



MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. São dados os conjuntos A, B e C, tais que:

$$\boxed{n(B \cup C) = 18, n(A \cap B) = 6, n(A \cap C) = 5, n(A \cap B \cap C) = 2 \text{ e } n(A \cup B \cup C) = 21}$$

O valor de $n[A - (B \cap C)]$ é:

(A) 6

(B) 7

(C) 8

(D) 9

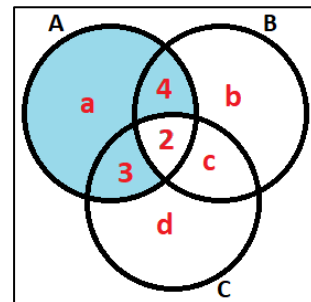
(E) 10

Solução. Representando as informações nos diagramas, temos:

i) $4 + 2 + 3 + b + c + d = 18 \Rightarrow b + c + d = 9.$

ii) $a + 9 + 9 = 21 \Rightarrow a = 21 - 18 \Rightarrow a = 3.$

iii) $n[A - (B \cap C)] = a + 4 + 3 = 3 + 4 + 3 = 10.$



Questão 2. Em certa escola, onde só há ensino médio e fundamental, o número de alunos do ensino fundamental é $\frac{5}{9}$ do número de alunos do ensino médio. Em relação ao total de alunos da escola, a fração que representa a quantidade de alunos do ensino médio é:

(A) $\frac{1}{14}$

(B) $\frac{3}{14}$

(C) $\frac{5}{14}$

(D) $\frac{9}{14}$

(E) $\frac{11}{14}$

Solução. Considerando F e M o número de alunos, respectivamente, do ensino fundamental e médio, temos:

i) $T = F + M;$ **ii) $F = \frac{5M}{9}$ **iii) $M + \frac{5M}{9} = T \Rightarrow \frac{9M+5M}{9} = T \Rightarrow \frac{14M}{9} = T \Rightarrow M = \frac{9T}{14}.$****

Questão 3. Se cada letra distinta, em $\sqrt{CMRJ} = CJ$, representa um algarismo significativo distinto, o valor da soma $C + M + R + J$ é igual a:

(A) 12

(B) 14

(C) 15

(D) 16

(E) 18

Solução. O algarismo da unidade de milhar do radicando é igual ao da dezena da raiz. As unidades simples são iguais. Como a raiz é exata, a unidade simples que satisfaz a essa característica pode ser 1, 5 ou 6.

Como o quadrado possui quatro algarismos, a dezena da raiz é maior ou igual a 4.

As opções são: 41, 45, 46, ..., 91, 95, 96.

Os algarismos da centena e dezena do número do radicando são diferentes.

O $96^2 = 9216$ satisfaz a condição. Logo, $C = 9, M = 2, R = 1, J = 6$ e $C + M + R + J = 9 + 2 + 1 + 6 = 18.$

Questão 4. A fração $\frac{37}{13}$ pode ser escrita sob a forma $2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$, onde (x, y, z) é igual a:

(A) (11, 2, 5)

(B) (1, 2, 5)

(C) (1, 5, 2)

(D) (13, 11, 2)

(E) (5, 2, 11)

Solução. Desenvolvendo a fração $\frac{37}{13}$, temos:

$$i) \frac{37}{13} = 2 + \frac{11}{13} = 2 + \frac{1}{\frac{13}{11}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{11}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{11}{2}}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}}$$

$$ii) \text{ Comparando } 2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} \text{ e } 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2}}}, \text{ temos } (x, y, z) = (1, 5, 2).$$

Questão 5. Seja (a, b, c, d) a quádrupla de números inteiros tais que $52^a \cdot 77^b \cdot 88^c \cdot 91^d = 2\,002$.

O valor de $a + b - c - d$ é igual a:

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Solução. Observando a decomposição de 2 002 e comparando com o produto do 1º membro, temos:

$$i) 52^a \cdot 77^b \cdot 88^c \cdot 91^d = (2^2 \cdot 13)^a \cdot (7 \cdot 11)^b \cdot (2^3 \cdot 11)^c \cdot (7 \cdot 13)^d = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{2a} \cdot 13^a \cdot 7^b \cdot 11^b \cdot 2^{3c} \cdot 11^c \cdot 7^d \cdot 13^d = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \Rightarrow 2^{2a+3c} \cdot 7^{b+d} \cdot 11^{b+c} \cdot 13^{a+d} = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + 3c = 1 \\ b + d = 1 \rightarrow (\times -1) \\ b + c = 1 \\ a + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 3c = 1 \\ -b - d = -1 \\ b + c = 1 \\ a + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 3c = 1 \\ c - d = 0 \\ a + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 3c = 1 \\ a + c = 1 \rightarrow (\times (-2)) \end{cases} \Rightarrow$$

