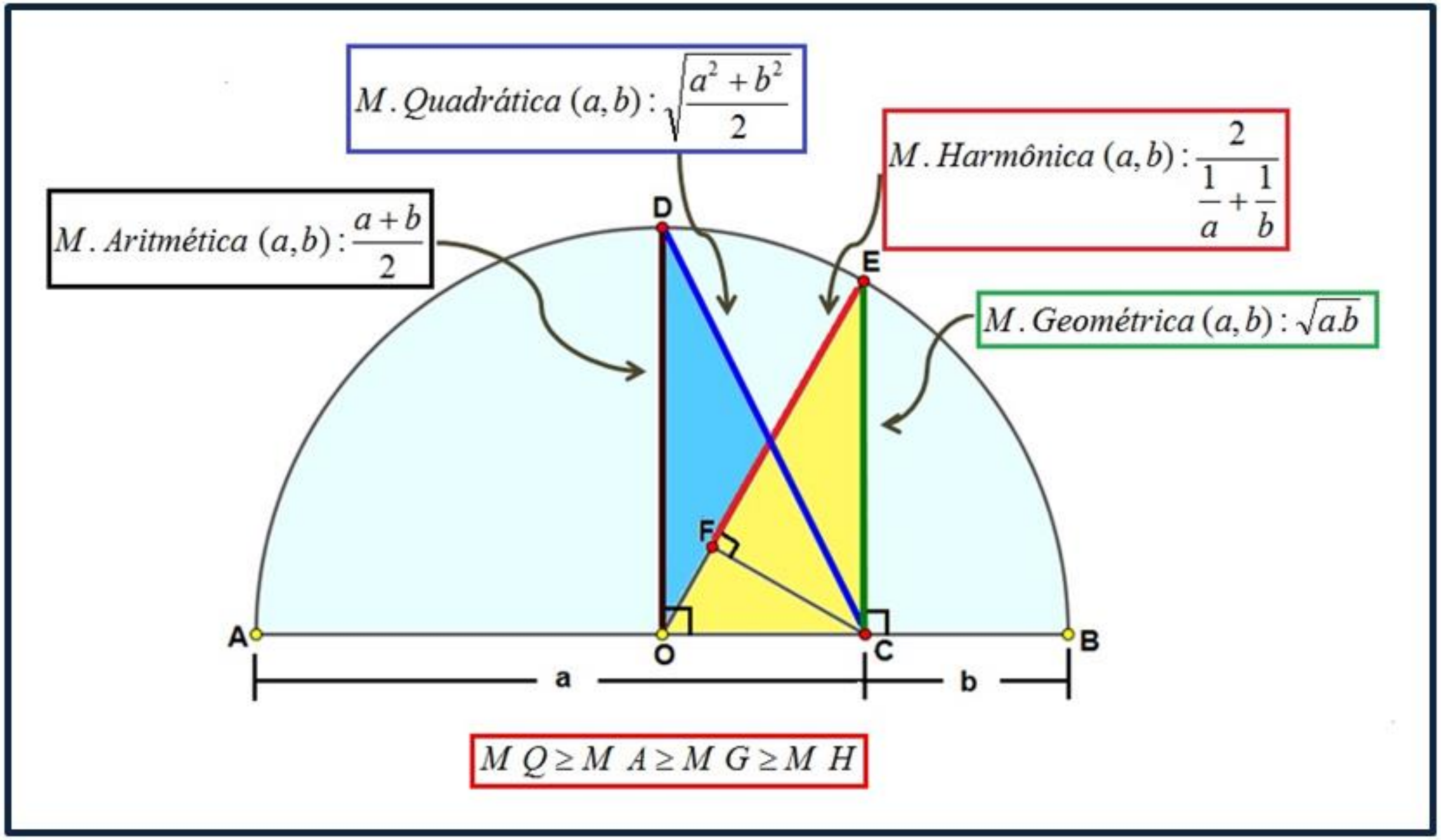
UERJ 2018 | ENEM 2018 | PISM 2018

Estatística - 21/10/2018



Prof. Walter Tadeu
www.professorwaltertadeu.mat.br

De um modo geral, conceitua-se Estatística da seguinte forma:

É ciência, quando estuda populações; é método, quando serve de instrumento a uma outra ciência.

População: **É todo o conjunto de elementos que possuam ao menos uma característica comum observável.**

Ex: Todos os alunos do Ensino Médio do Brasil.

Amostra: **É uma parte da população que será avaliada por um critério comum.**

Ex: 500 alunos do Ensino Médio do Brasil.

Parâmetros: **São caracterísiticas numéricas da população.**

Ex: QI médio dos estudantes do Ensino Médio do Brasil.

Estimativas: **Em geral, por problemas de tempo e dinheiro, trabalha-se com amostras e não com a população.**

Exemplo de organização e análise de dados

As idades dos 25 participantes de uma festa, em anos, estão descritas a seguir:

Dados Brutos: **É o conjunto de dados numéricos obtidos e que ainda não foram organizados.**

16, 15, 18, 14, 12, 18, 15, 16, 18, 12, 15, 14, 16, 15, 18, 16, 18, 16, 15, 14, 16, 15, 14, 16, 14.

Rol: **É o arranjo dos dados brutos em ordem crescente (ou decrescente).**

12, 12, 14, 14, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 18, 18, 18, 18, 18

Amplitude (H): **É a diferença entre o maior e o menor dos valores observados.**

$$H = 18 - 12 = 6$$

Distribuição das Frequências: **É o arranjo dos valores das variáveis e suas respectivas frequências.**

Frequência absoluta (f_i) : **É o número de vezes que o elemento aparece na amostra.**

x_i	f_i
12	2
14	5
15	6
16	7
18	5
$\sum$	25

Frequência relativa (f_r): ***Sendo n = nº de dados, temos*** $f_r = \dfrac{f_i}{n}$

Frequência relativa percentual ($f_{\%}$): $f_{\%} = f_r \times 100$

Frequência absoluta acumulada (f_a): ***É a soma da frequência do valor da variável com todas as frequências anteriores.***

x_i	f_i	f_r	$f_{\%}$	f_a
12	2	0,08	8%	2
14	5	0,2	20%	7
15	6	0,24	24%	13
16	7	0,28	28%	20
18	5	0,2	20%	25
$\sum$	25	1,00	100%	

Gráfico de colunas

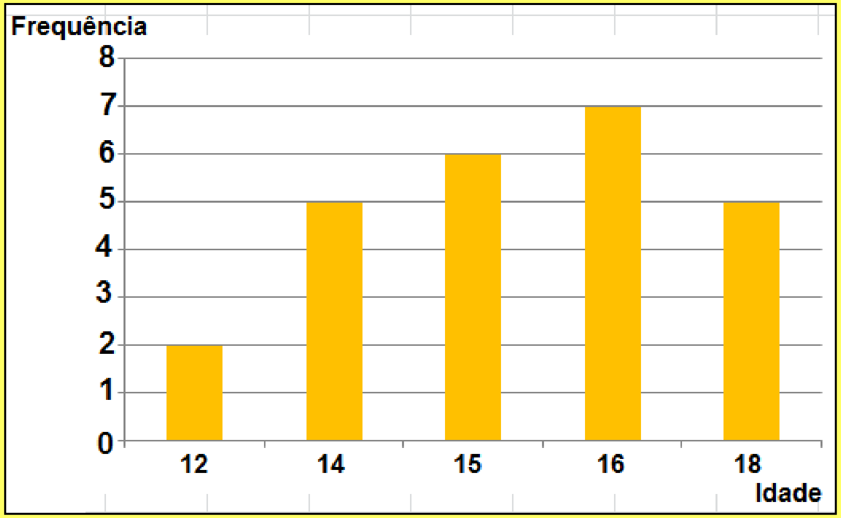
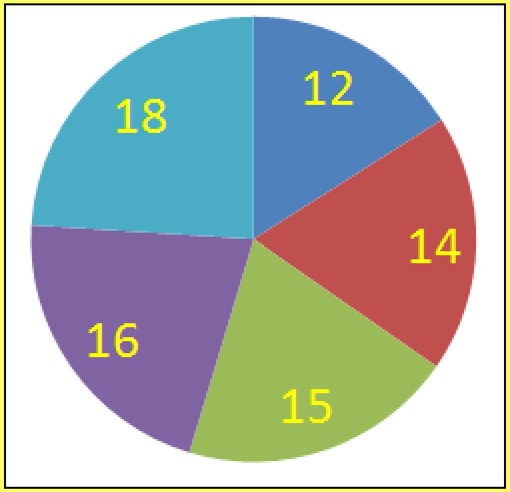


Gráfico de setores



Medidas de Tendência Central

A *tendência central* da distribuição de freqüências de uma variável em um conjunto de dados é caracterizada pelo *valor típico* dessa variável. Essa é uma maneira de resumir a informação contida nos dados, pois escolheremos um valor para representar todos os outros.

