



MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DECEX - DEPA
COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(Casa de Thomaz Coelho/1889)

**Processo Seletivo ao 6º ano do Ensino Fundamental
(antigo 1º ano ginásial) de 1961**

MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

1ª Questão.

1) A diferença entre o maior e o menor valor de dois números decimais, de três ordens fracionárias, compreendidos entre 1,96 e 1,97 é igual a fração irredutível $\frac{1}{125}$.

Se dividirmos esta fração por 0,01, encontraremos para quociente $\frac{4}{5}$ e um número decimal **0,8**.

Solução. Como são exatamente três ordens fracionárias, temos que $1,961 = \frac{1961}{1000}$ é menor após 1,960 e o maior antes de 1,97 é $1,969 = \frac{1969}{1000}$. Subtraindo as frações simplificando, temos: $\frac{1969}{1000} - \frac{1961}{1000} = \frac{8}{1000} = \frac{1}{125}$.

O número $0,01 = \frac{1}{100}$. Efetuando a divisão pedida, temos: $\frac{1}{125} \div \frac{1}{100} = \frac{1}{125} \times \frac{100}{1} = \frac{4}{5} = 0,8$.

OBS: Neste caso a divisão não gerou uma dízima, então caso, o quociente da divisão seria 0 e o resto 4. Não teria muito sentido essa resposta. Então o gabarito mais apropriado é o decimal **0,8**.

2) O produto de três números é MDXXXVI. Este produto fica diminuído de **888** unidades simples quando se multiplica cada um dos fatores por $\frac{3}{4}$.

Solução. O produto está representado em numeração romana e corresponde a 1 536. Considerando os números como A, B e C, temos que o novo produto será: $\left(\frac{3A}{4}\right) \times \left(\frac{3B}{4}\right) \times \left(\frac{3C}{4}\right) = \left[\frac{27(A.B.C)}{64}\right] = \left[\frac{27(1\ 536)}{64}\right] = 648$. Logo, o produto fica diminuído de $1536 - 648 = 888$.

3) O Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de entre dois números é 9 000. O maior deles é 500 e o menor, que não é múltiplo de 5, é **72**.

Solução. Observando as decomposições em fatores primos de 9 000 e 500, temos que $5 \times 5 \times 5 = 125$ já está na decomposição de ambos. Então o outro número será formado pelo produto dos fatores excluindo o 5, elevados aos maiores expoentes. Logo, o outro número será $2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$.

9000	2	500	2
4500	2	250	2
2250	2	125	5
1125	5	25	5
225	5	5	5
45	5	1	
9	3		
3	3		
1			

4) 1 – Meia unidade de 2ª ordem é igual a **50** décimos.

Solução. A unidade de 2ª ordem é a dezena. Meia unidade corresponde a 5 unidades que equivale a 50 décimos.

2 – 23 dal de água pura mais 0,03 t pesam 260. kg.

Solução. 1 litro corresponde a 1 kg. 23 dal que, representa 23 decalitros, equivale a 230 litros = 230 kg. Como uma tonelada vale 1 000 kg, 0,03 t vale $(0,03 \times 1\,000) = 30$ kg. Logo a soma final é $230 + 30 = 260$ kg.

3 – $3/4$ de estères equivalem a **0,00075** dam³.

Solução. O estère é uma medida que equivale a 1 m³. Logo, $3/4$ de 1 m³ = 0,75 m³.

1 dam³ = 1 000 m³. Logo, 1 m³ = 0,001 dam³. Dessa forma $0,75 \text{ m}^3 = 0,75 \times 0,001 \text{ dam}^3 = 0,00075 \text{ dam}^3$.

4 – $2/3$ do are equivalem a **0,0000667** km².

Solução. 1 are corresponde a 100 m². Como 1 km² = 1 000 000 m², temos que $1 \text{ m}^2 = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ km}^2$.

