



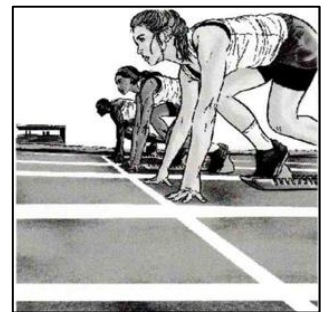
MATEMÁTICA - GABARITO

(Prof. Walter Tadeu Nogueira da Silveira – www.professorwaltertadeu.mat.br)



ARTE: PC das Neves

Questão 1. Nas olimpíadas internas do Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ), os alunos Ana Vilela, Mateus Furtado e Letícia Cardoso participaram de uma corrida de atletismo. Para completarem uma volta na pista, os tempos deles são, respectivamente, 1,5 minuto; 1,8 minuto e 2 minutos. Considerando que eles partem do mesmo local e no mesmo instante, após algum tempo, os três se encontram pela primeira vez no local de partida.



Um segundo após eles terem se encontrado pela terceira vez, Ana Vilela terá dado quantas voltas na pista?

- (A) 18 (B) 27 (C) 28 (D) 30 (E) 36

Solução. O primeiro encontro ocorrerá no tempo correspondente ao MMC entre os tempos de cada aluno. Representando os tempos em segundos, temos:

- Ana Vilela: 1,5 minuto = (1,5).(60) = 90 segundos;
- Mateus Furtado: 1,8 minuto = (1,8).(60) = 108 segundos;
- Letícia Cardoso: 2 minutos = (2).(60) = 120 segundos.

90	108	120	2
45	54	60	2
45	27	30	2
45	27	15	3
15	9	5	3
5	3	5	3
5	1	5	5
1	1	1	

i) O 1º encontro ocorrerá após o MMC (90, 108, 120) = $2^3 \times 3^3 \times 5 = 1\ 080$ segundos.

ii) O 3º encontro se dará após (3).(1 080) = 3 240 segundos. Dessa forma Ana Vilela terá dado (3 240 ÷ 90) = 36 voltas.

Questão 2. Um grupo de alunos do Colégio Militar do Rio de Janeiro (CMRJ) participará de uma olimpíada de Matemática, no Colégio Militar de Brasília (CMB). A viagem de ônibus será de 3 dias e, no caminho, os alunos do CMRJ visitarão os Colégios Militares de Juiz de Fora e de Belo Horizonte. No primeiro dia da viagem, chegarão ao Colégio de Juiz de Fora, percorrendo $\frac{1}{7}$ do percurso total. No segundo dia, chegarão ao Colégio de Belo Horizonte, quando terão percorrido $\frac{1}{4}$ do que faltava para chegar ao CMB. No terceiro dia, completarão a viagem, percorrendo os últimos 810 km.



O percurso total, em quilômetros, percorrido pelo ônibus é um número compreendido entre:

- (A) 1085 e 1 180 (B) 1 182 e 1 198 (C) 1 200 e 1 221 (D) 1 222 e 1 253 (E) 1 254 e 1 350

Solução. Após o primeiro dia, o percurso restante será $(1 - 1/7) = 6/7$ do percurso total. No segundo dia será percorrido $(1/4)$ de $(6/7) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{7} = \frac{3}{14}$ do percurso total. O percurso percorrido será, portanto, $\frac{1}{7} + \frac{3}{14} = \frac{5}{14}$.

Logo, restará $(1 - 5/14) = 9/14$ do percurso total.

Esta fração corresponde a 810 km. Observe a representação:

C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
JF	JF	BH	BH	BH	B	B	B	B	B	B	B	B	B
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
km	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km	km

Cada parte da representação corresponde a $(810 \div 9) = 90$ km.

O percurso total mede $(14 \times 90) = 1\ 260$ km. Este valor está compreendido entre 1 254 e 1 350.

Questão 3. Na tabela a seguir, os símbolos são elementos do conjunto dos números Naturais.

$\Delta = 2021 \times 2021 \div 2021 - 2021$
$\blacksquare \times \spadesuit = 36$
$\blacksquare + \spadesuit = 37$
$\blacksquare - \spadesuit = \blacklozenge$



Sabe-se que $E = \frac{\blacklozenge}{7} + \frac{\blacklozenge \times \blacklozenge}{5} - \frac{\Delta}{35}$

Determine o valor do número consecutivo par de E.