Média Aritmética Simples

A média aritmética simples (que chamaremos apenas de média) é a medida de tendência central mais conhecida e usada para o resumo de dados. Essa popularidade pode ser devida à facilidade de cálculo e à idéia simples que ela nos sugere. De fato, se queremos um valor que represente a altura dos brasileiros adultos, por que não medir as alturas de uma amostra de brasileiros adultos, somar os valores e dividir esse "bolo" igualmente entre os participantes? Essa é a idéia da média aritmética.

$$\overline{X} = \frac{\text{Soma de todas as observações do conjunto de dados}}{\text{tamanho do conjunto de dados}} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Exemplo: No conjunto de dados (3,0 ; 4,5 ; 5,5 ; 2,5 ; 1,3 ; 6,0), temos n = 6,

$x1 = 3,0 \quad x2 = 4,5 \quad x3 = 5,5 \quad x4 = 2,5 \quad x5 = 1,3 \quad X6 = 6,0$

$$\sum x_i = 3,0 + 4,5 + 5,5 + 2,5 + 1,3 + 6,0 = 22,8 \quad \text{e} \quad \overline{X} = \frac{22,8}{6} = 3,8$$

Mediana

A mediana de um conjunto ordenado de dados é definida como sendo o "valor do meio" desse conjunto de dados, dispostos em ordem crescente, deixando metade dos valores acima dela e metade dos valores abaixo dela.

Como calcular a mediana ? Basta seguir sua definição. Vejamos:

n é ímpar: Existe apenas um "valor do meio" , que é a mediana
Seja o conjunto de dados (2,0 ; 3,3 ; 2,5 ; 5,6 ; 5,0 ; 4,3 ; 3,2).
Ordenando os valores (2,0 ; 2,5 ; 3,2 ; 3,3 ; 4,3 ; 5,0 ; 5,6).
O valor do meio é o 3,3 . A mediana é o valor 3,3.

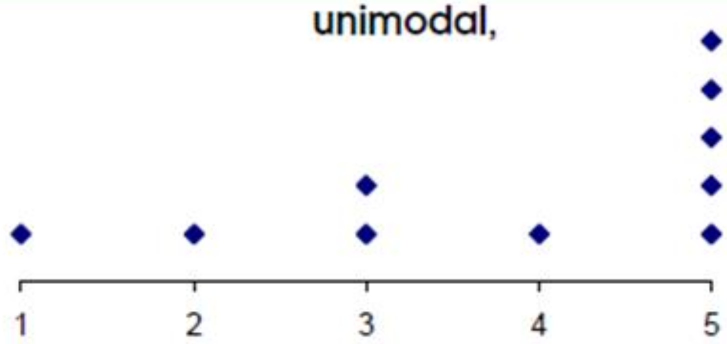
n é par: Existem dois "valores do meio". A mediana é média aritmética simples deles.
Seja o conjunto de dados (3,0 ; 4,5 ; 5,5 ; 2,5 ; 1,3 ; 6,0).
Ordenando os valores (1,3 ; 2,5 ; 3,0 ; 4,5 ; 5,5 ; 6,0)
Os valores do meio são 3,0 e 4,5. A mediana é (3,0 + 4,5)/2 = 3,75.

Como medida de tendência central, a mediana é até mais intuitiva do que a média, pois representa, de fato, o centro (meio) do conjunto de valores ordenados. Assim como a média, o valor da mediana não precisa coincidir com algum dos valores do conjunto de dados. Em particular, quando os dados forem de natureza contínua, essa coincidência dificilmente ocorrerá. Nos exemplos 2.1 e 2.2, podemos dizer que a produção diária mediana foi de 3,75 toneladas de peixe na primeira semana e de 3,3 toneladas na segunda semana.

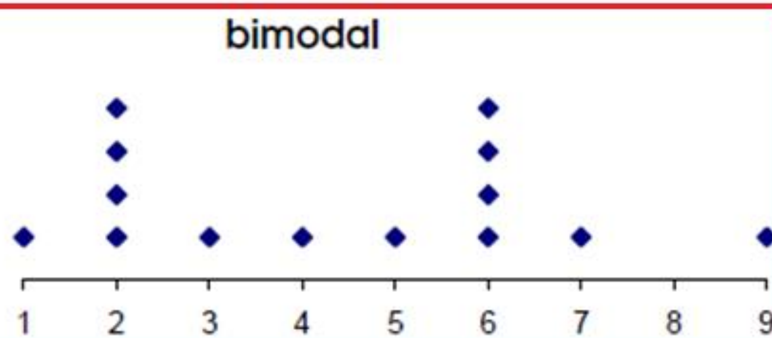
Moda:

Uma maneira alternativa de representar o que é " típico" é através do valor mais freqüente da variável, chamado de moda.

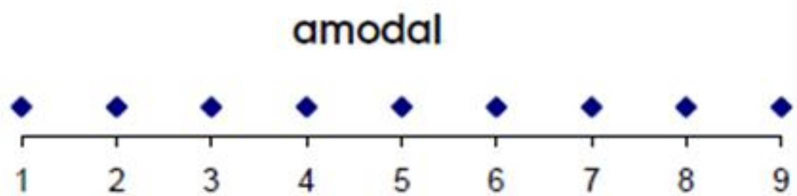
No conjunto de dados
(1; 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5),
há apenas uma moda, o valor 5.
O conjunto de dados é **unimodal.**



No conjunto de dados
(1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 9),
existem duas modas, os valores 2 e 6.
O conjunto de dados é **bimodal**



Nem sempre a moda existe ou faz sentido.
No conjunto de dados
(1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7; 8 ; 9)
não existe um valor mais freqüente que os demais.
Portanto, o conjunto de dados é **amodal**.



Moda, Mediana ou Média: Como Escolher ?

Devemos sempre apresentar os valores de todas as medidas de tendência central. Nesta seção, apenas fazemos uma comparação entre elas em situações onde a diferença entre seus valores poderá levar a conclusões diversas sobre os dados.

Mediana *versus* Média

A média é uma medida-resumo muito mais usada na prática do que a mediana. Existem várias razões para essa popularidade da média, entre elas, a facilidade de tratamento estatístico e algumas propriedades interessantes que a média apresenta, o que ficará mais claro quando estudarmos os métodos de estimação.

No entanto, a média é uma medida muito influenciada pela presença de valores extremos em um conjunto de dados (valores muito grandes ou muito pequenos em relação aos demais). Como a média usa os valores de cada observação em seu cálculo, esses valores extremos "puxam" o valor da média em direção a si, deslocando também a representação do centro, que já não será tão central como deveria ser.

A mediana, por sua vez, não é tão influenciada por valores extremos, pois o que utilizamos para calculá-la é a ordem dos elementos e não diretamente seus valores. Assim, se um elemento do conjunto de dados tem o seu valor alterado (um erro, por exemplo), mas sua ordem continua a mesma, a mediana não sofre influência nenhuma.

Vejamos um exemplo bastante esclarecedor dessas idéias.

Moda *versus* Média e Mediana

A moda não é uma medida de tendência central muito conhecida, mas tem suas vantagens em relação à média e à mediana, especialmente quando estamos lidando com variáveis que possuem distribuição de freqüências bimodais ou multimodais.

Média artimética com dados agrupados

Exemplo: O exame de seleção pode ser composto de 3 provas onde as duas primeiras tem peso 1 e a terceira tem peso 2. Um candidato com notas 70, 75 e 90 terá média final:

$$\overline{X} = \frac{1(70) + 1(75) + 2(90)}{4} = 81{,}25$$

Aplicação

(UNESP-09) Durante o ano letivo, um professor de matemática aplicou cinco provas para seus alunos. A tabela apresenta as notas obtidas por um determinado aluno em quatro das cinco provas realizadas e os pesos estabelecidos pelo professor para cada prova.

PROVA	I	II	III	IV	V
NOTA	6,5	7,3	7,5	?	6,2
PESO	1	2	3	2	2

Se o aluno foi aprovado com média final ponderada igual a 7,3, calculada entre as cinco provas, a nota obtida por esse aluno na prova IV foi:

$$\frac{1.(6{,}5) + 2.(7{,}3) + 3.(7{,}5) + 2.x + 2.(6{,}2)}{1 + 2 + 3 + 2 + 2} = 7{,}3 \rightarrow 56 + 2x = 73 \rightarrow x = 8{,}5$$

<u>Mediana com intervalos de classe ou pelo Histograma</u>

Repare que é a partir da identificação da classe mediana (classe onde o valor mediano está) é possível calcular o valor pela comparação das áreas.