2002	2
1001	7
143	11
13	13
1	

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + 3c = 1 \\ -2a - 2c = -2 \end{cases} \Rightarrow c = -1. \text{ Então: } \begin{cases} 2a + 3(-1) = 1 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ b + (-1) = 1 \Rightarrow b = 2 \\ a + d = 1 \Rightarrow 2 + d = 1 \Rightarrow d = -1 \end{cases}$$

$$ii) a + b - c - d = 2 + 2 - (-1) - (-1) = 2 + 2 + 1 + 1 = 6.$$

Questão 6. Se $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} + \frac{x}{y \cdot z} + \frac{y}{x \cdot z} + \frac{z}{x \cdot y} = \frac{8}{6}$ e $x + y + z = 16$, o produto $x \cdot y \cdot z$ é:

- (A) 192 (B) 108 (C) 48 (D) 32 (E) 10

Solução. Utilizando produtos notáveis, temos:

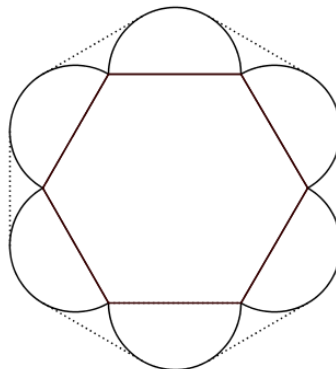
$$i) (x + y + z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2xy;$$

$$ii) \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} + \frac{x}{y \cdot z} + \frac{y}{x \cdot z} + \frac{z}{x \cdot y} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{2yz + 2xz + 2xy + x^2 + y^2 + z^2}{xyz} = \frac{8}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(x+y+z)^2}{xyz} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{(16)^2}{xyz} = \frac{8}{6} \Rightarrow xyz = \frac{(256) \cdot (6)}{8} = (32) \cdot (6) = 192.$$

Questão 7. A figura abaixo representa uma peça de metal, onde aparece um hexágono regular de lado medindo 2 cm que tem semicírculos desenhados sobre cada um dos lados. Um elástico é esticado bem apertado ao redor da peça. O comprimento do elástico nessa posição, em cm, é:

- (A) $2\pi + 4\sqrt{3}$
 (B) $4\pi + 3\sqrt{3}$
 (C) $2\pi + 5\sqrt{3}$
 (D) $4\pi + 4\sqrt{3}$
 (E) $2\pi + 6\sqrt{3}$



Solução. O raio das semicircunferências mede 1 cm. O comprimento do elástico será a soma $6.(c + d)$, onde c é o comprimento do arco limitado pelo ângulo central de 60° e d o segmento oposto ao ângulo de 120° no triângulo isósceles de lados 1, 1 e d .

Os elementos estão mostrados na figura.

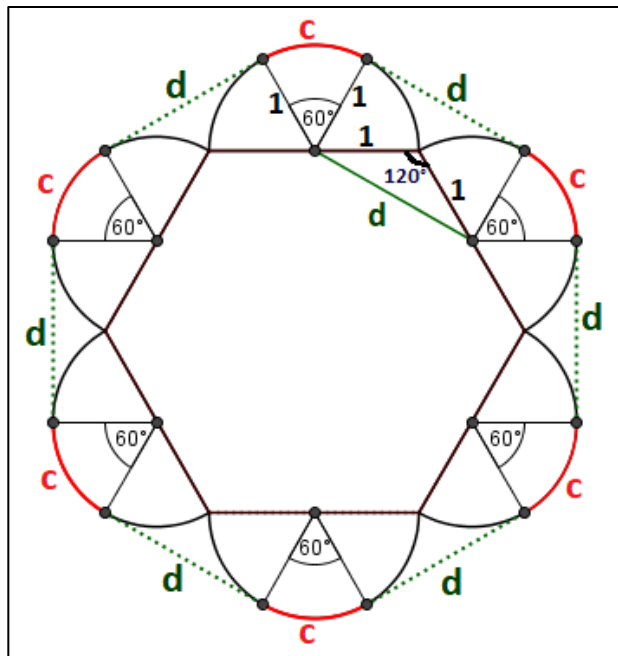
i) Comprimento de c : $\frac{2\pi.(1)}{6} = \frac{\pi}{3}$ cm.