- (A) 250 (B) 252 (C) 254 (D) 256 (E) 258

Solução. Calculando o valo dos símbolos, temos:

i) $\Delta = 2021 \times 2021 \div 2021 - 2021 = (2021)^2 \div 2021 - 2021 = 2021 - 2021 = 0$.

ii) Dois números que multiplicados resultam 36 e somados resultam 37 são: 36 e 1. O quadrado corresponderá a 36 e a rosácea corresponderá a 1, pois a diferença que é um losango é um número natural. Dessa forma o losango corresponde a $(36 - 1) = 35$.

iii) Substituindo, temos: $E = \frac{35}{7} + \frac{35 \times 35}{5} - \frac{0}{35} = 5 + 7 \times 35 - 0 = 5 + 245 = 250$. Consecutivo par = 252.

Questão 4. A tabela mostra todos os professores de Matemática do CMRJ, até o início do ano de 2020. No último dia do mesmo ano, o professor Almir se aposentou e foi substituído por outro de 24 anos de idade. Com isso a média das idades dos professores de Matemática diminui 2 anos. A idade, em anos, do professor Almir quando se aposentou era:

Professor	Idade
Odorico	44
Madalena	40
Mayara	31
Nicolle	29
Rafaela	28
Ignéz	55
Adalberto	33
Marlene	28
Substituto	24
Andréa	42
Mafalda	28
Lorena	26
Isabely	50
Gisele	44
Alexandre	43
Bruno	47

Professor	Idade
Odorico	44
Madalena	40
Mayara	31
Nicolle	29
Rafaela	28
Ignéz	55
Adalberto	33
Marlene	28
Almir	?
Andréa	42
Mafalda	28
Lorena	26
Isabely	50
Gisele	44
Alexandre	43
Bruno	47

- (A) 48 (B) 50 (C) 54 (D) 56 (E) 58

Solução. A média aritmética das idades dos professores com o substituto é:

$$M = \frac{44+40+31+29+28+55+33+28+24+42+28+26+50+44+43+47}{16} = \frac{592}{16} = 37.$$

A média com o professor Almir é, portanto, $37 + 2 = 39$ anos.

Considerando N a idade do professor Almir, vem:

$$M(\text{com Almir}) = \frac{592-24+N}{16} \Rightarrow = \frac{568+N}{16} = 39. \text{ Calculando N, vem:}$$

$$N = (39) \cdot (16) - 568 = 624 - 568 = 56.$$

Questão 5. Os pódios usados em competições costumam ser formados por três paralelepípedos retângulos justapostos. Sabe-se que as dimensões do pódio utilizado para o futebol, por exemplo, precisam ser maiores do que as dimensões do pódio utilizado em competições individuais.



Figura 1:
pódio utilizado em competições individuais



Figura 2:
pódio utilizado para o futebol olímpico

Sobre as dimensões da Figura 1, sabe-se que são três paralelepípedos justapostos de alturas 17,5 cm, 28 cm e 40 cm; sabe-se também que a base é um retângulo, formado por 3 quadrados idênticos, conforme a figura 3:



1,5m
Figura 3

Se o volume total da figura 1 equivale a 7% do volume total da figura 2, o volume total da figura 2, em metros cúbicos, é, aproximadamente:

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Solução. Calculando os volumes, temos:

- Figura 1: $(50 \times 50 \times 28) + (50 \times 50 \times 40) + (50 \times 50 \times 17,5) = 70\ 000 + 100\ 000 + 43\ 750 = 213\ 750\ \text{cm}^3$.

- Figura 2: Se 213 750 corresponde a 7% do V(figura 2), então: $V(\text{figura 2}) = (213\ 750 \times 100) \div 7 = 3\ 053\ 571\ \text{cm}^3$.

Representando em m^3 , temos: $3\ 053\ 571\ \text{cm}^3 = 3,053571\ \text{m}^3$. Aproximadamente 3 m^3 .

Questão 6. Por conta de seus poderes, o Aquaman, famoso super-herói dos mares, não pode ser um dos atletas das olimpíadas de Tóquio. Então, ele decidiu usar o tempo livre para treinar mergulho nas profundezas. A tabela a seguir mostra a temperatura das águas do Oceano Atlântico, em determinada época do ano (ao nível do Equador), em função da profundidade:

	Profundidade	Temperatura
A	Superfície	28°C
B	100m	22°C
C	400m	12°C
D	1100m	8°C
E	3500m	4,3°C



Imagem: blogspot.com

A temperatura de um ser humano comum costuma variar entre 36,1 °C e 37,2 °C, mas o corpo do Aquaman possui temperatura 78% menor que a média aritmética entre os extremos da temperatura de um ser humano comum. Desse modo, a que profundidade ele precisa mergulhar para que a temperatura de seu corpo e da água tenham valores o mais aproximado possível?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

