

COLÉGIO MILITAR DO RIO DE JANEIRO
(CASA DE THOMAZ COELHO/1889)
CONCURSO DE ADMISSÃO À 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL 2003/2004
PROVA DE MATEMÁTICA
25 DE OUTUBRO DE 2003



MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)

Questão 1. Considere os conjuntos A e B , abaixo caracterizados:

A : entre seus elementos encontram-se os 10 primeiros números naturais, os 10 primeiros números naturais pares e os 10 primeiros números naturais ímpares, e somente esses números;

B : constituído pelos números naturais que são, ao mesmo tempo divisíveis por 4 e menores que 36.

Com relação a esses conjuntos, podemos afirmar que:

- (A) o conjunto A possui 30 elementos. (B) o conjunto B possui 10 elementos.
(C) $B \subset A$. (D) $B - A = \{20, 24, 28, 32\}$. (E) $B \cap A = \{4, 8, 12, 16\}$.

Solução. Identificando os conjuntos, temos:

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$B = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$

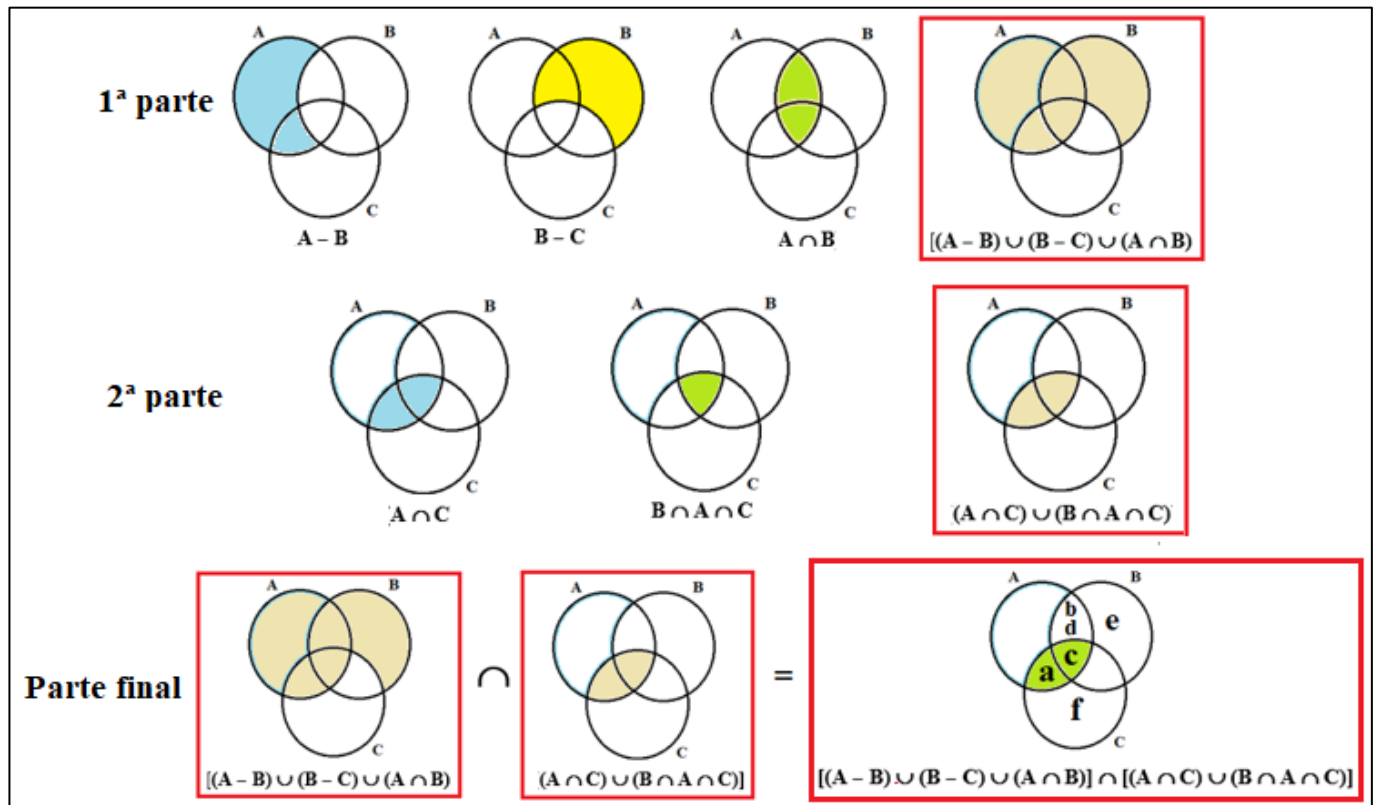
De acordo com os conjuntos, a única verdadeira é $B - A = \{20, 24, 28, 32\}$.

