

Arranjos, Combinações e Princípio da Casa dos Pombos

- 1) De quantas maneiras distintas, em um grupo de 10 pessoas podemos escolher 3 delas para que a primeira ganhe um carro, a segunda ganhe uma moto e a terceira ganhe um patinete?
- 2) Os atletas Michael Phelps, Kōsuke Hagino, Wang Shun, Hiromasa Fujimori, Ryan Lochte, Philip Heintz, Thiago Pereira e Daniel Wallace foram classificados para a final dos 200m medley masculino nas Olimpíadas Rio 2016.
 - a) De quantas maneiras distintas o pódio poderá ser formado se dois nadadores não concluírem a prova ao mesmo tempo?
 - b) Em quantas dessas opções Michael Phelps será o primeiro colocado?
- 3) Quantos são os anagramas da palavra VESTIBULAR cujas vogais não aparecem lado a lado?
- 4) De quantas maneiras distintas, em um grupo de 10 pessoas podemos escolher 3 delas para que cada uma delas ganhe um carro (sendo os três carros idênticos)?
- 5) Uma loja de iogurte congelado tem 21 opções de coberturas para o cliente escolher. De quantas maneiras distintas um cliente pode montar seu iogurte congelado com 3 coberturas diferentes?



- 6) Em uma sala de aula há 18 meninas e 10 meninos. De quantas maneiras distintas:
 - a) Podemos montar um grupo com 5 alunos?
 - b) Podemos montar um grupo com 5 alunos, com exatamente 3 meninas?
 - c) Podemos montar um grupo com 5 alunos, com pelo menos 3 meninas?
- 7) Em uma festa há 30 homens e 20 mulheres. Sabendo que todas as pessoas de mesmo sexo se cumprimentam entre si com um aperto de mão e que um homem e uma mulher se cumprimentam com um abraço, determine:
 - a) Quantos apertos de mão foram dados na festa?
 - b) Quantos abraços foram dados na festa?Observação: Considere que todas as pessoas da festa se cumprimentam exatamente uma vez.
- 8) Um estudante possui, em uma das gavetas do seu armário, 10 meias brancas, 6 meias pretas, 8 meias vermelhas e 4 meias amarelas. Todas são indistinguíveis ao tato. Quantas meias ele precisa retirar da gaveta, sem olhar, para garantir que pelo menos duas das meias retiradas são brancas?
- 9) Manoela e Renato foram a um bar e pediram uma porção com 12 pastéis, 6 de queijo e 6 de camarão. Só é possível descobrir o sabor ao comê-lo. Quantos pastéis Renato deve comer para garantir que comerá algum de camarão?

10) Quantos alunos devem fazer uma prova com 10 questões que devem ser julgadas como verdadeiras ou falsas para que possamos garantir que pelo menos dois deles a responderão da mesma maneira?

Exercícios Propostos:

1. Em uma reta *r* são marcados 5 pontos distintos (A, B, C, D e E) e em outra reta *s*, paralela a *r*, são marcados outros 4 pontos (F, G, H e I). Quantos triângulos podem ser formados com vértices em 3 dos pontos descritos?

2. Um químico possui 8 tipos de substâncias das quais duas, quando juntas, explodem. De quantas maneiras ele pode selecionar 4 dessas substâncias sem causar uma explosão?

3. Uma livraria tem 15 livros em uma prateleira: 10 exemplares do livro "O Diário de uma Paixão" e 5 exemplares de "Amor Para Recordar". Considere que os livros com mesmo título sejam indistinguíveis. Determine de quantas maneiras diferentes podemos dispor os 15 livros na estante de modo que dois exemplares de "Amor Para Recordar" nunca estejam juntos.

4. Em uma circunferência são marcados 10 pontos que se ligados formam um decágono regular. Com vértices nesses pontos:

a) Quantos triângulos podem ser formados? b) Quantos triângulos retângulos podem ser formados?