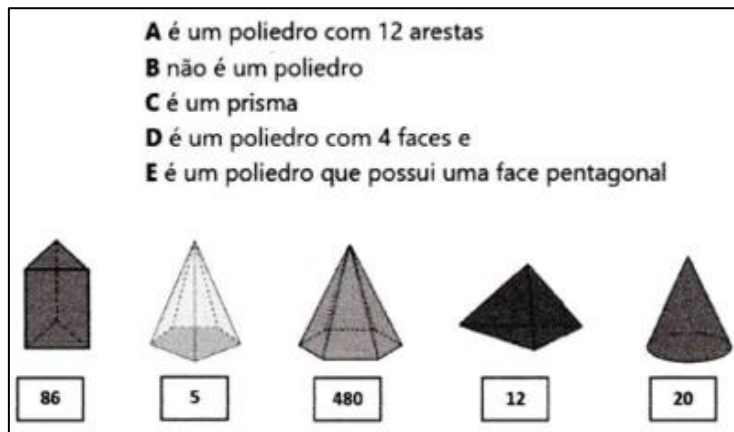
Solução. Efetuando os cálculos, temos:

i) A média aritmética entre os extremos da temperatura do ser humano é: $M = \frac{36,1 + 37,2}{2} = \frac{73,3}{2} = 36,65 \text{ } ^\circ\text{C}$.

ii) Temperatura(Aquaman): $36,65 - (78\% \text{ de } 36,65) = 36,65 - (0,78) \cdot (36,65) = 36,65 - 28,587 = 8,063 \text{ } ^\circ\text{C}$.

A temperatura da água mais próxima da temperatura do Aquaman ocorre na profundidade D (8 °C).

Questão 7. Observe os sólidos geométricos a seguir, aos quais associamos valores numéricos. Sabe-se que:



Com base nas informações acima, determine o valor de $A \div \{B \times [C - D \times (D - E)]\}$.

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

Solução. Identificando os sólidos, temos:

- A é uma pirâmide de base hexagonal. Corresponde ao número 480;
- B é o cone. Corresponde ao número 20;
- C é o prisma de base triangular. Corresponde ao número 86;
- D é a pirâmide de base triangular. Corresponde ao número 12;
- E é a pirâmide de base pentagonal. Corresponde ao número 5.

Calculando o valor pedido, temos:

$$480 \div \{20 \times [86 - 12 \times (12 - 5)]\} =$$

$$480 \div \{20 \times [86 - 12 \times 7]\} =$$

$$480 \div \{20 \times [86 - 84]\} =$$

$$480 \div \{20 \times [2]\} =$$

$$480 \div \{40\} = 12.$$

Questão 8. Na gráfica do CMRJ existe um galpão retangular que serve de depósito para as caixas de papel. O Sargento *De Aguiar* é o responsável pelo armazenamento desse material. Ele coordena desde a confecção até o armazenamento das caixas. Para confeccionar cada uma das caixas, utiliza-se uma placa de papelão de $1,92 \text{ m}^2$ de área (Figura 1), de onde são destacados 6 quadrados. Com a parte destacada, monta-se um cubo.

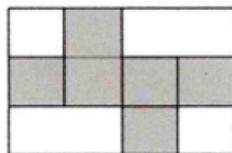


Figura 1



Em um determinado dia, o Sargento conseguiu colocar a quantidade de caixas representada na figura 2 e estabeleceu como desafio armazenar o dobro dessa quantidade no dia seguinte.

Sabendo que *De Aguiar* cumpriu o desafio, ao final desses dois dias de trabalho, que volume do galpão ainda estará vazio?

- (A) $20,928 \text{ m}^3$ (B) $209,28 \text{ m}^3$ (C) $2092,8 \text{ m}^3$ (D) 2098 m^3 (E) 209280 m^3

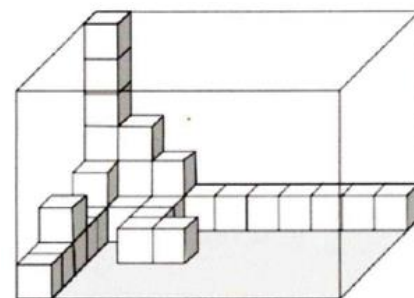


Figura 2

Solução. Calculando o volume da caixa formada pela figura 1, temos:

i) área (papelão): $(3x) \cdot (4x) = 12x^2$. Logo, $12x^2 = 1,92 \text{ m}^2 \Rightarrow x^2 = 0,16 \text{ m}^2 \Rightarrow x = 0,4 \text{ m}$.