Logo, $2/3$ do are = $(2/3) \cdot 100 \times \frac{1}{1\,000\,000} \text{ km}^2 \approx 0,667 \times \frac{1}{10\,000} \text{ km}^2 = 0,0000667 \text{ km}^2$.

2ª Questão.

1) A soma de três números, que entram numa subtração é 846. Calcular estes números, sabendo-se que o produto do subtraendo pelo resto fica aumentado de 107 dezenas, quando se aumenta o resto de 5 unidades.

Solução. Repare que soma dos três termos de uma subtração sempre vale o dobro do minuendo. Logo, o minuendo dessa subtração vale $(846 \div 2) = 423$. Considerando o subtraendo como S e o resto como R, temos:

i) $S + R = 423$.

ii) $S \times (R + 5) - S \times R = 107 \times 10 \Rightarrow (S \times R) + 5 \times S - (S \times R) = 1\,070 \Rightarrow 5 \times S = 1\,070 \Rightarrow S = \frac{1\,070}{5} = 214$.

Logo, $R = 423 - 214 = 209$. Resultado, subtraendo = 214 e resto = 209.

2) O produto de um número de 4 algarismos pelo número 7 termina, à direita, pelo algarismo 4. Dizer qual é este número sabendo-se que o algarismo da 2ª e 3ª ordem do produto são, respectivamente, iguais aos de 1ª e 2ª ordem deste número, cuja soma dos valores absolutos dos algarismos é 10. O número pedido é **2 332**.

Solução. Considerando o número $N = abcd$, temos que $abcd \times 7 = XXcd4$. Pode ser que o resultado tenha 4 ou 5 algarismos. Analisando a multiplicação, temos que $d = 2$, pois o único número multiplicado por 7 que tem 4 nas unidades simples é 2, pois $7 \times 2 = 14$.

Logo no produto $7 \times c + 1$ que tem $d = 2$ ao lado do 4, indica que $c = 3$, pois $7 \times 3 + 1 = 2$. O produto já está com XX324. Como $7 \times b + 2$ vale um número que tem $d = 3$, $b = 3$ também. Então o número fica a332 e como a soma desses algarismos é 10, $a = 2$. O número é 2332 e o produto $2332 \times 7 = 16\,324$.

3) Numa divisão de números inteiros o resto é maior possível. Se multiplicarmos o dividendo e o divisor por 12, o resto aumenta de 154 unidades simples. Determine o divisor, o quociente e o resto desta primeira divisão, na qual o dividendo é 44.

Solução. Na primeira divisão o dividendo é 44 o divisor é d , o quociente é q e o resto $(d - 1)$ pois é o maior possível. A representação fica: $44 = d \times q + (d - 1)$. Atenção para a propriedade:

Quando multiplicamos o dividendo e o divisor em uma divisão por um número K , o quociente não se altera e o resto fica multiplicado pelo mesmo fator K , aplicado ao dividendo e divisor.

Efetuando a multiplicação indicada, temos: $44 \times 12 = (d \times 12) \times q + (d - 1 + 154)$.

Desta forma temos que $d + 153 = 12 \times (d - 1) \Rightarrow d + 153 = 12d - 12 \Rightarrow 11d = 165 \Rightarrow d = 15$.

Se $d = 15$, $r = 14$ e o quociente será $q = (44 - 14) \div 15 = 30 \div 15 = 2$.

Resultado: Dividendo 44, divisor 15, quociente 2 e resto 14.

4) Um número de 3 algarismos é divisível ao mesmo tempo por 2, 3, 5, 9 e 10. Sabendo que os seus algarismos significativos são consecutivos e que ele tem 24 divisores, Determine este número: **540**.

Solução. O número será divisível pelo MMC $(2, 3, 5, 9, 10) = 90$, pois 9 é múltiplo de 3 e 10 múltiplo de 2, 5 e 10. Mas também pode ser encontrado pelo cálculo da decomposição simultânea em fatores primos.