Questão 2. Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, c, d, e\}$ e $C = \{a, c, f\}$, então,

$[(A - B) \cup (B - C) \cup (A \cap B)] \cap [(A \cap C) \cup (B \cap A \cap C)]$ é igual a:

- (A) $\{a, b, c, d, e\}$. (B) $\{a, b, c, d\}$. (C) $\{a, c\}$. (D) $\{a, b\}$. (E) $\{b, c, d\}$.

Solução. Observe as representações parciais dos diagramas e a final.



Questão 3. Seja o numeral 222 222 222. Dividindo o valor relativo do algarismo da dezena de milhar pelo quántuplo do valor absoluto do algarismo da dezena simples, obtemos como resultado:

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{50}$ (C) 2.000. (D) 200.000. (E) 2.000.000.

Solução. O valor relativo do algarismo 2 na dezena de milhar é 20.000 e quántuplo do valor absoluto do algarismo 2 na dezena simples é $5 \times 2 = 10$. Dividindo, temos: $20.000 \div 10 = 2.000$.

Questão 4. Com relação aos numerais DCCLXXXI, CCVI, MIX, LXXXIX e DXLII, a única afirmativa **FALSA**, entre as seguintes, é:

- (A) o primeiro desses números é primo.
(B) a soma dos números múltiplos de 2 é igual a DCCXLVIII.
(C) a diferença entre o maior e o menor desses números é igual a CMXX.
(D) sucessor do menor deles é XC.
(E) nenhum deles é divisível por LXIV.

Solução. Identificando os números, temos:

i) DCCLXXXI = 781; CCVI = 206; MIX = 1 009; LXXXIX = 89; DXLII = 542;

ii) Analisando as afirmações, vem:

- (A) Falsa. O número 781 = 11×71 . Logo, não é primo.
(B) Verdadeira. $206 + 542 = 748 = \text{DCCXLVIII}$.
(C) Verdadeira. $1\ 009 - 89 = 920 = \text{CMXX}$.
(D) Verdadeira. O sucessor de 89 é 90 = XC.
(E) Verdadeira. LXIV = 64. Nenhum deles é múltiplo de 64.

Questão 5. Na festa de casamento de Márcia, foi servido um jantar, constituído de arroz, maionese, carne e massa. Garçons serviram os convidados utilizando pequenas bandejas. A quantidade servida era aproximadamente igual para todos, sem repetição. Todos os convidados se serviram de todos os pratos oferecidos e as bandejas retornavam à copa sempre vazias. Cada bandeja de arroz servia 3 pessoas, as de maionese, 4 pessoas, as de carne, 5 pessoas e as de massa, 6 pessoas cada. Nessas condições, dos números abaixo apresentados, só um deles pode corresponder ao total de convidados que foram à festa de Márcia. Assinale-o.

- (A) 90. (B) 120. (C) 144. (D) 150. (E) 200.

Solução. O número de pessoas deve ser um múltiplo comum a 3, 4, 5 e 6. O menor deles é o MMC que vale 60. Logo, outro número possível é um múltiplo de 60. Logo, 120.

Questão 6. Seja a um número natural. Sabendo-se que o m.d.c.(a , 15) = 3 e o m.m.c.(a , 15) = 90, então, o valor de $a + 15$ é:

- (A) menor que 30. (B) maior que 30, porém menor que 40. (C) maior que 40, porém menor que 60.
(D) maior que 60, porém menor que 90. (E) maior que 90.

Solução. Se o MDC (a , 15) = 3, então 3 é o único fator comum a ambos. O MMM vale $90 = 2 \times 3^2 \times 5$. Dessa forma $a = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, pois 5 não pode estar na decomposição de a .