Dessa forma a caixa formada pela área cinza possui volume $(0,4 \text{ m})^3 = 0,064 \text{ m}^3$.

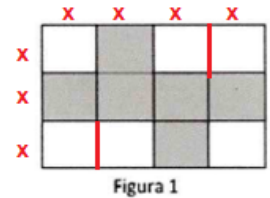
ii) Observando as caixas encostadas nas dimensões do galpão (figura 2) temos que essas medidas são $(10) \cdot (0,4 \text{ m}) \times (7) \cdot (0,4 \text{ m}) \times (6) \cdot (0,4 \text{ m})$.

iii) O volume do galpão vale: $(4 \text{ m}) \times (2,8 \text{ m}) \times (2,4 \text{ m}) = 26,88 \text{ m}^3$.

iv) O volume das caixas colocadas no galpão é $(31) \times (0,064 \text{ m}^3) = 1,984 \text{ m}^3$.

v) No dia seguinte foram postos o dobro desse volume, isto é, $3,968 \text{ m}^3$. No total então foram colocados na caixa $(1,984 + 3,968) = 5,952 \text{ m}^3$ de volume na caixa.

O volume que ficou vazio, portanto, foi: $26,88 \text{ m}^3 - 5,952 \text{ m}^3 = 20,928 \text{ m}^3$.



Questão 9. No mês de janeiro do ano de 2021, o preço do hambúrguer da cantina do CMRJ aumentou 20% sobre o preço cobrado até o último dia do ano anterior. Em março de 2021, porém, percebeu-se que o consumo caiu muito e, então, no primeiro dia de abril, houve um desconto de 20% sobre o preço de março. Em agosto, com a venda de hambúrguer ainda em queda, houve um desconto de 10% sobre o preço final do mês de abril.

Desse modo, o preço final do hambúrguer, em relação a dezembro de 2020 sofreu um desconto de:

- (A) 10% (B) 21,2% (C) 13,6% (D) 4% (E) 18,2%



Solução. Considerando P, o preço do hambúrguer em dezembro de 2020, temos as variações:

- janeiro: passou a custar $P + 20\% \cdot P = 1,2 \cdot P$

- abril: passou a custar $1,2P - 20\% \cdot (1,2 \cdot P) = 1,2 \cdot P - 0,24 \cdot P = 0,96 \cdot P$

- agosto (preço final) passou a custar $0,96 \cdot P - 10\% \cdot (0,96 \cdot P) = 0,96 \cdot P - 0,096 \cdot P = 0,864 \cdot P$

Se custava inicialmente P e finalizou custando $0,864 \cdot P$, o desconto em relação a dez/20 foi: $P - 0,864P = 0,136 \cdot P$ que equivale a 13,6% do valor de P.

OBS: Observe que poderíamos ter feito a multiplicação $P \cdot (1,2) \cdot (0,8) \cdot (0,9) = 0,864 \cdot P$ para calcular o preço final.

Questão 10. Durante as olimpíadas internas do CMRJ, o responsável pela cozinha da delegação dos atletas de judô fez duas perguntas ao grupo:

- 1) Você come carne? 2) Você come legumes?

Todos os atletas responderam às duas perguntas. A partir das respostas, sabe-se que todos os atletas que comem legumes também comem carne, e que 22 atletas comem carne, mas não come legumes. O questionário permitiu também que se chegasse às seguintes frações:

$$\frac{\text{número de atletas que comem carne}}{\text{total de atletas}} = \frac{13}{18}$$

$$\frac{\text{número de atletas que comem legumes}}{\text{total de atletas}} = \frac{5}{12}$$



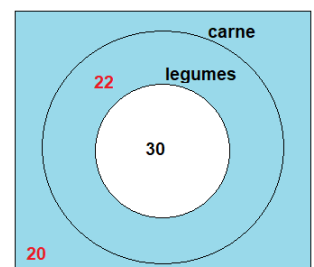
Com base nessas informações, determine quantos atletas não comem legumes.