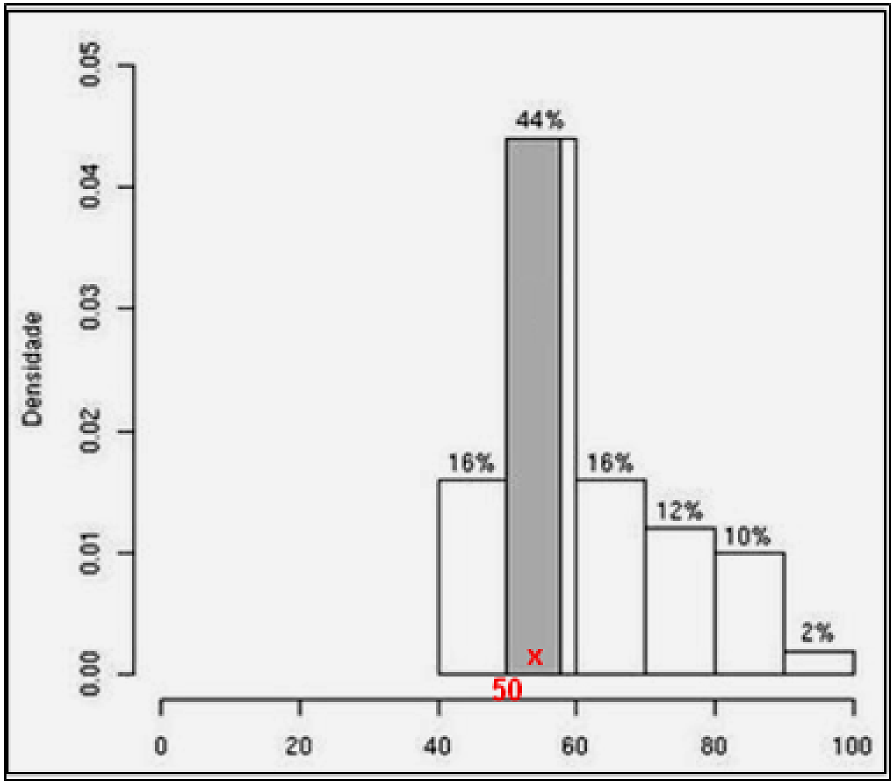
i) A área total do histograma é o produto das frequências pelo intervalo de classe (base da coluna). No exemplo, o limite inferior dessa classe é 50.

O retângulo sombreado possui área (**44%.x**), onde **x** é o valor que ultrapassa 50 e é base. A soma das áreas até esse retângulo vale a metade da área total (100%.10), já que todos os intervalos de classe valem 10.

ii) Temos:

$$\boxed{\begin{array}{l} 16\%.10 + 44\%.x = \\ = \dfrac{(16\% + 44\% + 16\% + 12\% + 10\% + 2\%).10}{2} \Rightarrow \\ 160\% + 44\%x = 500\% \Rightarrow x = \dfrac{500\% - 160\%}{44\%} \cong 7{,}72 \end{array}}$$

Logo, o valor da mediana será 50 + 7,72 = 57,72.

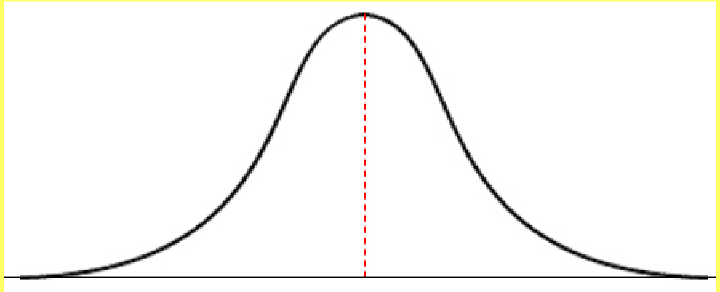


A Forma da Distribuição de Freqüências e as Medidas de Tendência Central

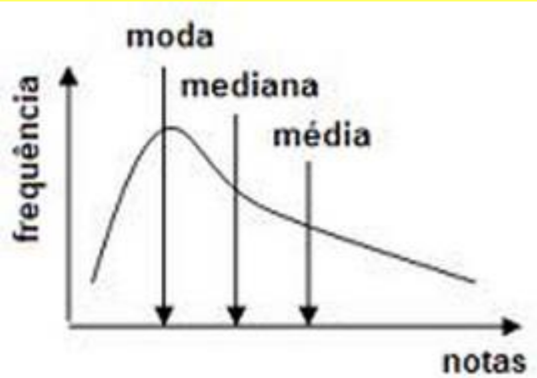
Como já sabemos, a distribuição de freqüências de uma variável pode ter várias formas, mas existem três formas básicas, representadas esquematicamente pelos histogramas da Figura 2.5. Nesta figura, também está a posição de cada uma das medidas de tendência central apresentadas neste texto.

Quando uma distribuição é **simétrica** em torno de um valor (o mais freqüente, isto é, a moda), significa que as observações estão igualmente distribuídas em torno desse valor (metade acima e metade abaixo) Ou seja, esse valor também é a mediana. A média dessas observações também coincidirá com a moda, que coincide com a mediana, pois, se as observações valores estão simetricamente distribuídas em torno de um valor, a média delas será esse valor. Assim, quando a distribuição de freqüências uma variável é simétrica, as três medidas de tendência central têm o mesmo valor.

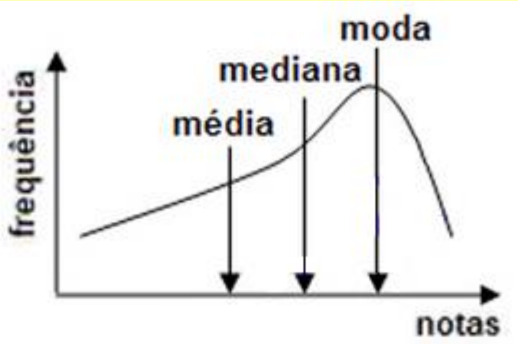
Se a distribuição é **assimétrica com concentração à esquerda** (ou cauda à direita), a mediana é menor do que a média. Isto acontece porque a mediana é "puxada" em direção à concentração dos valores, enquanto a média é "puxada" em direção à cauda (valores extremos).



A curva de simetria dessa classe ficaria parecida com essa:



assimetria positiva



assimetria negativa

Outras Médias

Média Aritmética Ponderada

Na média aritmética simples, cada número possui exatamente a mesma importância ou mesmo peso. Se temos uma lista de números que possuem importância relativa, ou pesos diferentes, devemos utilizar uma média que considere esses pesos. Essa é a media aritmética ponderada.

Dada uma lista de n>1 números reais $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, com pesos respectivamente iguais a $p_1, p_2, p_3, ..., p_n$, a média aritmética ponderada P é dada pela igualdade:

$$P = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + ... + p_n \cdot x_n}{p_1 + p_2 + p_3 + ... + p_n}.$$

Exemplo: Numa avaliação bimestral constituída de duas provas, um aluno tirou nota 6 na primeira, que tinha peso 2 e nota 4 na segunda, que tinha peso 3. Qual foi a média obtida pelo aluno?

Solução:

$$P = \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot 4}{2 + 3} = \frac{24}{5} = 4,8.$$

Outras Médias

Média Geométrica

Dada uma lista de n > 1 números reais positivos, $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, a média geométrica G é definida pela igualdade:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 ... \cdot x_n}$$

Propriedade: A média geométrica preserva o produto dos números da lista.

Isto é, se substituirmos cada número $x_1, x_2, x_3 ...., x_n$, por G temos:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot ... \cdot x_n = G^n = \underbrace{G.G.G....G}_{n \quad vezes}.$$

Exemplo: Qual a média geométrica dos números 3, 6 e 12?

Solução:

$$G = \sqrt[3]{3 \cdot 6 \cdot 12} = \sqrt[3]{216} = 6$$

Outras Médias

Média Harmônica Simples

Dada uma lista de n > 1 números reais positivos, $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, a média harmônica H é definida pela igualdade:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + ... + \frac{1}{x_n}}.$$

Propriedade: A média harmônica preserva a soma dos inversos dos números da lista.

Isto é, se substituirmos cada número $x_1, x_2, x_3...., x_n$, por H teremos:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + ... + \frac{1}{x_n} = n.\frac{1}{H} = \underbrace{\frac{1}{H} + \frac{1}{H} + \frac{1}{H} + ... + \frac{1}{H}}_{n \quad vezes}.$$

Exemplo: Qual a média harmônica dos números 1, 2, e 10?

Solução:

$$H = \frac{3}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10}} = \frac{3}{\frac{10+5+1}{10}} = \frac{3}{\frac{16}{10}} = \frac{3.10}{16} = \frac{15}{8} = 1,875.$$

Observe que a soma dos inversos dos números é

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{10+5+1}{10} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

Média Aritmética: Considerando que (a + b) corresponde ao diâmetro da circunferência, temos que o raio vale a metade dessa soma. Logo, $\boxed{MA\ (a,b) = Raio = \frac{a+b}{2}}$.

Média Geométrica: O ângulo $A\hat{E}B$ é reto, pois é inscrito em uma semicircunferência. Logo, o triângulo AEB é retângulo e $\overline{CE}$ é a altura desse triângulo. Então $\overline{CE}^2 = a.b$.

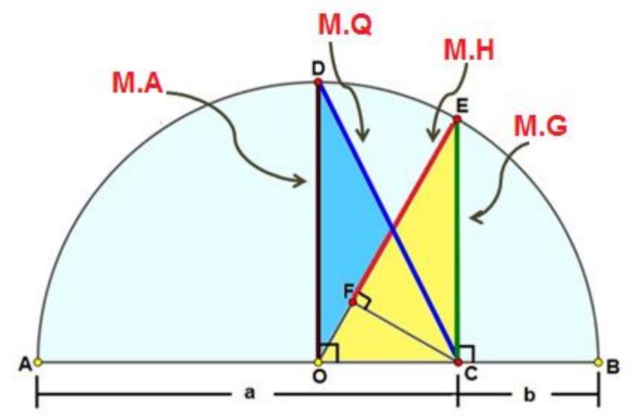
Dessa forma, $\boxed{MG\ (a,b) = \overline{CE} = \sqrt{a.b}}$.