A soma $a + 15 = 18 + 15 = 33$. Maior que 30 e menor que 40,

Questão 7. Considere as afirmativas abaixo:

I. O m.m.c. entre os números $2m$, $3n$ e 5 é 360. Sendo assim, $m = 2$ e $n = 3$.

II. Se $a = 5$ e $b = 3.a$, então, o m.m.c. (a , b) = $a \times b$.

III. $3 \times [\text{m.d.c.}(6, 14)] = \text{m.d.c.}(18, 42)$.

IV. O m.d.c. de 10 e 16 é o menor elemento do conjunto $D(10) \cap D(16)$, onde $D(n)$ indica o conjunto dos divisores do número natural n .

Pode-se afirmar que:

- (A) todas são verdadeiras. (B) todas são falsas. (C) apenas duas são verdadeiras.
(D) apenas uma é falsa. (E) apenas uma é verdadeira.

Solução. Analisando as afirmações, temos:

I. Falsa. Se $m = 2$ e $n = 3$, então $2m = 4$ e $3n = 9$. O $\text{MMC}(4, 9, 5) = 180$.

II. Falsa. Se $b = 3 \cdot a = 15$, então b é múltiplo de a . Logo, o $\text{MMC}(5, 15) = 15 \neq (5 \times 15) = 75$.

III. Verdadeira. O $\text{MDC}(6, 14) = 2$ e o $\text{MDC}(18, 42) = 6$ que é igual a 3×2 .

IV. Falso. O MDC é o menor divisor comum, mas maior que 1 que é divisor de todos.

Questão 8. O número de vezes que o fator primo 3 aparece no produto dos números naturais ímpares compreendidos entre 70 e 90 é:

- (A) 3 vezes. (B) 4 vezes. (C) 5 vezes. (D) 6 vezes. (E) 7 vezes.

Solução. O produto é $71 \times 73 \times 75 \times 77 \times 79 \times \dots \times 89$. Destes fatores, são múltiplos de 3, os números:

i) 75 cuja fatoração é 3×5^2 ; ii) 81 cuja fatoração é 3^4 ; iii) 87 cuja fatoração é 3×29 .

Logo, o fator 3 aparece $1 + 4 + 1 = 6$ vezes.

Questão 9. Em um prédio, o elevador de serviço pode transportar, no máximo, 396 kg por viagem. No térreo desse prédio, há 62 caixas iguais, de 45 kg cada, que deverão ser transportadas para o último andar. Pelo tamanho das caixas, no máximo 12 caixas, de cada vez, podem ser colocadas dentro do elevador. Qual é o número mínimo de subidas que o elevador deverá fazer para transportar todas as caixas?

- (A) 6. (B) 7. (C) 8. (D) 9. (E) 10.

Solução. A massa mais próxima do limite permitido é 360 kg que corresponde a 8 caixas ($8 \times 45 = 360$). Então, o elevador deverá fazer 8 viagens. Leva em, 7 subidas, 8 caixas e na última subida levará 6 caixas.

Questão 10. Um hotel necessita comprar mesas e cadeiras, cada mesa com 6 cadeiras, para transformar um salão em sala de convenções. Esse salão está dividido em 5 setores: A, B, C, D e E. Nos setores A e B cabem, em cada um, 7 fileiras de mesas e, em cada fileira, cabem 16 mesas. Nos setores C, D e E cabem, em cada um, 8 fileiras de mesas, e em cada fileira, cabem 19 mesas. Quantas mesas e cadeiras deverão ser compradas?

- (A) 608 mesas e 2 432 cadeiras. (B) 528 mesas e 2 112 cadeiras. (C) 376 mesas e 1 584 cadeiras.
(D) 568 mesas e 3 408 cadeiras. (E) 680 mesas e 4 080 cadeiras.

Solução. Efetuando os cálculos, temos:

i) Mesas: Setores A e B: $2 \times 7 \times 16 = 224$. Setores C, D, E: $3 \times 8 \times 19 = 456$. Total: $224 + 456 = 680$ mesas.

ii) Cadeiras: Como em cada mesa possui 6 cadeiras, temos: $680 \times 6 = 4 080$ cadeiras.