5. (UERJ 2012) A tabela abaixo apresenta os critérios adotados por dois países para a formação de placas de automóveis. Em ambos os casos, podem ser utilizados quaisquer dos 10 algarismos de 0 a 9 e das 26 letras do alfabeto romano.

País	Descrição	Exemplo
X	3 letras e 3 algarismos, em qualquer ordem	M3MK09
Y	um bloco de 3 letras, em qualquer ordem, à esquerda de outro bloco de 4 algarismos, também em qualquer ordem	YBW0299

Considere o número máximo de placas distintas que podem ser confeccionadas no país X igual a *n* e no país Y igual a *p*. A razão *n/p* corresponde a:

- (A) 1.
- (B) 2.
- (C) 3.
- (D) 6.

Exercícios de Fixação:

1. De quantas maneiras distintas, em um grupo de 8 pessoas podemos sortear 3 delas para que a primeira ganhe um prêmio de R\$100.000,00; a segunda ganhe um prêmio de R\$50.000,00 e a terceira ganhe um prêmio de R\$25.000,00?

2. De quantas maneiras distintas, em um grupo de 8 pessoas podemos sortear 3 delas para que cada uma ganhe um prêmio de R\$100.000,00?

3. Uma hamburgueria permite que seus clientes montem um hambúrguer da seguinte maneira:

- I - Escolhem o tipo de carne: frango, alcatra ou picanha.
- II - Escolhem o tipo de pão: branco ou integral.
- III - Escolhem o tipo de queijo: prato, minas padrão, gorgonzola ou cheddar.

IV - Escolhem 3 adicionais diferentes entre: alface, bacon, cebola caramelizada, cogumelos, ovo frito, picles, presunto ou tomate.

De quantas maneiras distintas um hambúrguer pode ser montado nessa hamburgueria?

4. Em uma turma de teatro há 15 meninas e 8 meninos. De quantas maneiras distintas:

a) Podemos montar um grupo com 4 alunos?

b) Podemos montar um grupo com 4 alunos, com exatamente 2 meninas?

c) Podemos montar um grupo com 4 alunos, com pelo menos 2 meninas?

5. Em um plano são marcados 10 pontos. Desses, cinco, e somente cinco, estão alinhados. De quantas maneiras distintas posso formar um triângulo com vértices nesses pontos?

6. Um grupo de 10 amigos criou um campeonato de kart amador. No final de doze corridas, suas pontuações são tabeladas e caso haja empate, vence o candidato mais pesado, pois teoricamente quem é mais leve tem vantagens ao dirigir um kart. O primeiro lugar receberá uma medalha de ouro, o segundo lugar uma medalha de prata e o terceiro lugar uma medalha de bronze. De quantas maneiras distintas pode haver essa distribuição de medalhas?

7. Quantos são os elementos de um conjunto que possui 45 subconjuntos com exatamente dois elementos?

8. Em uma reunião há o dobro de mulheres em relação ao número de homens. Sabendo que todas as pessoas se cumprimentaram uma única vez com um aperto de mão e que houve 36 apertos de mão, quantas pessoas haviam na reunião?

9. No Campeonato Brasileiro os 20 times que participam da primeira divisão jogam entre si duas vezes (turno e retorno). Quantos jogos ocorrem, ao todo, no campeonato?

10. Em um grupo de 9 amigos que jogam futebol de salão, dois deles gostam de jogar sempre no gol e os outros 7 só gostam de jogar na linha. De quantas maneiras posso selecionar 5 deles para formar um time respeitando suas preferências?

11. Bruno, Frederico, Gabriel, João, Leonardo, Marcos e Renato são amigos de infância. Ao fazer uma viagem juntos, eles precisam se dividir em dois quartos, um com 3 deles e o outro com os outros 4. Sabendo que Bruno e Marcos brigaram e não podem ficar juntos no mesmo quarto:

a) De quantas maneiras distintas essa divisão pode ser feita?

b) Frederico e Leonar são primos e gostariam de ficar no mesmo quarto. Dessa forma, de quantas maneiras distintas essa divisão pode ser feita?