A decomposição de $90 = 2 \times 3^2 \times 5$. Para que o número seja múltiplo de 90 ele também terá uma decomposição com esses fatores. Resta encontrar os expoentes. $N = 2^a \times 3^b \times 5^c$ e pela fórmula do cálculo do número de divisores, temos $(a + 1) \times (b + 1) \times (c + 1) = 24$, onde a será maior ou igual a 1, b maior ou igual a 2 e c maior ou igual a 1.

As possibilidades para o produto 24 são: $2 \times 3 \times 4$ e dessa forma $N = 2 \times 3^2 \times 5^3 = 18 \times 125 = 2\,250$ que não possui 3 algarismos. No caso de $N = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$ que é um número de 3 algarismos, mas seus algarismos significativos 3 e 6 não são consecutivos. No caso de $N = 2^2 \times 3^3 \times 5 = 4 \times 27 \times 5 = 540$, temos as condições satisfeitas. Possui 3 algarismos e com 5 e 4 consecutivos.

5) Resolver a expressão abaixo e dividir o resultado por 3 até a 2ª ordem decimal fracionária. Qual o resto obtido na divisão? (OBS: A notação $0,(6)$ corresponde à dízima $0.6666\dots$.)

$$\frac{\frac{3}{4} + 0,(6) + \frac{4}{9} \times \frac{3}{4}}{\left(1 + \frac{2}{2 - \frac{1}{5}} - 1,955\dots\right) \times \frac{177}{176}}$$

Solução. Desenvolvendo a expressão, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{3}{4} + 0,(6) + \frac{4}{9} \times \frac{3}{4}}{\left(1 + \frac{2}{2 - \frac{1}{5}} - 1,955\dots\right) \times \frac{177}{176}} &= \frac{\frac{3}{4} + \frac{6}{9} + \frac{3}{9}}{\left(1 + \frac{2}{\frac{9}{5}} - \frac{195 - 19}{90}\right) \times \frac{177}{176}} = \frac{\frac{27 + 24 + 12}{36}}{\left(1 + \frac{10}{9} - \frac{88}{45}\right) \times \frac{177}{176}} = \frac{\frac{63}{36}}{\left(\frac{19}{9} - \frac{88}{45}\right) \times \frac{177}{176}} = \\ &= \frac{\frac{7}{4}}{\left(\frac{95 - 88}{45}\right) \times \frac{177}{176}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{7}{45} \times \frac{177}{176}} = \frac{7}{4} \times \frac{45}{7} \times \frac{176}{177} = \frac{1}{1} \times \frac{15}{1} \times \frac{44}{59} = \frac{660}{59}. \end{aligned}$$

Dividindo este resultado por 3, temos: $\frac{660}{59} \div 3 = \frac{660}{59} \times \frac{1}{3} = \frac{220}{59} \approx 3,728\dots$ Logo, a resposta é 3,72.

3ª Questão.

1) Um pai compra um lápis e uma borracha e recebe Cr\$ 0,50 de troco. Se o preço do lápis fosse Cr\$ 0,20 menor e o troco recebido fosse de Cr\$ 1,20, qual teria sido o abatimento no preço da borracha?

Solução. Considerando P o valor pago e L + B o preço do lápis mais o preço da borracha, temos:

$$P - (L + B) = 0,50. \text{ Logo, } L + B = P - 0,50$$

Se o lápis custasse $(L - 0,20)$ e a borracha custasse D menos, com troco 1,20, teríamos:

$$P - (L - 0,20 + B - D) = 1,20 \Rightarrow P - (P - 0,50 - 0,20 - D) = 1,20 \Rightarrow P - P + 0,70 + D = 1,20 \Rightarrow D = 0,50.$$

Logo, a borracha custaria Cr\$ 0,50 menos.

