA:

$$|z|^2 = a^2 + b^2$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



TRIGONOMETRICAMENTE FALANDO:

$$\text{sen } \theta = \frac{b}{|z|} \rightarrow b = |z| \cdot \text{sen } \theta$$

$$\text{cos } \theta = \frac{a}{|z|} \rightarrow a = |z| \cdot \text{cos } \theta$$

$$b = |z| \cdot \text{sen } \theta$$

$$a = |z| \cdot \text{cos } \theta$$

Forma Algébrica:

$$z = a + bi$$

Afixo:

$$z(a, b)$$

$|z|$ é o MÓDULO

MISTURA TUDO, E É GOL!

$$z = |z| \cdot (\text{cos } \theta + i \cdot \text{sen } \theta)$$

O UFC DOS POLINÔMIOS:

A Luta do SÉCULO!

IT'S TIME!



CHAVE vs. BRIOT-RUFFINI!

No corner azul,

CHAVE



No corner vermelho,

BRIOT-RUFFINI

[B]

$$x^3 - 4x^2 + 7x + 2$$

[A]

$$x - 2$$

$$\begin{array}{r}
 -x^3 + 2x^2 \\
 \hline
 -2x^2 + 7x \\
 + 2x^2 - 4x \\
 \hline
 3x + 2
 \end{array}$$

[C]

$$x^2 - 2x + 3$$

PASSO 1: ESCOLHA O TERMO QUE MULTIPLICADO POR [A] RESULTA EM [B]!

PASSO 2: MULTIPLIQUE [C] PELO DIVISOR E JÁ TROQUE TODO MUNDO DE LUGAR!

$$\begin{array}{r}
 3x + 2 \\
 - 3x + 6 \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

8 é o RESTO, que tem grau MENOR que o grau do divisor!

COEFICIENTES DO DIVIDENDO

RAIZ DO DIVISOR	1	-4	7	2
2	↓	2	-4	6
	1	-2	3	RESTO 8

- ✓ O PRIMEIRO COEFICIENTE CAI!
- ✓ MULTIPLICA PELA RAIZ...
- ✓ ... E SOMA COM O PRÓXIMO COEFICIENTE!

PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

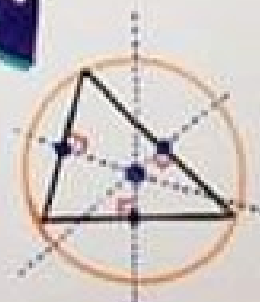
O PONTO DE INTERSECÇÃO DAS...

LEVA O NOME DE...

FAÇA COMO EU!
USE O **BICO!**

MEDIANAS	B ARICENTRO
BISSETRIZES INTERNAS	I NCENTRO
MEDIATRIZES	C IRCUNCENTRO
ALTURAS	O RTOCENTRO

Centro do círculo INSCRITO!



Centro do círculo CIRCUNSCRITO!

Uma **MEDIANA** conecta um vértice ao ponto médio do lado oposto!

ALTURA é o segmento de reta **PERPENDICULAR** que liga um vértice à **RETA SUPORTE** do lado oposto!

MEDIATRIZ é a **RETA PERPENDICULAR** a um segmento de reta que contém seu **PONTO MÉDIO!**