Média Quadrática: O triângulo ODC é retângulo, onde $\overline{OD} = \frac{a+b}{2}$ e $\overline{OC} = \frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2}$.

Aplicando a Relação de Pitágoras, temos:

$$\overline{CD} = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2+2ab+b^2}{4} + \frac{a^2-2ab+b^2}{4}} = \sqrt{\frac{2a^2+2b^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.$$

Dessa forma, $\boxed{MQ\ (a,b) = \overline{CD} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}}$.



$\boxed{MQ \geq MA \geq MG \geq MH}$

Média Harmônica: O triângulo OCE é retângulo, onde $\overline{OE} = \frac{a+b}{2}$ e $\overline{CE} = \sqrt{a.b}$. O segmento $\overline{FE}$ é a projeção do cateto $\overline{CE}$ sobre a hipotenusa $\overline{OE}$. Temos:

$$\overline{CE}^2 = \overline{FE}.\overline{OE} \Rightarrow a.b = \overline{FE}\left(\frac{a+b}{2}\right) \Rightarrow \overline{FE} = \frac{2a.b}{a+b} = \frac{\frac{2a.b}{a.b}}{\frac{a}{a.b}+\frac{b}{a.b}} = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}.$$

Dessa forma, $\boxed{MH\ (a,b) = \overline{FE} = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}}$.

Aplicações

Sejam p e q números reais tais que $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{\sqrt{2010}}$.

Qual o valor mínimo do produto pq ?

a) 8040. b) 4020. c) 2010. d) 1005. e) 105.

Solução. Desenvolvendo, temos:

$$OBS: M.A. \geq M.G. \Rightarrow \frac{p+q}{2} \geq \sqrt{p.q} \Rightarrow p+q \geq 2.\sqrt{p.q}$$

$$i)\ \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{\sqrt{2010}} \Rightarrow \frac{p+q}{p.q}=\frac{1}{\sqrt{2010}} \Rightarrow p+q=\frac{p.q}{\sqrt{2010}}$$

$$ii)\ \frac{p.q}{\sqrt{2010}} \geq 2.\sqrt{p.q} \Rightarrow p^2.q^2 \geq 4..p.q.(2010) \Rightarrow \frac{p^2.q^2}{p.q} \geq 8040 \Rightarrow p.q \geq 8040$$

. Logo, o valor mínimo de (p.q) é 8040.

Qual é o maior valor possível para senx + cosx?

Solução. Utilizando as médias, temos:

$$M.Q. \geq M.A. \Rightarrow \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{sen^2x+\cos^2 x}{2}} \geq \frac{senx+\cos x}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{2}} \geq \frac{senx+\cos x}{2} \Rightarrow senx+\cos x \leq 2.\sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow senx+\cos x \leq .\sqrt{\frac{4}{2}} \Rightarrow senx+\cos x \leq \sqrt{2} \rightarrow maior\ valor$$

.

Problema: As torneiras T_1, T_2 e T_3 ligadas sozinhas enchem um tanque em 3 horas, 4 horas e 6 horas respectivamente. Abrindo-se as três torneiras simultaneamente, quanto tempo levará para encher o tanque?

Solução: Considerando que o volume do tanque é x, que v_1, v_2 e v_3 representam as respectivas vazões das torneiras T_1, T_2 e T_3 e lembrando que a vazão é definida como a divisão do volume pelo tempo, temos: $v_1 = x/3$, $v_2 = x/4$ e $v_3 = x/6$. Seja v a vazão simultânea das três torneiras e t o tempo necessário para que as mesmas encham o tanque, temos: $v = x/t \quad (1)$. Sabemos também que $v = v_1 + v_2 + v_3 \quad (2)$. Igualando as equações (1) e (2) obtemos:

$$\frac{x}{t} = \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = x \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \to \frac{1}{t} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \to t = \frac{4}{3}.$$

Portanto, o tempo necessário é de 4/3 de hora, o que equivale a 1 hora e 20 minutos.

Qual a relação desse problema com as médias? Observe que a média harmônica H dos tempos que as torneiras levam para encher o tanque é:

$$H = \frac{3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{3}{\frac{4+3+2}{12}} = \frac{3}{\frac{9}{12}} = \frac{3 \cdot 12}{9} = 4$$

Portanto, para resolvermos os clássicos problemas que envolvem as torneiras, basta calcularmos a média harmônica e depois dividirmos o resultado pelo número de torneiras.

MEDIDAS DE DISPERSÃO

Amplitude: **É a diferença entre o maior valor e o menor valor de um conjunto de dados.**

Ex.: Os valores seguintes representam o número de gols marcados pela seleção brasileira nas últimas 5 copas do mundo.

11, 14, 18, 10, 9

Amplitude = 18 – 9 = 9

Desvio: **Uma maneira de medir o grau de dispersão ou concentração de cada valor da variável em relação às medidas de tendência central é fazer a diferença entre o valor da variável e a média.**

Ex.: Um aluno obteve as seguintes notas na disciplina de matemática nos 4 bimestres:

Bim	1º	2º	3º	4º
notas	5	8	6	9

Média aritmética = $\frac{5+8+6+9}{4} = 7$

Desvios:
nota 1: 5 – 7 = - 2
nota 2: 8 – 7 = 1
nota 3: 6 – 7 = - 1
nota 4: 9 – 7 = 2

Variância: **É a média aritmética dos quadrados dos desvios.**

$$V = \frac{(-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 2^2}{4} = 2{,}5$$

Desvios: **nota 1: 5 – 7 = - 2**
nota 2: 8 – 7 = 1
nota 3: 6 – 7 = - 1
nota 4: 9 – 7 = 2

Se calcularmos a média desses desvios, somando-os e dividindo o resultado por 4 , ela será nula, pois a soma de todos esses desvios será zero, pelo próprio significado da média como medida de tendência central.
Assim, elevamos ao quadrado esses desvios e, aí sim, tiramos a média dos resultados. É a variância.

Desvio Padrão: **É a raiz quadrada da variância.**

$$Dp = \sqrt{V} \qquad Dp = \sqrt{2{,}5} = 1{,}58$$

- **Quanto mais próximo de zero é o desvio padrão, mais homogênea (regular) é a amostra.**

- **Candidatos que obtém menor desvio padrão são considerados mais regulares.**

Ex.: As notas de dois alunos X e Y estão representadas no quadro abaixo.

	N 1	N 2	N 3	N 4
Paulo	5	2	5	8
João	4	8	3	5

Por meio do desvio padrão, qual deles apresentou desempenho mais regular?

Média aritmética = Paulo $\frac{5+2+5+8}{4} = 5$

Média aritmética = João $\frac{4+8+3+5}{4} = 5$

Desvios: Paulo
nota 1: 5 – 5 = 0
nota 2: 2 – 5 = - 3
nota 3: 5 – 5 = 0
nota 4: 8 – 5 = 3

Desvios: João
nota 1: 4 – 5 = -1
nota 2: 8 – 5 = 3
nota 3: 3 – 5 = -2
nota 4: 5 – 5 = 0

$$\text{Variância Paulo} = \frac{0^2 + (-3)^2 + 0^2 + 3^2}{4} = 4,5$$

$$\text{Desvio Padrão} = \sqrt{V} = \sqrt{4,5} = 2,12$$

$$\text{Variância João} = \frac{(-1)^2 + 3^2 + (-2)^2 + 0^2}{4} = 3,5$$

$$\text{Desvio Padrão} = \sqrt{V} = \sqrt{3,5} = 1,87$$

Como João apresentou o menor desvio padrão, ele será dito o mais regular.

Interpretação desvio padrão:
O desvio padrão como já citado anteriormente possui propriedades que o torna uma medida de dispersão muito útil para se descrever a variação observada nos valores de um conjunto e informar a homogeneidade de tal conjunto. Assim, quando o desvio padrão da série é pequeno a amostra é **homogênea**, quando o valor é alto a amostra é **heterogênea**. Apesar de suas ótimas qualidades o desvio padrão só descreve adequadamente a dispersão de valores de um conjunto com distribuição normal. Mas como saber se o desvio padrão é grande ou pequeno?

O coeficiente de variação (CV) é uma medida de dispersão relativa, pois expressa a relação percentual do desvio padrão em relação a média.
Vimos que o conceito estatístico de desvio padrão corresponde ao conceito matemático de distância, ou seja, a dispersão dos dados em relação a média de uma seqüência. Chamamos de **dispersão absoluta** o desvio padrão visto anteriormente e de **dispersão relativa** o coeficiente de variação que é a divisão entre o desvio padrão e a média. Assim:

$$\boxed{\text{Coeficiente de variação} = \frac{desvio \quad padrão}{média} \text{ x } 100 \quad \Rightarrow \quad CV = \frac{\sigma(x)}{\bar{x}} \text{ x } 100}$$

Quanto maior o valor do coeficiente de variação, maior é a dispersão dos valores do conjunto e quanto menor o valor do coeficiente de variação, mais homogêneo é o conjunto. *O coeficiente de variabilidade pode ser útil para se comparar a variabilidade de diferentes conjuntos de dados em duas situações:*

a) Médias muito diferentes, mas provenientes de uma mesma variável
b) Comparar a homogeneidade de variáveis diferentes.