ii) Comprimento de d utilizando a lei dos cossenos:

$$d^2 = 1^2 + 1^2 - 2.(1).(1).\cos 120^\circ \Rightarrow d^2 = 2 - 2.\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = 2 + 1 \Rightarrow d^2 = 3 \Rightarrow d = \sqrt{3} \text{ cm.}$$

iii) Comprimento do elástico: $6.\left(\frac{\pi}{3}\right) + 6.\sqrt{3} = 2\pi + 6.\sqrt{3}$.



Questão 8. Sejam $f(x) = x^2 + bx + 9$ e $g(x) = x^2 + dx + e$. Se $f(x) = 0$ possui raízes r e s , e $g(x) = 0$ possui raízes $-r$ e $-s$, então, a soma dos coeficientes da expressão da função $h(x) = f(x) + g(x)$ é igual a:

(A) 9

(B) 18

(C) 20

(D) 30

(E) 36

Solução. Utilizando as relações de Girard nas duas expressões quadráticas, temos:

i) $f(x)$: Soma = $-\frac{b}{a} = -\frac{b}{1} \Rightarrow -b = (r + s) \Rightarrow b = -(r + s)$; Produto = $\frac{9}{1} \Rightarrow r.s = 9$;

ii) $g(x)$: Soma = $-\frac{d}{a} = -\frac{d}{1} \Rightarrow -d = (-r - s) \Rightarrow -d = -(r + s) \Rightarrow d = (r + s)$; Produto = $\frac{e}{1} \Rightarrow r.s = e = 9$.

iii) $h(x) = f(x) + g(x) = (x^2 + bx + 9) + (x^2 + dx + e) = 2x^2 + (b + e)x + (9 + e) = 2x^2 + 0x + 18$.

iv) Soma dos coeficientes de $h(x) = 2 + 0 + 18 = 20$.

Questão 9. Considere um triângulo equilátero ABC , inscrito em um círculo de raio R . Sejam M e N , respectivamente, os pontos médios do arco menor \widehat{AC} e do segmento \overline{BC} . Se a reta \overline{MN} também intercepta a circunferência desse círculo no ponto P , $P \neq M$, então, o segmento \overline{PB} mede:

(A) $\frac{3.R.\sqrt{7}}{21}$

(B) $\frac{2.R.\sqrt{5}}{3}$

(C) $\frac{R.\sqrt{21}}{7}$

(D) $\frac{R.\sqrt{3}}{7}$

(E) $\frac{2.R}{3}$

Solução. O triângulo COM é equilátero, pois $OM = OC = R$. O ângulo COM mede 60° pois é central da metade do arco \widehat{AC} que é metade 120° . O raio OC é bissetriz de do ângulo ACB .

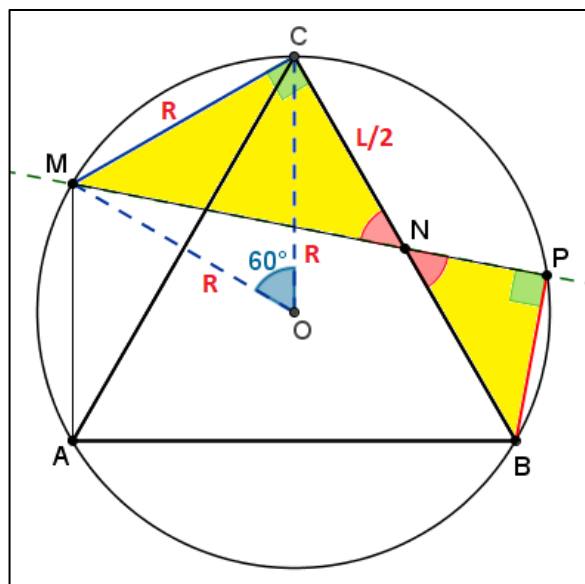
Dessa forma, o ângulo OCB mede 30° e, portanto o triângulo CMN é retângulo. Então MB é diâmetro da círculo, valendo $2R$.