Questão 11. Carlos construiu uma piscina em sua casa, deixando dois canos para enchê-la e um ralo para esvaziá-la. Estando a piscina vazia, um dos canos, sozinho, permite que ela seja completamente cheia em 15 horas, e o outro cano, em 10 horas, se funcionar sozinho. Por outro lado, estando a piscina cheia, o ralo permite esvaziá-la completamente em 24 horas. Quando a obra acabou, Carlos resolveu encher a piscina, que estava vazia: abriu os dois canos, mas esqueceu de fechar o ralo. Quanto ao número de horas que a piscina demorou para ficar totalmente cheia, podemos afirmar que:

- (A) é um número primo. (B) é um múltiplo de 4. (C) é um divisor de 15.
(D) é um divisor de 24 e de 10. (E) é um múltiplo de 15.

Solução. Considerando V o volume da piscina, temos:

i) Em 1 h o cano que enche a piscina em 15 horas, preenche $\frac{V}{15}$;

ii) Em 1 h o cano que enche a piscina em 10 horas, preenche $\frac{V}{10}$;

iii) Em 1 h o ralo que esvazia a piscina em 24 horas, retira $\frac{V}{24}$;

iv) Considerando T o tempo em que a piscina fica totalmente cheia com os dois canos funcionando, além do ralo, em 1 h, o volume preenchido é $\frac{V}{T}$. Temos:

$$\frac{V}{15} + \frac{V}{10} - \frac{V}{24} = \frac{V}{T} \Rightarrow \frac{8 + 12 - 5}{120} = \frac{1}{T} \Rightarrow \frac{15}{120} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{120}{15} = 8 \text{ horas. Este número de horas é múltiplo de 4.}$$

Questão 12. A fração $\frac{204}{595}$ é equivalente à fração irredutível $\frac{X}{Y}$. Logo, $Y - X$ é igual a:

- (A) 51. (B) 47. (C) 45. (D) 29. (E) 23.

Solução. Simplificando a fração até sua irredutibilidade, temos:

$$\frac{204 \div 17}{595 \div 17} = \frac{12}{35}. \text{ Dessa forma } X = 12 \text{ e } Y = 35 \text{ e } Y - x = 35 - 12 = 23.$$

Questão 13. Simplificando a expressão $\frac{6 \times 12 \times 18 \times 24 \times 30 \times 36 \times 42 \times 48 \times 54}{10 \times 16 \times 12 \times 2 \times 14 \times 6 \times 18 \times 8 \times 4}$, obtém-se:

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{27}{2}$ (C) 2^6 (D) 6^3 (E) 3^9

Solução. Dividindo os termos do numerador e denominador pelos divisores comuns, temos:

$$\frac{6 \times 12 \times 18 \times 24 \times 30 \times 36 \times 42 \times 48 \times 54}{10 \times 16 \times 12 \times 2 \times 14 \times 6 \times 18 \times 8 \times 4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 12 \times 15 \times 6 \times 7 \times 6 \times 27}{5 \times 4 \times 2 \times 1 \times 7 \times 1 \times 3 \times 1 \times 2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 27}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 \times 27}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1} = 3^6 \times 3^3 = 3^9.$$

Questão 14. Marcos é vendedor de uma loja que vende eletrodomésticos; ele ganha 7 % de comissão sobre o valor de suas vendas. Numa promoção, a loja dava 15 % de desconto para pagamentos a vista. Rodrigo aproveitou essa promoção e comprou, com Marcos, um televisor, pagando R\$ 1.198,50. Quanto Marcos receberia de comissão se essa venda houvesse sido feita fora da promoção?

- (A) R\$ 98,70. (B) R\$ 98,00. (C) R\$ 95,20. (D) R\$ 90,00. (E) R\$ 83,89.

Solução. Com o desconto de 15%, Rodrigo pagou somente 85% do valor sem desconto. Temos:

i) Preço do televisor sem desconto: $\frac{1.198,5}{0,85} = \text{R\$ } 1.410,00.$

ii) Comissão de Marcos: $7\% \text{ de R\$ } 1.410,00 = (0,07) \times (1.410) = \text{R\$ } 98,70.$

Questão 15. Uma fábrica de refrigerante compra xarope concentrado para produzir o seu produto. Esse xarope lhe é enviado em depósitos apropriados, em forma de cubo de 2 metros de aresta, sendo que o xarope deixa 10 cm da altura livres. Com cada litro de xarope, a fábrica produz 7 litros de refrigerante, o qual é vendido em vasilhames de 2 litros. Se, na última compra, chegaram à fábrica 8 depósitos de xarope, quantos vasilhames de refrigerante poderão ser produzidos com esse xarope?