Exemplo:

Imagine dois grupos de pessoas. No primeiro grupo, as pessoas tem idades 3, 1 e 5 anos e no segundo grupo as pessoas tem idades 55, 57 e 53 anos.

No primeiro grupo a média de idade é de 3 anos e, no segundo grupo, a média de idade é de 55 anos. Em ambos os casos o desvio padrão é de dois. Mas as diferenças de dois anos são muito mais importantes no primeiro grupo, que tem médias três, do que no segundo grupo, que tem média 55. Agora veja esse argumento explicado por meio do coeficiente de variação.

No primeiro grupo o coeficiente de variação é: CV = $\frac{2}{3}.100 = 66{,}67\%$

No segundo grupo o coeficiente de variação é: CV = $\frac{2}{55}.100 = 3{,}64\%$

Um coeficiente de variação igual a 66, 67% no primeiro grupo indica que a dispersão dos dados em relação á media é muito grande, ou seja, a dispersão relativa é alta. E 3,64 no segundo grupo é pequena em relação a média.

Erro padrão: medida de variabilidade da média (como a média varia de uma amostra para outra).
Como já foi citada anteriormente, a média da população estimada através de uma amostra apresenta sempre uma margem de erro, que é estimada pelo erro padrão. Não se trata de uma medida de variabilidade individual (como o desvio padrão), mas sim de uma estimativa da variabilidade da média, em função do tamanho da amostra.

A fórmula para calcular o **erro padrão** é:

$$\boxed{Erro \quad padrão = \frac{desvio \quad padrão}{\sqrt{n}}}$$

Obs. quanto maior a amostra, menor o erro padrão.

Erro amostral: medida de afastamento da média em relação á média real da população, associada a uma confiança determinada pelo pesquisador. Para 95% de confiança (mais utilizado) o **erro amostral** é dado por:

$$\boxed{Erro \quad amostral = 1{,}96 \quad x \quad \frac{desvio \quad padrão}{\sqrt{n}}}$$

Intervalo de confiança de 95% para a média = média $\pm$ erro amostral

Exemplo de aplicação:

Classe	Idade	Indivíduos	xi	xifi	$(xi - \bar{x})^2.fi$	Fi
1	13 ⊢ 17	8	15	120	368,83	8
2	17 ⊢ 21	14	19	266	108,98	22
3	21 ⊢ 25	8	23	184	11,71	30
4	25 ⊢ 29	9	27	243	244,30	39
5	29 ⊢ 33	4	31	124	339,30	43
Soma		43		937	1073,12	

Média $\Rightarrow \bar{x} = \dfrac{\sum xifi}{\sum fi} = \dfrac{937}{43}$ = 21,79 ≅ 22 anos

Variância $\Rightarrow \sigma^2$ (x) = $\dfrac{\sum (xi - \bar{x})^2.fi}{\sum fi} = \dfrac{1073,12}{43}$ = 24,96

Desvio padrão $\Rightarrow \sigma$ (x) = $\sqrt{24,96}$ = 4,99 ≅ 5 anos

Erro amostral $\Rightarrow 1,96 \ x \ \dfrac{desvio \quad padrão}{\sqrt{n}}$ = 1,96 x 0,76 = 1,49

Int. de confiança ⇒ média ± erro amostral = 21,79 + 1,49 = 23,28
21,79 – 1,49 = 20,3

1ª Questão

(ENEM) Uma pessoa está disputando um processo de seleção para uma vaga de emprego em um escritório. Em uma das etapas desse processo, ela tem de digitar oito textos. A quantidade de erros dessa pessoa, em cada um dos textos digitados, é dada na tabela.

Texto	Número de erros
I	2
II	0
III	2
IV	2
V	6
VI	3
VII	4
VIII	5

Nessa etapa do processo de seleção, os candidatos serão avaliados pelo valor da mediana do número de erros. A mediana dos números de erros cometidos por essa pessoa é igual a

a) 2,0 b) 2,5 c) 3,0 d) 3,5 e) 4,0

Solução. Para calcular a mediana, os dados (Número de erros) devem estar ordenados. O número de dados é par.
Os dados ordenados são: {0, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 6}.

Temos: $\boxed{Md = \dfrac{a_{\frac{8}{2}} + a_{\frac{8}{2}+1}}{2} = \dfrac{a_4 + a_5}{2} = \dfrac{2+3}{2} = \dfrac{5}{2} = 2{,}5}$.

2ª Questão

(ENEM) Um vendedor de assinaturas de TV a cabo teve, nos 7 primeiros meses do ano, uma média mensal de 84 assinaturas vendidas. Devido a uma reestruturação da empresa, foi exigido que todos os vendedores tivessem, ao final do ano, uma média mensal de 99 assinaturas vendidas. Diante disso, o vendedor se viu forçado a aumentar sua média mensal de vendas nos 5 meses restantes do ano.
Qual deverá ser a média mensal de vendas do vendedor, nos próximos 5 meses, para que ele possa cumprir a exigência da sua empresa?

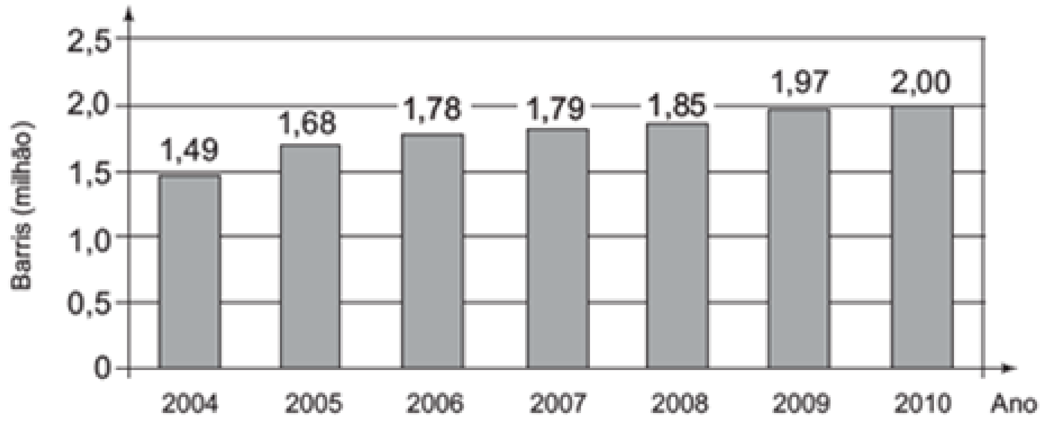
a) 91 b) 105 c) 114 d) 118 e) 120

Solução. De acordo com as informações o número de meses para atingir a meta é de 12 meses. Utilizando os dados, temos:

$$\begin{cases} i)\ \bar{x}_7 = \dfrac{S(7)}{7} \Rightarrow S(7) = 7.(84) = 588 \\ ii)\ \bar{x}_{12} = \dfrac{S(7)+S(5)}{12} \Rightarrow 588 + S(5) = (12).(99) \Rightarrow S(5) = 1188 - 588 \Rightarrow S(5) = 600 \end{cases} \Rightarrow \bar{x}_5 = \dfrac{S(5)}{5} = \dfrac{600}{5} = 120$$

3ª Questão

(ENEM) O gráfico mostra a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, no período de 2004 a 2010. Estimativas feitas naquela época indicavam que a média de produção diária de petróleo no Brasil, em 2012, seria 10% superior à média dos três últimos anos apresentados no gráfico.



Disponível em: http://blogs.estadao.com.br. Acesso em: 2 ago. 2012.

Se as estimativas tivessem sido confirmadas, a estimativa média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, em 2012, teria sido igual a:

a) 1,940 b) 2,134 c) 2,167 d) 2,420 e) 6,402

Solução. Encontrando a média entre os anos de 2008, 2009 e 2010, temos:

$$\begin{cases} i)\ \bar{x}_3 = \dfrac{1,85 + 1,97 + 2,00}{3} = \dfrac{1,85 + 1,97 + 2,00}{3} = \dfrac{5,82}{3} = 1,94 \\ ii)\ \bar{x}(2012) = 1,1.(1,94) = 2,134 \end{cases}$$

4ª Questão

(ENEM) Preocupada com seus resultados, uma empresa fez um balanço dos lucros obtidos nos últimos sete meses, conforme dados do quadro.

Mês	I	II	III	IV	V	VI	VII
Lucro (em milhões de reais)	37	33	35	22	30	35	25

Avaliando os resultados, o conselho diretor da empresa decidiu comprar, nos dois meses subsequentes, a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês em que o lucro mais se aproximou da média dos lucros mensais dessa empresa nesse período de sete meses.

Nos próximos dois meses, essa empresa deverá comprar a mesma quantidade de matéria-prima comprada no mês:

a) I b) II c) IV d) V e) VII

Solução. Encontrando a média dos 7 anos indicados, temos:

$$\bar{x}_7 = \frac{37+33+2.(35)+22+30+25}{7} = \frac{217}{7} = 31$$

. O mês V possui o lucro 30. Mais próximo de 31 (V).