Se MB é diâmetro, então o ângulo BPN é reto e os triângulos BPN e CMN são semelhantes. O lado do triângulo equilátero em função do raio R é: $L = R.\sqrt{3}$. Temos:

i) $\overline{MN}^2 = \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 + R^2 \Rightarrow \overline{MN}^2 = \frac{3R^2}{4} + R^2 \Rightarrow \overline{MN} = \frac{R\sqrt{7}}{2}$.

ii) $\frac{\overline{PB}}{\overline{MC}} = \frac{\overline{NB}}{\overline{MN}} \Rightarrow \frac{\overline{PB}}{R} = \frac{R\sqrt{3}/2}{R\sqrt{7}/2} \Rightarrow \overline{PB} = R.\left(\frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{R\sqrt{7}}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \overline{PB} = \frac{R\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{R\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}\right) = \frac{R\sqrt{21}}{7}.$$



Questão 10. Os lados de um triângulo medem **25 cm, 39 cm e 40 cm**. O diâmetro do círculo circunscrito a esse triângulo mede:

- (A) $\frac{133}{3}$ cm (B) $\frac{125}{3}$ cm (C) 42 cm (D) 41 cm (E) 40 cm

Solução. A área do triângulo utilizando as medidas dos lados é calculada pela fórmula de Heron, onde p é o semiperímetro do triângulo:

$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}.$$

A área do triângulo em função do raio R da circunferência circunscrita e os lados é: $A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$. Temos:

i) Semiperímetro do triângulo ABC: $\frac{25+39+40}{2} = \frac{104}{2} = 52$.

ii) Área do triângulo por Heron:

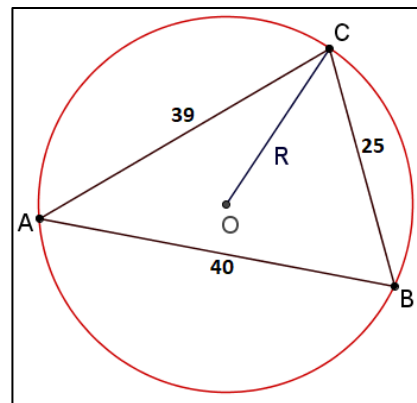
$p - a = 52 - 25 = 27$ cm; $p - b = 52 - 39 = 13$ cm; $p - c = 52 - 40 = 12$ cm.

Área = $\sqrt{(52) \cdot (27) \cdot (13) \cdot (12)} = \sqrt{219\,024} = 468$ cm².

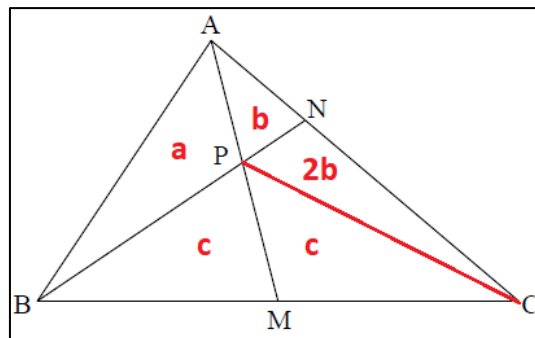
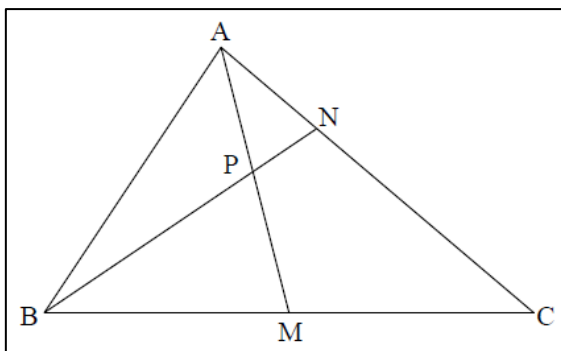
iii) Área em função do raio e dos lados: $A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} = \frac{(25) \cdot (39) \cdot (40)}{4R} = \frac{39\,000}{4R}$.

iv) Raio do círculo: $\frac{39\,000}{4R} = 468 \Rightarrow R = \frac{39\,000}{(4) \cdot (468)} = \frac{4\,875}{234} = \frac{375}{18} = \frac{125}{6}$ cm.

O diâmetro (dobro do raio) mede: $2 \cdot \left(\frac{125}{6}\right) = \frac{125}{3}$ cm.