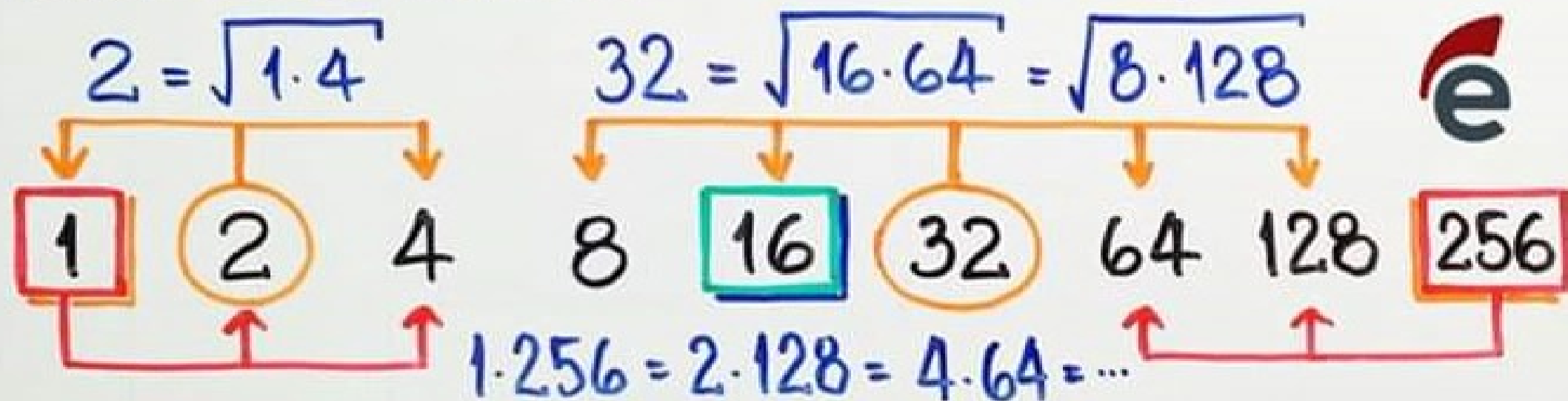
Uma **BISSETRIZ** divide um ângulo em duas partes iguais!

PODE ESTAR

O MUNDO MÁGICO DAS PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS:

① Cada termo é a média geométrica entre seus vizinhos!

② Isso também vale para os vizinhos dos vizinhos, e assim por diante!



③ O produto dos extremos é igual ao produto dos vizinhos dos extremos - e assim sucessivamente! (veja ②)

④ Se houver termo central, seu valor será igual à média geométrica dos extremos! (*) $16 = \sqrt{1 \cdot 256}$

PLATÃO sabia tudo sobre os POLIEDROS REGULARES

SÓLIDO		FACES	VÉRTICES	ARESTAS
 T ETRAEDRO		4 triangulares	4	6
 H EXAEDRO		6 quadrangulares	8	12
 O CTAEDRO		8 triangulares	6	12
 D ODECAEDRO		12 pentagonais	20	30
 I COSAEDRO		20 triangulares	12	30

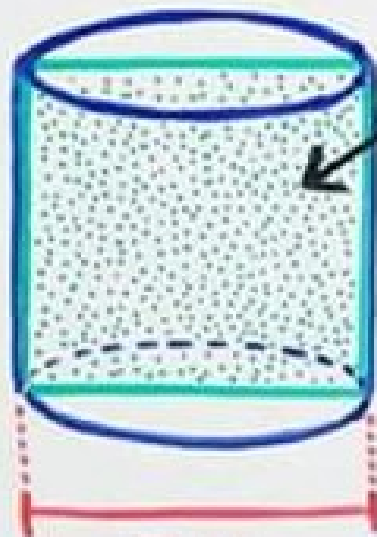
DESOSSANDO OS

SÓLIDOS EQUILÁTEROS

① CILINDRO EQUILÁTERO



CONE EQUILÁTERO ②

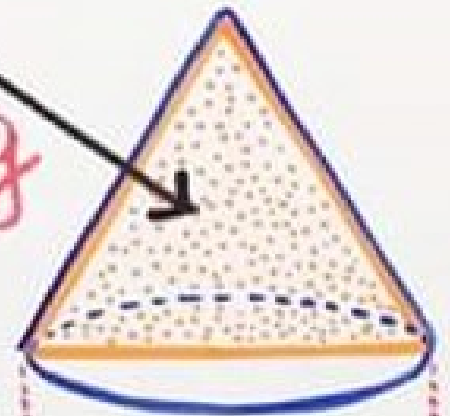


g

SEÇÃO MERIDIANA

Quadrado

Triângulo Equilátero



g

RELAÇÃO BÁSICA

$$g = 2R$$



CUIDADO:

A geratriz só mede o mesmo que a altura NO CILINDRO!