- (A) 7 600. (B) 26 600. (C) 212 800. (D) 234 080. (E) 235 200

Solução. Com os 10 cm de altura livre no depósito, o volume de xarope é o produto $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 1,90 \text{ m}$ que corresponde a $7,6 \text{ m}^3 = 7 600 \text{ dm}^3 = 7 600$ litros.

Com esse volume de xarope são produzidos $(7) \times (7 600) = 53 200$ litros de refrigerantes.

Dessa forma, 8 depósitos de xarope produzem $(8) \times (53 200) = 425 600$ litros de refrigerantes.

Em cada vasilhame de refrigerante cabem 2 litros. Logo, são produzidos $(425 600 \div 2) = 212 800$ vasilhames.

Questão 16. Na cozinha de Joana, só existe um lugar para ela colocar um *freezer*, cuja altura não pode exceder a 1,33 m. Ela quer comprar um aparelho que tenha o maior volume interno. Pesquisando nas lojas, ela encontrou vários modelos, dos quais destacou as características de cinco deles no quadro abaixo. Identifique o modelo que você aconselharia Joana a comprar.

Modelo	Número de Gavetas	Medida das Gavetas		
		Altura	Largura	Profundidade
A)	6	15 cm	45 cm	45 cm
B)	5	20 cm	43 cm	43 cm
C)	5	20 cm	40 cm	45 cm
D)	4	25 cm	45 cm	40 cm
E)	3	45 cm	45 cm	40 cm

Solução. De acordo com o número de gavetas, podemos saber qual altura ultrapassará $1,33 \text{ m} = 133 \text{ cm}$.

i) A opção é não satisfaz, pois a altura supera o limite estabelecido, pois $(3) \times (45 \text{ cm}) = 135 \text{ cm}$.

ii) Calculando os volumes das demais opções, temos:

Modelo	Altura (cm)	Largura (cm)	Profundidade (cm)	Volume (cm ³)
A)	90	45	45	182.250
B)	100	43	43	184.900
C)	100	40	45	180.000
D)	100	45	40	180.000

O maior volume é o do Modelo B.

Questão 17. Dois relógios “A” e “B” foram acertados simultaneamente às 8 h 30 min de um certo dia. Sabe-se que o relógio “A” marca sempre a hora certa e o relógio “B” atrasa $\frac{1}{3}$ do minuto por hora. Pode-se, então, afirmar que, na manhã seguinte, quando o relógio “A” marcar 10 h 45 min, o relógio “B” estará marcando:

(A) 10 h 36 min 15 seg. (B) 10 h 35 min. (C) 10 h 34 min 30 seg. (D) 10 h 32 min 45 seg. (E) 10 h 30 min.

Solução. De 8 h 30 min de um dia até 10 h 45 min do outro dia, decorreram-se $24 \text{ h} + 2 \text{ h} 15 \text{ min} = 26 \text{ h} 15 \text{ min}$.

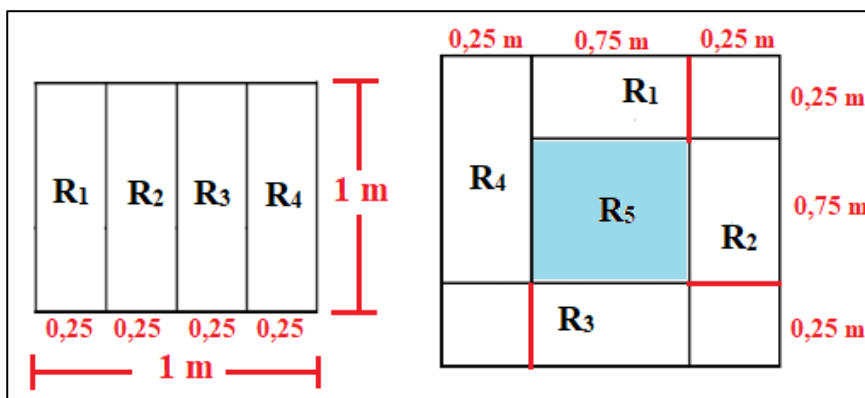
Representando em minutos, temos $(26 \times 60 + 15) = 1\,575$ minutos.