Questão 11. Na figura $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$ e $BM = MC$. A área do quadrilátero MCNP, em relação à área S do triângulo ABC, é:



- (A) $\frac{S}{3}$ (B) $\frac{S}{8}$ (C) $\frac{S}{2}$ (D) $\frac{5S}{12}$ (E) $\frac{S}{4}$

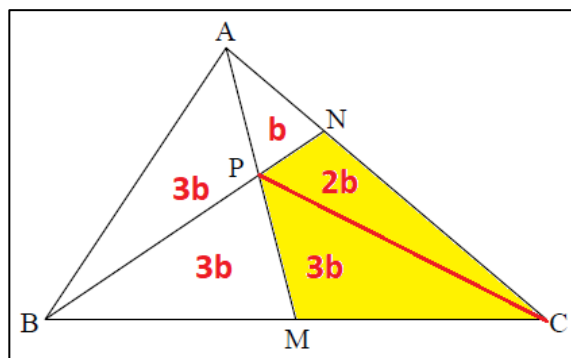
Solução. Triângulos que possuem a mesma base e mesma altura, possuem a mesma área. Triângulos que possuem a mesma altura, possuem as áreas proporcionais às suas respectivas bases. De acordo com essas afirmativas, observe as regiões e suas respectivas áreas a, b, c e $2b$. Temos ainda:

i) $a + c = 3b + c \Rightarrow a = 3b$;

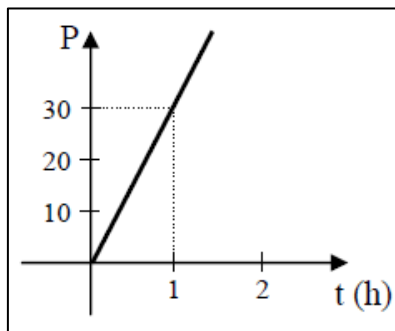
ii) $2c + 2b = 2 \cdot (a + b) \Rightarrow c + b = 3b + b \Rightarrow c = 3b$;

iii) $3b + 3b + b + 2b + 3b = S \Rightarrow 12b = S \Rightarrow b = \frac{S}{12}$;

iv) Área MCNP = $5b = 5 \cdot \left(\frac{S}{12}\right) = \frac{5S}{12}$.



Questão 12. A quantidade **P** de peças produzidas por uma determinada máquina, ao longo de um período de tempo **t** (medido em horas), possui uma variação linear indicada no gráfico abaixo. Com base numa projeção feita a partir do gráfico apresentado, quanto tempo é de se esperar que a máquina trabalhe para produzir 500 peças?



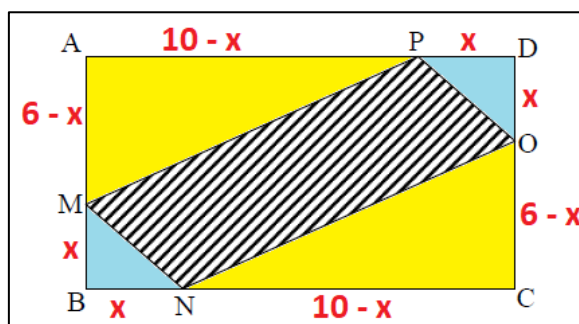
- (A) 16 h 10 min (B) 16 h 20 min (C) 16 h 30 min **D) 16 h 40 min** (E) 16 h 50 min

Solução. O gráfico representa uma função afim $f(x) = at + b$, com $b = 0$, pois passa na origem.

O gráfico passa pelo ponto (1, 30) o que indica que $f(1) = 30 \Rightarrow 30 = a \cdot (1) \Rightarrow a = 30$. Logo, $f(t) = 30t$. Isto significa que para produzir 30 peças é necessária 1 hora.

Para produzir 500 peças temos: $\frac{1h}{30 \text{ peças}} = \frac{t}{500 \text{ peças}} \Rightarrow t = \frac{500}{30} = \frac{50}{3} = 16h + \frac{2}{3}h = 16h 40 \text{ min.}$

Questão 13. Na figura abaixo, tem-se um retângulo **ABCD**, cujas dimensões são **AB = 6 cm** e **BC = 10 cm**. Tomando-se sobre os seus lados os pontos **M, N, O e P**, distintos dos vértices e tais que **MB = BN = OD = DP**, a área máxima que o quadrilátero **MNOP** pode ter é:



- A) 32 cm² B) 37 cm² C) 42 cm² D) 47 cm² E) 52 cm²

Solução. A área do quadrilátero é a diferença entre a área do retângulo e a soma das áreas dos triângulos **APM, BMN, NOC e PDO**. Temos:

$$i) A(x) = (10) \cdot (6) - 2 \cdot \left[\frac{(6-x) \cdot (10-x)}{2} + \frac{(x) \cdot (x)}{2} \right] = 60 - [60 - 6x - 10x + x^2 + x^2] = -2x^2 + 16x;$$

$$ii) \text{Área máxima} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(16)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (0)}{4 \cdot (-2)} = \frac{256}{8} = 32 \text{ cm}^2.$$

Questão 14. A receita bruta total de uma empresa é diretamente proporcional ao quadrado da terça parte das quantidades vendidas. Sabe-se que, quando são vendidas **6** unidades, a receita bruta total é igual **40**. Assim, quando vender **3** unidades, a receita bruta total será igual a:

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50

Solução. Considerando **R** a receita bruta e **Q** as quantidades vendidas pela empresa, temos:

$$i) R = k \cdot \left(\frac{Q}{3}\right)^2 \Rightarrow R = \frac{k \cdot Q^2}{9}.$$

$$ii) \text{Quando } Q = 6, R = 40. \text{ Substituindo, temos: } 40 = \frac{k \cdot 6^2}{9} \Rightarrow k = \frac{(40) \cdot (9)}{36} = \frac{360}{36} = 10.$$

$$iii) \text{Se } Q = 3, \text{ temos: } R = \frac{(10) \cdot (3)^2}{9} = \frac{(10) \cdot (9)}{9} = 10.$$

Questão 15. Duas irmãs, Ana e Lúcia, têm uma conta de poupança conjunta. Do total do saldo, Ana tem **70%** e Lúcia **30%**. Tendo recebido um dinheiro extra, o pai das meninas resolveu fazer um depósito exatamente igual ao saldo da conta. Por uma questão de justiça, no entanto, ele disse às meninas que esse depósito deverá ser dividido igualmente entre as duas. Nessas condições, a participação de Ana no novo saldo:

- (A) diminuiu para 60% (B) diminuiu para 65% (C) permaneceu em 70%
 (D) aumentou para 75% (E) aumentou para 80%

Solução. No saldo inicial, S , Ana tinha $0,7S$ e Lúcia, $0,3S$. Quando o pai fez o depósito de S , o valor total passou a ser $2S$ e Ana ficou com $0,7S + 0,5S = 1,2S$ que corresponde a um percentual de $X\%$ sobre o novo saldo que é $(2S)$. Temos que $X\% \cdot (2S) = 1,2S \Rightarrow X\% = \frac{1,2S}{2S} = 0,6 = 60\%$.

OBS: Numericamente, suponha que inicialmente o saldo era de R\$ 100,00, onde Ana possuía R\$ 70,00 e Lúcia, R\$ 30,00. O pai deposita R\$ 100,00, sendo R\$50,00 para cada uma.

Ana passa a ter R\$ 70,00 + R\$ 50,00 = R\$ 120,00 do total de R\$ 200,00. Um percentual de $\frac{120}{200} = 0,6 \rightarrow 60\%$.

Questão 16. Os valores de m para que a equação $x^2 - mx + (m - \frac{3}{4}) = 0$ admita duas raízes reais distintas e positivas são:

- (A) $m < 1$ ou $m > 3$ (B) $m < 0$ (C) $m \in \mathbb{R}$ (D) $\frac{3}{4} < m < 1$ ou $m > 3$ (E) $0 < m < \frac{3}{4}$ ou $m > 3$

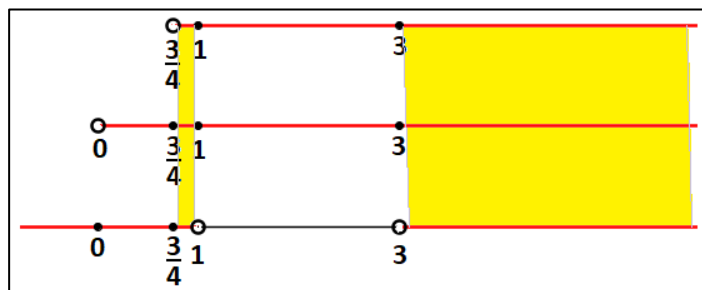
Solução. Se as raízes são distintas e positivas, então $\Delta > 0$, S (soma das raízes) > 0 e P (produto das raízes) > 0 .