ÁREA LATERAL

$$4\pi R^2$$

$$2\pi R^2$$

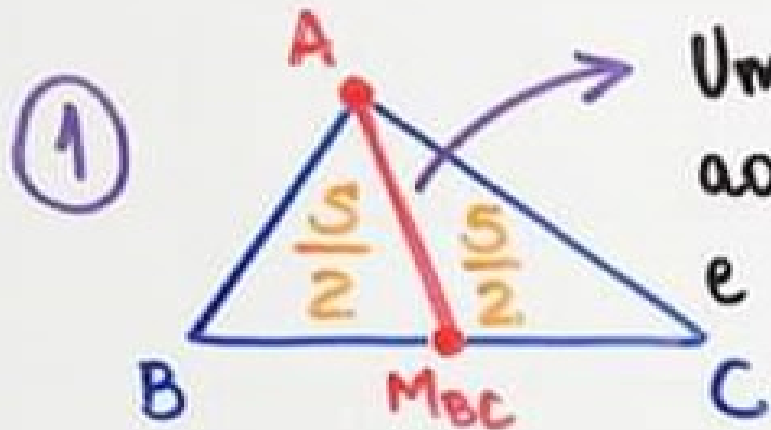


ATENÇÃO:

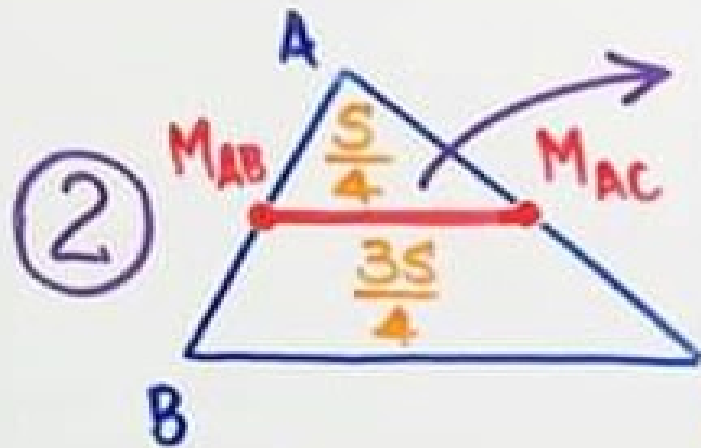
A altura do cone equilátero mede

$$R\sqrt{3} = \frac{g\sqrt{3}}{2}$$

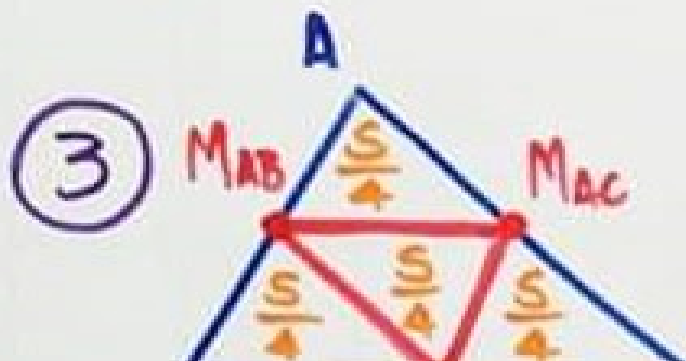
3 COISINHAS ÚTEIS SOBRE TRIÂNGULOS:



Uma **MEDIANA** conecta um vértice ao ponto médio do lado oposto e divide o triângulo em dois outros de **MESMA ÁREA!**



Uma **BASE MÉDIA** conecta pontos médios de lados consecutivos e divide o triângulo em um **TRAPÉZIO** e em um **TRIÂNGULO SEMELHANTE!**



As **TRÊS BASES MÉDIAS** dividem o triângulo em

MAIS QUE PARECIDOS, IGUAZINHOS!

QUATRO TRIÂNGULOS CONGRUENTES!