Se o relógio B atrasa $\frac{1}{3}$ do minuto por hora, então atrasa 20 segundos a cada 60 minutos ou 1 segundo a cada 3 minutos. Então em 1 575 minutos atrasa $(1\,575 \div 3) = 525$ segundos.

Este tempo corresponde a $(525 \div 60) = 8$ minutos e 45 segundos.

Logo, o relógio B marcará $10 \text{ h} 45 \text{ min} - 8 \text{ min} 45 \text{ seg} = 10 \text{ h} 44 \text{ min} 60 \text{ seg} - 8 \text{ min} 45 \text{ seg} = 10 \text{ h} 36 \text{ min} 15 \text{ seg}$.

Questão 18. Na figura, temos um quadrado dividido em 4 retângulos (R₁, R₂, R₃ e R₄) e um quadrado R₅, ao centro. Os 4 retângulos possuem suas dimensões respectivamente iguais e, se forem colocados lado a lado unidos pelo lado maior, formarão um quadrado cuja área mede 1 m². Pode-se, então, afirmar que a área do quadrado R₅ mede:



- (A) 2 m² (B) $\frac{25}{16}$ m² (C) 1 m² (D) $\frac{9}{16}$ m² (E) $\frac{1}{2}$ m²

Solução. Organizando os retângulos em fila, verificamos que o lado do quadrado R₅ mede 0,75 m.

Logo, sua área será $(0,75) \cdot (0,75) = \left(\frac{75}{100}\right) \cdot \left(\frac{75}{100}\right) = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16} \text{ m}^2$.

Questão 19. Calcule o valor simplificado da expressão:

$$2 \times (1,2 \text{ hm} + 6\,000 \text{ cm} - 2 \times 0,4 \text{ dam}) - 0,002 \text{ km}$$

- (A) 34,2 dam. (B) 342 km. (C) 3,6 hm. (D) 360 m. (E) 3 580 dm.

Solução. Representando todas as medidas em metros, temos:

i) $2 \times (120 \text{ m} + 60 \text{ m} - 2 \times 4 \text{ m}) - 2 \text{ m} = 2 \times (180 \text{ m} - 8 \text{ m}) - 2 \text{ m} = 2 \times 172 \text{ m} - 2 \text{ m} = 344 \text{ m} - 2 \text{ m} = 342 \text{ m}$;

ii) Representando em decâmetro, temos: $342 \text{ m} = 34,2 \text{ dam}$.

Questão 20. Uma professora da 5ª série do CMRJ colocou numa prova as três expressões numéricas abaixo indicadas.

$$A: (1,44 \div 0,3 - 0,2 \div 0,5) \times 1,06$$

$$B: 10^2 \div 5^2 + 5^0 \times 2^3 - 1^6$$

$$C: \frac{\frac{1}{3} + 1,5 - 0,1}{0,25 + \frac{2}{3} - 0,05}$$

Os resultados apresentados por Mariana foram: $A = 4,664$; $B = 11$ e $C = 2$. Assim, podemos dizer que Mariana:

- (A) acertou somente uma expressão. (B) acertou somente as expressões A e B.
(C) acertou somente as expressões B e C. (D) acertou todas as expressões.
(E) errou todas as expressões.

Solução. Calculando os valores, temos:

i) $(1,44 \div 0,3 - 0,2 \div 0,5) \times 1,06 = (4,8 - 0,4) \times 1,06 = 4,4 \times 1,06 = 4,664$. (Mariana acertou).

ii) $10^2 \div 5^2 + 5^0 \times 2^3 - 1^6 = 100 \div 25 + 1 \times 8 - 1 = 4 + 8 - 1 = 11$. (Mariana acertou).

iii) $\frac{\frac{1}{3} + 1,5 - 0,1}{0,25 + \frac{2}{3} - 0,05} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{10}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{100}} = \frac{\frac{10 + 45 - 3}{30}}{\frac{75 + 200 - 15}{300}} = \frac{\frac{52}{30}}{\frac{260}{300}} = \frac{52}{30} \times \frac{300}{260} = \frac{1}{1} \times \frac{10}{5} = 2$. (Mariana acertou).