12. Quantas são as diagonais de um octógono convexo?

13. Quantos são os anagramas da palavra PARALELEPIPEDO que não possuem duas letras E's lado a lado?

14. Uma mulher tem 5 amigas e 5 amigos e seu esposo tem 2 amigas e 7 amigos. Eles querem convidar 3 mulheres e 3 homens para um jantar na casa deles. Eles fazem questão que cada um convide 3 pessoas entre seu grupo de amigos e amigas. De quantas maneiras distintas essas pessoas podem ser escolhidas?

15. Durante a Copa do Mundo, que foi disputada por 24 países, as tampinhas de determinado refrigerante traziam palpites sobre os países que se classificariam nos três primeiros lugares (por exemplo: 1º lugar, Brasil; 2º lugar, Nigéria; 3º lugar, Holanda). Se, em cada tampinha, os três países são distintos, quantas tampinhas diferentes poderiam existir?

16. De quantos modos 12 alunos podem se dividir em 3 grupos de 4 alunos cada, sabendo que um dos grupos fará um trabalho sobre Pitágoras, outro sobre Tales e o terceiro sobre Hypatia?
17. De quantos modos 12 alunos podem se dividir em 3 grupos de 4 alunos cada, sabendo que todos os grupos farão um trabalho sobre Pitágoras?
18. (UERJ - 2010) Ao refazer seu calendário escolar para o segundo semestre, uma escola decidiu repor algumas aulas em exatamente 4 dos 9 sábados disponíveis nos meses de outubro e novembro de 2009, com a condição de que não fossem utilizados 4 sábados consecutivos. Para atender às condições de reposição das aulas, o número total de conjuntos distintos que podem ser formados contendo 4 sábados é de:
- (A) 80 (B) 96 (C) 120 (D) 126
19. (UERJ 2010)

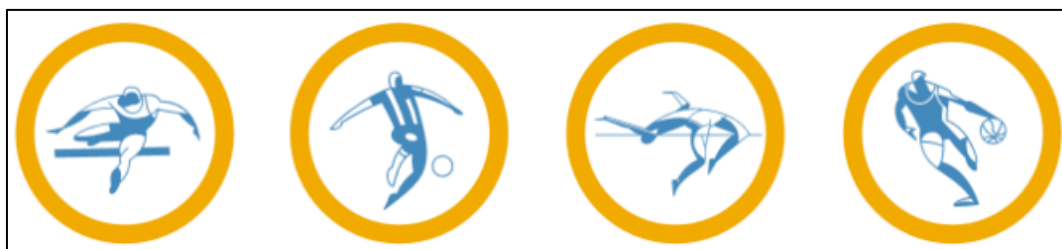


Considere como um único conjunto as 8 crianças – 4 meninos e 4 meninas – personagens da tirinha. A partir desse conjunto, podem-se formar n grupos, não vazios, que apresentam um número igual de meninos e de meninas. O maior valor de n é equivalente a:

- (A) 45 (B) 56 (C) 69 (D) 81

20. (UERJ 2007)

Sete diferentes figuras foram criadas para ilustrar, em grupos de quatro, o Manual do Candidato do Vestibular Estadual 2007. Um desses grupos está apresentado a seguir.



Considere que cada grupo de quatro figuras que poderia ser formado é distinto de outro somente quando pelo menos uma de suas figuras for diferente. Nesse caso, o número total de grupos distintos entre si que poderiam ser formados para ilustrar o Manual é igual a:

- (A) 24 (B) 35 (C) 70 (D) 140

21. (UFF 2007) A administração de determinado condomínio é feita por uma comissão colegiada formada de 8 membros: síndico, subsíndico e um conselho consultivo composto de seis pessoas. Note que há distinção na escolha de síndico e subsíndico enquanto não há esta distinção entre os membros

do conselho consultivo. Sabendo que 10 pessoas se dispõem a fazer parte de tal comissão, determine o número total de comissões colegiadas distintas que poderão ser formadas com essas 10 pessoas.