2) Três irmãs são costureiras e recebem um vestido para fazer. Trabalhando juntas, a 1ª e a 2ª podem fazer o vestido em 4 horas; a 1ª e a 3ª juntas, em 3 horas e $\frac{3}{5}$ e, finalmente, a 2ª e a 3ª juntas em 5 horas e $\frac{1}{7}$. Se a 1ª trabalhar sozinha, em quanto tempo seria capaz de fazer o vestido?

Solução. Nomeando as irmãs como A, B e C na ordem de 1ª, 2ª e 3ª, e considerando V o vestido completo, calculamos o quanto do vestido é feito em 1 hora pelas irmãs juntas. Temos:

i) A e B levam 4 horas para fazerem o vestido. Logo, em 1 hora, $A + B = \frac{V}{4}$.

ii) A e C levam 3 horas e $\frac{3}{5}$ (da hora) para fazerem o vestido. Logo, em 1 hora, $A + C = \frac{V}{3+\frac{3}{5}} = \frac{5V}{18}$.

iii) B e C levam 5 horas e $\frac{1}{7}$ (da hora) para fazerem o vestido. Logo, em 1 hora, $B + C = \frac{V}{5+\frac{1}{7}} = \frac{7V}{36}$.

Somando, temos: $(A + B) + (B + C) + (A + C) = \frac{V}{4} + \frac{5V}{18} + \frac{7V}{36} \Rightarrow 2.(A + B + C) = \frac{(9+10+7)V}{36} = \frac{13V}{18}$.

Logo, $A + B + C = \frac{\frac{13V}{18}}{2} = \frac{13V}{18} \times \frac{1}{2} = \frac{13V}{36}$. Como $(B + C) = \frac{7V}{36}$ temos que $A = \frac{13V}{36} - \frac{7V}{36} = \frac{6V}{36} = \frac{1V}{6}$.

Se em 1 hora A faz $\frac{1}{6}$ do vestido, então ela fará, sozinha, o vestido em 6 horas.

3) Duas pessoas jogam bilhar a Cr\$ 100,00 a partida. Antes de começar, a 1ª tinha Cr\$ 4.200,00 e a 2ª, Cr\$ 2.400,00. Ao acabar o jogo, a 1ª tem 5 vezes a quantia da 2ª. Dizer quantas partidas a mais um ganhou do outro.

Solução. O dinheiro total em jogo a ser apostado foi $4\ 200 + 2\ 400 = 6\ 600$. Ao final do jogo o 1º saiu com $5N$ e o 2º saiu com N . Logo, $5N + N = 6\ 600 \Rightarrow 6\ N = 6\ 600 \Rightarrow N = 1\ 100$. Dessa forma, o 1º jogador saiu com a quantia de Cr\$ 5 500,00 e o 2º jogador saiu com Cr\$ 1 100,00.

Como o jogador 1 entrou com Cr\$4 200,00 ele ganhou Cr\$ 1 300,00. Logo, como a partida valia Cr\$ 100,00, ele ganhou 13 partidas a mais que o 2º jogador.

4) Um mestre de obras quer espalhar uma camada de asfalto de 1,5 cm sobre uma estrada, cuja área é de 5,46 ha. O asfalto lhe custa Cr\$ 1.800,00 a barricada que contém $0,2\ m^3$. Quantos m^3 de asfalto serão necessários para pavimentar a estrada e qual o custo do asfalto empregado?

Solução. A camada de 1,5 cm vai gerar um volume de $1,5\ cm \times 5,46\ ha$. Escrevendo as medidas em metros e metros quadrados, temos:

i) $1,5\ cm = 0,015\ m$

ii) $5,46\ ha = 5,46 \times 10\ 000\ m^2$

Logo o volume em m^3 do espaço é $V = (0,015) \times (54\ 600) = 819\ m^3$.

Se uma barricada contém $0,2\ m^3$, então serão necessárias $(819 \div 0,2) = 4\ 095$ barricadas.

Se o preço de 1 barricada é 1 800, então o custo final será $(1\ 800 \times 4\ 095) = Cr\$ 7\ 371\ 000,00$.