5ª Questão

(ENEM) A permanência de um gerente em uma empresa está condicionada à sua produção no semestre. Essa produção é avaliada pela média do lucro mensal do semestre. Se a média for, no mínimo, de 30 mil reais, o gerente permanece no cargo, caso contrário, ele será despedido. O quadro mostra o lucro mensal, em milhares de reais, dessa empresa, de janeiro a maio do ano em curso.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio
21	35	21	30	38

Qual deve ser o lucro mínimo da empresa no mês de junho, em milhares de reais, para o gerente continuar no cargo no próximo semestre?

a) 26 b) 29 c) 30 d) 31 e) 35

Solução. Considerando P lucro no mês de Junho, temos:

$$\bar{x}_6 = \frac{2.(21)+35+30+38+P}{6} = \frac{145+P}{6} \Rightarrow \frac{145+P}{6} \geq 30 \Rightarrow 145+P \geq 180 \Rightarrow P \geq 180-145 \Rightarrow P \geq 35.$$

6ª Questão

(ENEM) Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Solução. Observando o movimento indicado, temos:

$$\begin{cases} Térreo: 4 \\ 1^\circ\ andar: 4+4-3=5 \\ 2^\circ\ andar: 5+1-1=5 \\ 3^\circ\ andar: 5+2-2=5 \\ 4^\circ\ andar: 5+2-0=7 \\ 5^\circ\ andar: 7+2-6=3 \end{cases} \rightarrow Dados: \{4,\ 5,\ 5,5\ ,7,\ 3\} \rightarrow Moda(maior\ \ frequência) = 5$$

7ª Questão

(ENEM) Um instituto de pesquisas eleitorais recebe uma encomenda na qual a margem de erro deverá ser de, no máximo, 2 pontos percentuais (0,02). O instituto tem 5 pesquisas recentes, P1 a P5, sobre o tema objeto da encomenda e irá usar a que tiver o erro menor que o pedido. Os dados sobre as pesquisas são os seguintes. O erro pode ser expresso por $|e| < 1{,}96.\dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$ em que σ é um parâmetro e N é o número de pessoas entrevistadas pela pesquisa. Qual a pesquisa deverá ser utilizada?

a) P1 b) P2 c) P3 d) P4 e) P5

Pesquisa	σ	N	$\sqrt{N}$
P1	0,5	1 764	42
P2	0,4	784	28
P3	0,3	576	24
P4	0,2	441	21
P5	0,1	64	8

Solução. Multiplicando 0,011 por 1,96, o valor encontrado é 0,02156 > 0,02. Analisando os valores do termo que será multiplicado por 1,96, temos:

$$\begin{cases} P\,1: \dfrac{0{,}5}{42} = \dfrac{5}{420} > \dfrac{5}{450} = \dfrac{1}{90} \cong 0{,}011 \Rightarrow 1{,}96.\left(\dfrac{0{,}5}{42}\right) > 0{,}02 \to \mathit{Fora} \\ P\,2: \dfrac{0{,}4}{28} = \dfrac{4}{280} = \dfrac{1}{70} > \dfrac{1}{90} \cong 0{,}011 \Rightarrow 1{,}96.\left(\dfrac{0{,}4}{28}\right) > 0{,}02 \to \mathit{Fora} \\ P\,3: \dfrac{0{,}3}{24} = \dfrac{3}{240} = \dfrac{1}{80} > \dfrac{1}{90} \cong 0{,}011 \Rightarrow 1{,}96.\left(\dfrac{0{,}3}{24}\right) > 0{,}02 \to \mathit{Fora} \\ P\,4: \dfrac{0{,}2}{21} = \dfrac{2}{210} < \dfrac{2}{180} = \dfrac{1}{90} \cong 0{,}011 \Rightarrow 1{,}96.\left(\dfrac{0{,}2}{21}\right) < 0{,}02 \to \mathit{Utilizada} \\ P\,5: \dfrac{0{,}1}{8} = \dfrac{1}{80} > \dfrac{1}{90} \cong 0{,}011 \Rightarrow 1{,}96.\left(\dfrac{0{,}1}{8}\right) > 0{,}02 \to \mathit{Fora} \end{cases}$$

8ª Questão

(ENEM) Três alunos X, Y e Z estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso o aluno deverá ter a média aritmética das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova. Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s):

a) apenas o aluno Y

b) apenas o aluno Z

c) apenas os alunos X e Y

d) apenas os alunos X e Z

e) os alunos X, Y e Z

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Solução. Podemos analisar a média aritmética observando se a soma das notas for igual ou superior a 30. Calculando, temos:

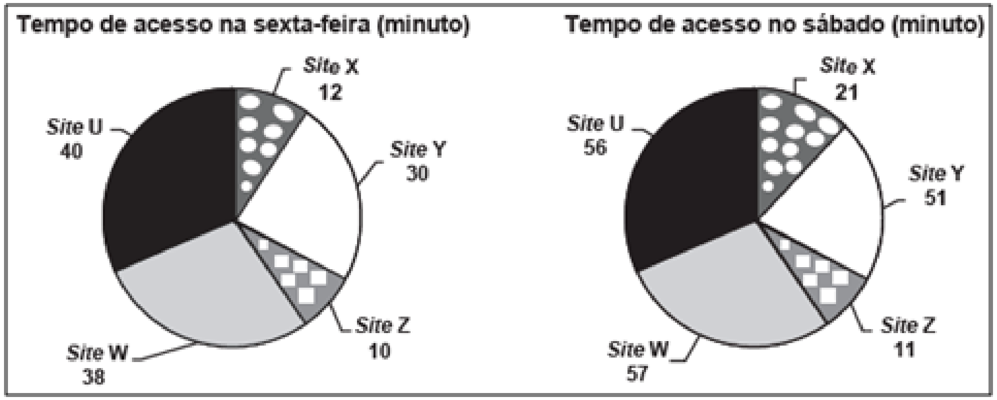
i) X: Soma = 31. Média superior a 6. Aprovado.

ii) Y: Soma = 30. Média igual a 6. Aprovado.

iii) Z: Soma = 29. Média inferior a 6. Reprovado.

9ª Questão

(ENEM) Quanto tempo você fica conectado à internet? Para responder a essa pergunta foi criado um mini aplicativo de computador que roda na área de trabalho, para gerar automaticamente um gráfico de setores, mapeando o tempo que uma pessoa acessa cinco sites visitados. Em um computador, foi observado que houve um aumento significativo do tempo de acesso da sexta-feira para o sábado, nos cinco sites mais acessados. A seguir, temos os dados do mini aplicativo para esses dias.



Analisando os gráficos do computador, a maior taxa de aumento no tempo de acesso, da sexta-feira para o sábado foi no site:

a) X b) Y c) Z d) W e) U

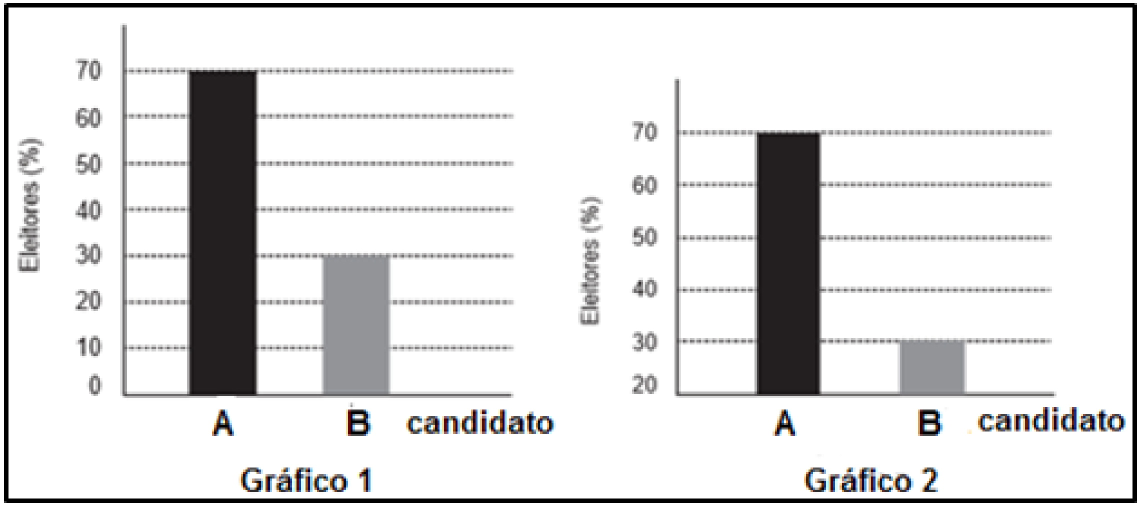
Solução. Encontrando os aumentos, temos:

$$\begin{cases} X: \dfrac{21}{12} = \dfrac{7}{4} = 1{,}75 \rightarrow aumento: 0{,}75 = 75\% \\ Y: \dfrac{51}{30} = \dfrac{17}{10} = 1{,}7 \rightarrow aumento: 0{,}7 = 70\% \\ Z: \dfrac{11}{10} = 1{,}1 \rightarrow aumento: 0{,}1 = 10\% \qquad \rightarrow maior\ taxa) = 75\% \\ W: \dfrac{57}{38} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5 \rightarrow aumento: 0{,}5 = 50\% \\ U: \dfrac{56}{40} = \dfrac{14}{10} = 1{,}4 \rightarrow aumento: 0{,}4 = 40\% \end{cases}$$

.

10ª Questão

(ENEM) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1. Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.



Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B. A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é:

a) 0 b) 1/2 c) 1/5 d) 2/15 e) 8/35

Solução. A escala é espaçada em 10 pontos, no gráfico 1. No gráfico 2 a escala é espaçada em 5 pontos.

Estabelecendo as razões, temos: $\begin{cases} G1 : \frac{3}{7} \\ G2 : \frac{1}{5} \end{cases} \rightarrow Diferença: \frac{3}{7} - \frac{1}{5} = \frac{15}{35} - \frac{7}{35} = \frac{8}{35}$.

11ª Questão

(ENEM) Numa turma de inclusão de jovens e adultos na educação formal profissional (Proeja), a média aritmética das idades dos seus dez alunos é de 32 anos. Em determinado dia, o aluno mais velho da turma faltou e, com isso, a média aritmética das idades dos nove alunos presentes foi de 30 anos.

Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 10 mar. 2012 (adaptado).

Qual é a idade do aluno que faltou naquela turma?

a) 18 b) 20 c) 31 d) 50 e) 62

Solução. Considerando N a idade do aluno que faltou (mais velho), temos:

$$\begin{cases} i)\ \bar{x} = \dfrac{S(10)}{10} \Rightarrow \dfrac{S(9)+N}{10} = 32 \Rightarrow N = 320 - S(9) \\ ii)\ \dfrac{S(9)}{9} = 30 \Rightarrow S(9) = 270 \end{cases} \Rightarrow N = 320 - 270 = 50$$

12ª Questão

(ENEM) O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em%) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

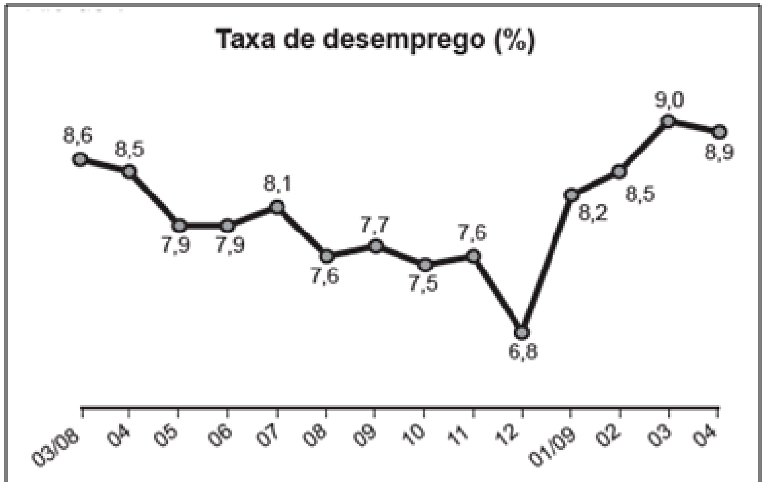
a) 8,1%

b) 8,0%

c) 7.9%

d) 7,7%

e) 7,6%



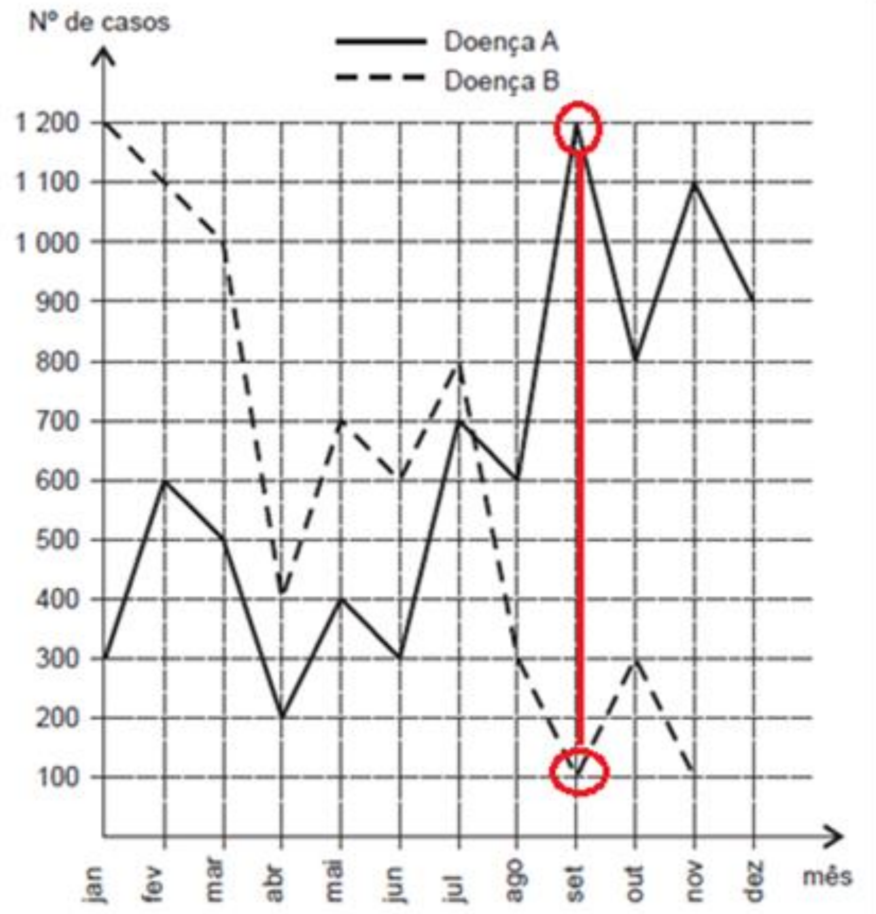
IBGE. Pesquisa mensal de emprego. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012 (adaptado).

Solução. Ordenando os dados, temos:

$$\begin{aligned} &i)\ 6{,}8 - 7{,}5 - 7{,}6 - 7{,}6 - 7{,}7 - 7{,}9 - 7{,}9 - 8{,}1 - 8{,}2 - 8{,}5 - 8{,}5 - 8{,}6 - 8{,}9 - 9{,}0 \\ &ii)\ Md = \frac{7{,}9 + 8{,}1}{2} = \frac{16}{2} = 8 \end{aligned}$$

13ª Questão

(ENEM) Doenças relacionadas ao saneamento ambiental inadequado (DRSAI) podem estar associadas ao abastecimento deficiente de água, tratamento inadequado de esgoto sanitário, contaminação por resíduos sólidos ou condições precárias de moradia. O gráfico apresenta o número de casos de duas DRSAI de uma cidade:



Disponível em: http://dados.gov.br. Acesso em: 7 dez. 2012 (adaptado).

O mês em que se tem a maior diferença entre o número de casos das doenças de tipo A e B é:

a) janeiro

b) abril

c) julho

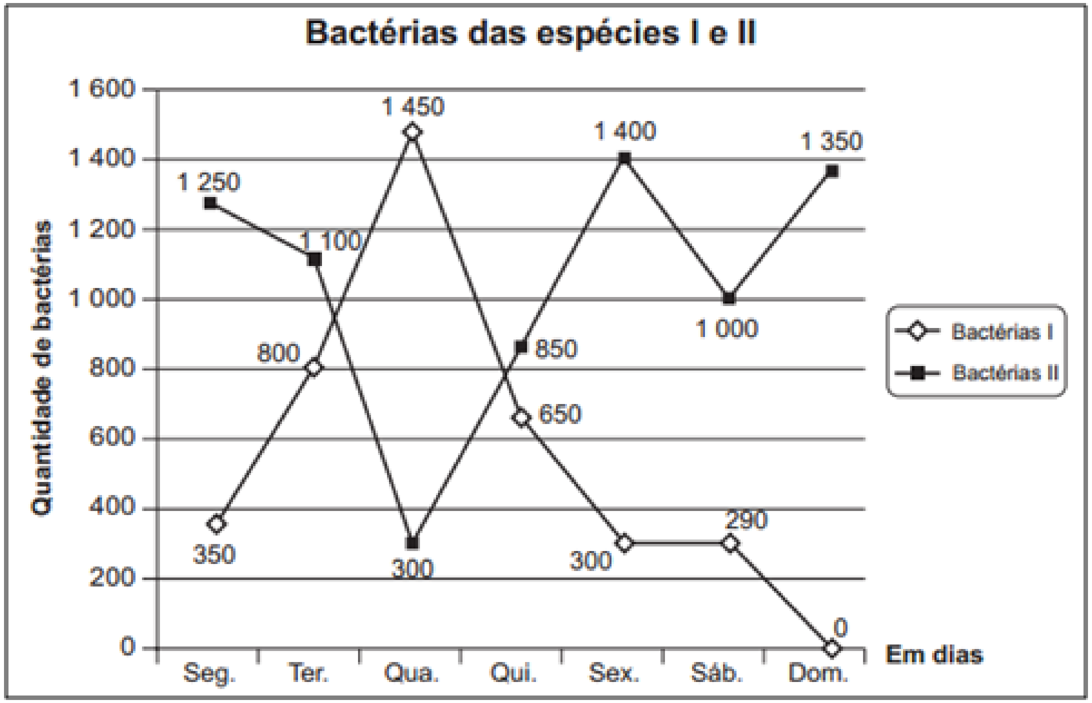
d) setembro

e) novembro.