22. Quantas são as senhas de 5 dígitos, nas quais exatamente dois dos dígitos são o algarismo 1, e os outros são distintos?

23. Quantos são os números naturais de 7 algarismos, nos quais exatamente dois deles são o algarismo 8, exatamente dois deles são o número 1 e os outros algarismos são distintos?

24. (UERJ 2011) Uma máquina contém pequenas bolas de borracha de 10 cores diferentes, sendo 10 bolas de cada cor. Ao inserir uma moeda na máquina, uma bola é expelida ao acaso. Para garantir a retirada de 4 bolas de uma mesma cor, o menor número de moedas a serem inseridas na máquina corresponde a:

(A) 5

(B) 13

(C) 31

(D) 40



25. Quantos amigos devem fazer parte de um grupo para garantir que pelo menos dois deles façam aniversário no mesmo mês?

26. Carolina faz coleção de havaianas. Ela possui em uma sapateira 5 pares de havaianas brancas, 4 pares de havaianas douradas, 3 pares de havaianas rosas, 4 pares de havaianas azuis e 10 pares de havaianas estampadas. Todas elas são indistinguíveis ao toque e as havaianas de mesma cor são idênticas. Quantas havaianas ela precisa retirar da sapateira, sem olhar, para garantir que pelo menos duas das havaianas retiradas são brancas, sendo pelo menos uma própria para o pé esquerdo e pelo menos uma própria para o pé direito?

27. Uma urna possui 20 bolas com mesmo peso e formato, sendo 10 delas douradas, 5 prateadas e 5 pretas. Quantas bolas preciso retirar da urna para garantir

a) que pelo menos duas delas serão pretas;

b) que pelo menos duas delas serão de mesma cor;

c) que pelo menos duas delas serão de cores distintas.

28. Leonar e Nathália foram a um restaurante asiático e pediram uma porção de 9 harumakis (3 de camarão, 3 de legumes e 3 de salmão). Só é possível descobrir o sabor ao comer cada um deles. Quantos harumakis Nathália deve comer para garantir que comerá pelo menos um de camarão?

29. Uma aluna entediada resolveu listar todos os anagramas que conseguisse da palavra DIRICHLET. Quantos ela deve escrever para garantir que pelo menos dois desses anagramas sejam iguais?

30. Uma loja vende empadas de frango, frango com queijo cremoso, camarão, camarão com queijo cremoso, palmito, queijo, carne seca e carne seca com queijo cremoso.

a) De quantas maneiras distintas posso escolher 3 empadas de sabores diferentes nessa loja?

b) De quantas maneiras diferentes posso escolher 3 empadas nessa loja?

c) Comprei 4 empadas de cada para levar para casa e minha mãe pediu para que eu reservasse pelo menos uma de palmito para ela. Quantas eu precisarei reservar para garantir que pelo menos uma seja de palmito? Considere as empadas indistinguíveis visualmente.

GABARITO.

Exemplos:

[1] 720; [2] a) 336 b) 42; [3] 604800; [4] 120; [5] 1330; [6] a) 98280 b) 36720 c) 75888;
[7] a) 625 b) 600; [8] 20; [9] 7; [10] 1025.

Exercícios Propostos:

[1] 70; [2] 55; [3] 462; [4] a) 120 b) 40; [5] B.

Exercícios de Fixação:

[1] 336; [2] 56; [3] 1344; [4] a) 8855 b) 2940 c) 7945; [5] 110; [6] 720;
[7] 10; [8] 9; [9] 380; [10] 70; [11] a) 20 b) 8; [12] 20; [13] $55 \cdot 11! / 6 = 365904000$;
[14] 2800; [15] 12144; [16] $12! / (4!)^3 = 34650$; [17] $12! / [(4!)^3 \cdot 3!] = 5775$; [18] C; [19] C;
[20] B; [21] 2520; [22] 5040; [23] 66780; [24] C; [25] 13; [26] 48;
[27] a) 17 b) 4 c) 11; [28] 7; [29] $9! / 2! + 1 = 181441$; [30] a) 56 b) 120 c) 29.