i) $\Delta > 0 \Rightarrow (-m)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (m - \frac{3}{4}) > 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 3 > 0 \Rightarrow (m - 1) \cdot (m - 3) > 0$. Os valores serão positivos se $m < 1$ ou $m > 3$;

ii) $S > 0 \Rightarrow -\frac{(-m)}{1} > 0 \Rightarrow m > 0$;

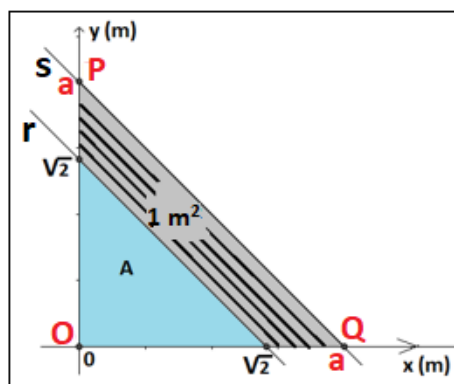
iii) $P > 0 \Rightarrow (m - \frac{3}{4}) > 0 \Rightarrow m > \frac{3}{4}$.

iv) **Interseção:** $\frac{3}{4} < m < 1$ ou $m > 3$.



Questão 17. No gráfico abaixo, as retas r e s são paralelas. Sabendo que a equação da reta r é $y = -x + \sqrt{2}$, a equação da reta s para que a área hachurada seja de 1 m^2 é:

- (A) $y = -x + 1$
 (B) $y = -x + \sqrt{3}$
 (C) $y = -x + 2$
 (D) $y = -x + 2\sqrt{2}$
 (E) $y = -x + 2 + \sqrt{2}$



Solução. A reta r intersecta os eixos coordenados nos pontos $(\sqrt{2}, 0)$ e $(0, \sqrt{2})$, formando um triângulo retângulo. A reta s intersecta os eixos nos pontos $(a, 0)$ e $(0, a)$. A área hachurada é a diferença entre os triângulos formados pela reta r e s . Temos:

i) Área $OPQ = \frac{(a) \cdot (a)}{2} = \frac{a^2}{2}$; ii) Área formada pela reta r e os eixos = $\frac{(\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2})}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m}^2$.

iii) Área hachurada = $1 \text{ m}^2 \Rightarrow \frac{a^2}{2} - 1 = 1 \Rightarrow \frac{a^2}{2} = 2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$. iv) $s // r$: Logo, s : $y = -x + 2$.

Questão 18. A soma das raízes da equação $\frac{3}{\sqrt[6]{x+1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} = 2$ é:

(A) $-\frac{3}{2}$

(B) $-\frac{63}{64}$

(C) 1

(D) $\frac{3}{2}$

(E) 3

Solução. Utilizando a substituição $y = \sqrt[6]{x+1}$, temos que $y^2 = \sqrt[3]{x+1}$.

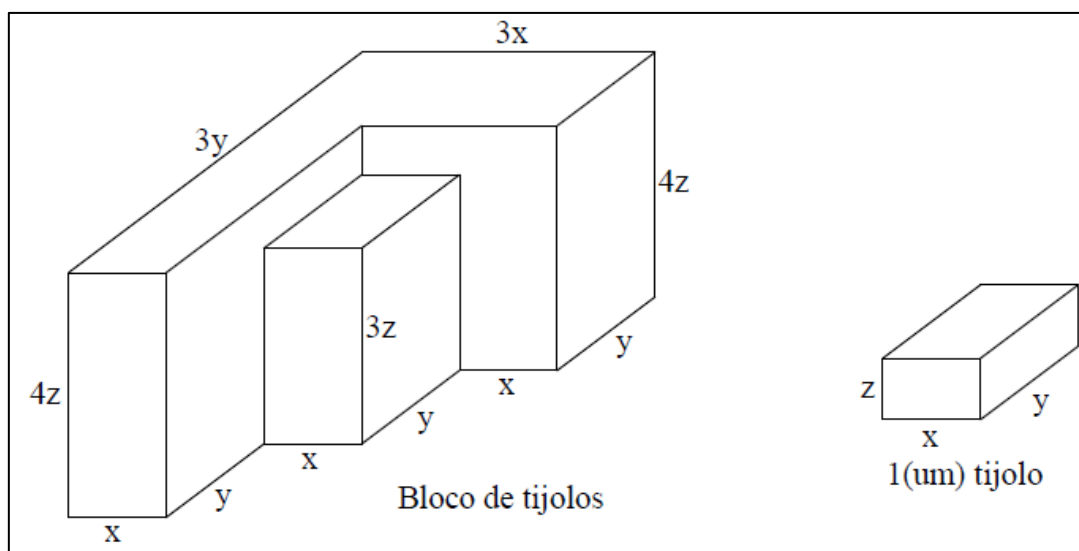
i) $\frac{3}{y} - \frac{1}{y^2} = 2 \Rightarrow 3y - 1 = 2y^2 \Rightarrow 2y^2 - 3y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (2) \cdot (1)}}{2 \cdot (2)} = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{1}{2} \\ y_2 = 1 \end{cases}$