Solução. A maior diferença será aquela onde os pontos estiverem mais afastados. Esses pontos estão assinalados no gráfico, no mês de setembro: 1 200 – 100 = 1 100.

14ª Questão

(ENEM) Um cientista trabalha com as espécies I e II de bactérias em um ambiente de cultura. Inicialmente, existem 350 bactérias da espécie I e 1 250 bactérias da espécie III. O gráfico representa as quantidades de bactérias de cada espécie, em função do dia, durante uma semana.



Em que dia dessa semana a quantidade total de bactérias nesse ambiente de cultura foi máxima?

a) Terça-feira b) Quarta-feira c) Quinta-feira d) Sexta-feira e) Domingo.

Solução. Calculando as somas, temos:

Terça-feira: 1 100 + 800 = 1 900;

Quarta-feira: 1 450 + 300 = 1 750;

Quinta-feira: 850 + 650 = 1 500;

Sexta-feira: 1 400 + 300 = 1 700;

Domingo: 1 350 + 0 = 1 350,

O valor da maior soma ocorreu na Terça- feira.

15ª Questão

(PUC) Foi feita uma pesquisa sobre a qualidade do doce de abóbora da empresa Bora-Bora. Cada entrevistado dava ao produto uma nota de 0 a 10. Na primeira etapa da pesquisa foram entrevistados 1 000 consumidores e a média das notas foi igual a 7. Após a realização da segunda etapa da pesquisa, constatou-se que a média das notas dadas pelos entrevistados nas duas etapas foi igual a 8. O número de entrevistados na segunda etapa foi no mínimo igual a:

a) 300 b) 400 c) 500 d) 700 e) 850

Solução. Considerando N o número de entrevistados na segunda etapa, temos que o valor de N será mínimo se suas notas forem máximas. Isto é, todos os N entrevistados derem nota 10. Temos:

$$\begin{cases} Etapa\ 1: \bar{x}_1 = \dfrac{S(1\,000)}{1\,000} \Rightarrow S(1\,000) = (1\,000)\times 7 = 7\,000 \\ Etapa\ 2: \bar{x}_{1e2} = \dfrac{S(1\,000)+S(N)}{1\,000+N} \Rightarrow S(1\,000)+10.N = (1\,000+N)\times 8 \end{cases} \Rightarrow 7\,000 + 10N = 8\,000 + 8N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10N - 8N = 1\,000 \Rightarrow N = \frac{1\,000}{2} = 500$$

16ª Questão

(FUVEST) Em uma classe com 14 alunos, 8 são mulheres e 6 são homens. A média das notas das mulheres no final do semestre ficou 1 ponto acima da média da classe. A soma das notas dos homens foi metade da soma das notas das mulheres. Então, a média das notas dos homens ficou mais próxima de:

a) 4,3 b) 4,5 c) 4,7 d) 4,9 e) 5,1

Solução. Utilizando as informações, temos:

$$\begin{cases} \bar{x}(classe) = \dfrac{S(14)}{14} = \dfrac{S(6)+S(8)}{14} \\ \bar{x}(H) = \dfrac{S(6)}{6} \\ \bar{x}(M) = \dfrac{S(8)}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{S(8)}{8} = \dfrac{S(6)+S(8)}{14} + 1 \\ S(8) = 2.S(6) \end{cases} \Rightarrow \frac{2.S(6)}{8} = \frac{S(6)+2.S(6)}{14} + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 14.S(6) = 12.S(6) + 56 \Rightarrow 2S(6) = 56 \Rightarrow S(6) = 28.\ Logo,\quad \bar{x}(H) = \frac{S(6)}{6} = \frac{28}{6} = 4{,}666... \rightarrow 4{,}7$$

17ª Questão

(ENEM) Cinco regiões de um país estão buscando recursos no Governo Federal para diminuir a taxa de desemprego de sua população. Para decidir qual região receberia o recurso, foram colhidas as taxas de desemprego, em porcentagem, dos últimos três anos. Os dados estão apresentados na tabela.

Taxa de desemprego (%)					
	Região A	Região B	Região C	Região D	Região E
Ano I	12,1	12,5	11,9	11,6	8,2
Ano II	11,7	10,5	12,7	9,5	12,6
Ano III	12,0	11,6	10,9	12,8	12,7

Ficou decidido que a região contemplada com a maior parte do recurso seria aquela com a maior mediana das taxas de desemprego dos últimos três anos. A região que deve receber a maior parte do recurso é a:

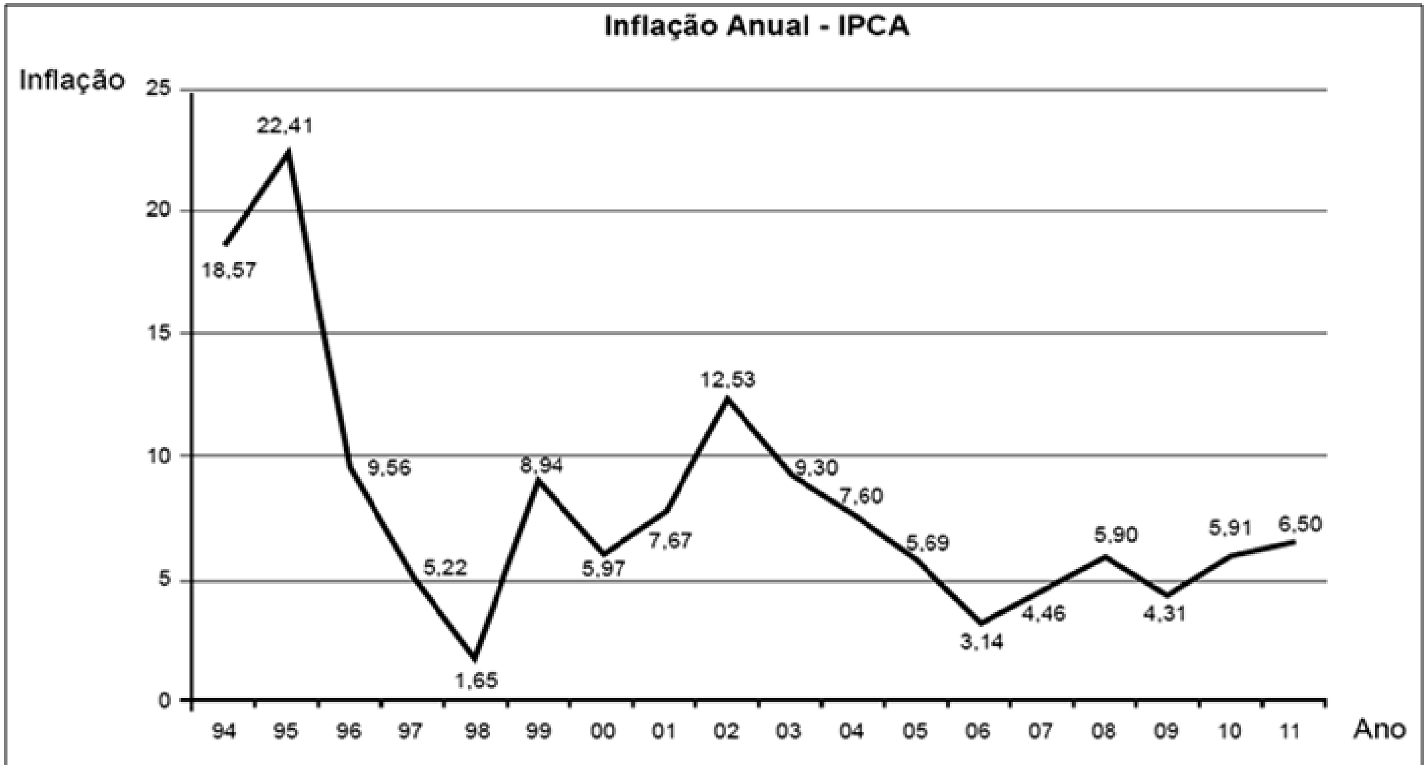
a) A b) B c) C d) D e) E

Solução. Ordenando as taxas por região, temos:

A: 11,7 – 12,0 – 12,1
B: 10,5 – 11, 6 – 12,5
C: 10,9 – 11,9 – 12,7
D: 9,5 – 11,6 – 12,8
E: 8,2 – 12,6 – 12,7. Maior mediana = 12,6.

18ª Questão

(ENEM) Um dos principais indicadores de inflação é o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo IPCA). O gráfico apresenta os valores do IPCA nos anos de 1994 a 2011.



Disponível em: www.ibge.gov.br.Acesso em: 2 ago. 2012 (Adaptado).

O valor mais próximo da mediana de todos os valores da inflação indicados no gráfico é:

a) 5,97 b) 6,24 c) 6,50 d) 8,07 e) 10,10

Solução. Ordenando os 18 dados, temos:

Dados:	22,41	18,57	9,56	5,22	1,65	8,94	5,97	7,67	12,53	9,30	7,60	5,69	3,14	4,46	5,90	4,31	5,91	6,50
Ordenados:	1,65	3,14	4,31	4,46	5,22	5,69	5,90	5,91	5,97	6,50	7,60	7,67	8,94	9,30	9,56	12,53	18,57	22,41

$$Mediana = \frac{5,97 + 6,50}{2} = \frac{12,47}{2} = 6,235 \cong 6,24$$