ii) Se $y = \frac{1}{2}$ temos: $\sqrt[6]{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x+1 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 \Rightarrow x = \frac{1}{64} - 1 = -\frac{63}{64}$;

Se $y = 1$ temos: $\sqrt[6]{x+1} = 1 \Rightarrow x+1 = (1)^6 \Rightarrow x+1 = 1 \Rightarrow x = 0$;

iii) A soma é: $-\frac{63}{64} + 0 = -\frac{63}{64}$.

Questão 19. Um bloco é formado por vários tijolos, conforme as figuras abaixo:



O número de tijolos que foram utilizados para formar o bloco é:

(A) 23

(B) 27

(C) 36

(D) 108

(E) 216

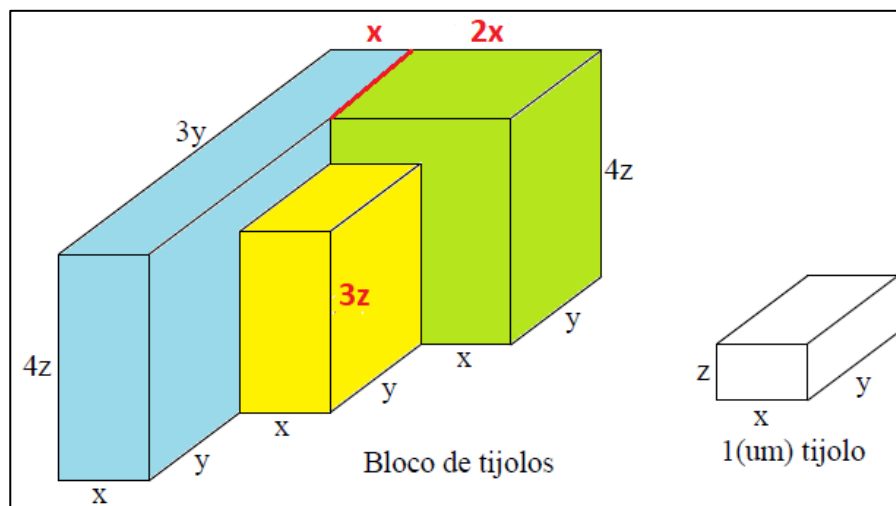
Solução. O número de tijolos nos blocos, é:

- Azul: $4 \times 3 = 12$;

- Amarelo: 3;

- Verde: $2 \times 4 = 8$;

Total de tijolos: $12 + 3 + 8 = 23$.



Questão 20. Um navio passa, sucessivamente, pelos pontos A, B e C, não colineares, navegando em linha reta de um ponto para o outro. O comandante observou que a distância percorrida entre os pontos A e B foi de 6 milhas e entre os pontos B e C foi de $6\sqrt{3}$ milhas, e que o ângulo \widehat{BCA} media 30° . A menor distância possível a ser percorrida pelo navio, em linha reta, se a trajetória fosse diretamente do ponto A ao C seria:

- (A) 2 milhas (B) 4 milhas (C) 6 milhas (D) 8 milhas (E) 10 milhas

Solução. Observando as medidas indicadas nas figuras e aplicando a lei dos cossenos, temos:

i) $6^2 = d^2 + (6\sqrt{3})^2 - 2.(d).(6\sqrt{3}).\cos 30^\circ$

$$36 = d^2 + 108 - 2.(d).(6\sqrt{3}).\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$36 = d^2 + 108 - 2.(d).(9)$$

$$d^2 - 18d + 72 = 0$$

$$(d - 6).(d - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 6 \\ d = 12 \end{cases}$$

ii) $d = 12$ é incompatível, pois esse lado não está oposto ao maior ângulo. Logo, $d = 6$ milhas.