- (A) 42 (B) 30 (C) 22 (D) 20 (E) 18

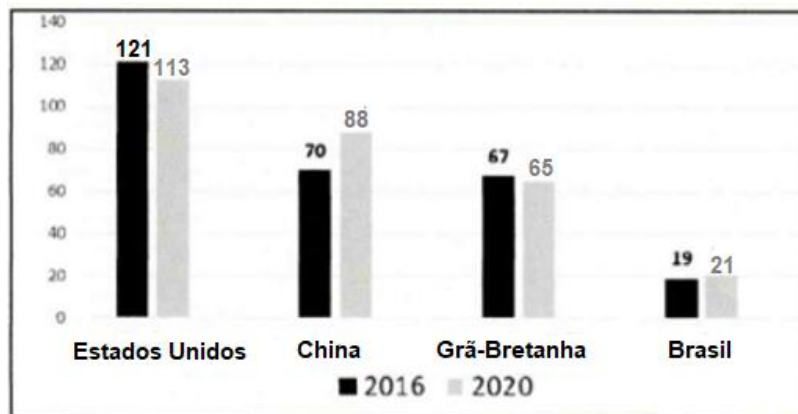
Solução. As frações mostradas são irredutíveis. Logo, foram simplificadas e ambas possuíam o mesmo denominador. O MMC (18 e 12) = 36. A fração dos atletas que somente comem carne é $\frac{13}{18} - \frac{5}{12} = \frac{26}{36} - \frac{15}{36} = \frac{11}{36}$.

Como a informação é que 22 comem carne e não legumes, a fração equivalente será $\frac{22}{72}$. Logo, há 72 atletas e da mesma forma a fração equivalente para os atletas que comem legumes será $\frac{30}{72}$. Logo, 30 atletas comem legumes e, como informado,

também comem carne. Há $72 - (22 + 30) = 20$ atletas que não comem nenhuma das opções. Logo, os atletas que não comem legumes serão os que só comem carne ou não come nenhuma das opções. Total de $22 + 20 = 42$.



Questão 11. O gráfico a seguir mostra o total de medalhas (ouro + prata + bronze) conquistadas por 4 países participantes das edições dos anos de 2016 e de 2020 dos jogos olímpicos internacionais.



Sobre esses dados pode-se dizer que:

- (A) somando-se as medalhas que o Brasil ganhou em 2016 e 2020 tem-se o equivalente a 57% das medalhas que a China ganhou em 2020.
- (B) apenas a China melhorou o desempenho, na comparação entre 2016 e 2020.
- (C) na comparação entre 2016 e 2020, a China melhorou o seu desempenho em mais de 25%.**
- (D) na comparação entre 2016 e 2020, a Grã-Bretanha e o Brasil melhoraram na mesma proporção, pois ambos conseguiram duas medalhas a mais.
- (E) somando-se as medalhas que a Grã-Bretanha ganhou em 2016 e em 2020, tem-se o equivalente a 78% das medalhas que os Estados Unidos ganharam em 2016.

Solução. Analisando as opções, temos:

(A) Falsa. Brasil ganhou um total de $19 + 21 = 40$ medalhas. Este valor é diferente de 57% de $88 = 50,16$.

(B) Falsa. O Brasil também melhorou o desempenho.

(C) Verdadeira. 25% de $70 = 17,5$ e $70 + 17,5 = 87,5 < 88$.

(D) Falsa. A Grã-Bretanha não melhorou o desempenho.

(E) Falsa. $67 + 65 = 132$ não é equivalente a 78% de $121 = 94,38$.

Questão 12. No CMRJ, todas as sextas-feiras, acontece o desfile dos alunos. Para dar mais conforto ao corpo de alunos, decidiu-se pavimentar o trecho principal da alameda usada como passarela. Pelos Cálculos do pelotão de obras, precisa-se de um total de 46 metros cúbicos de concreto para o novo pavimento.

Depois de um rigoroso estudo de preços, contratou-se uma empresa de betoneiras (veículos que transportam concreto), a “Cimentão”.

Por questões técnicas, cada betoneira precisa sempre estar com sua capacidade total de concreto. O quadro a seguir nos traz os 3 modelos disponíveis de betoneiras, a capacidade máxima de cada um, o preço cobrado pela empresa por cada metro cúbico e o preço de cada viagem (frete).

CIMENTÃO BETONEIRAS	Modelo de betoneira	Ilustração	Capacidade total em metros cúbicos	Cada metro cúbico de concreto (R\$)	Cada viagem (R\$)
	A		6	70,00	40,00
	B		8	62,50	55,00
	C		10	72,60	68,00

Imagens: planarequipamentos.com.br

O pelotão de obras optou pelo modelo B e só vai adquirir os 46 metros cúbicos necessários para a obra. A “Cimentão” informou que cobra uma multa de R\$ 16,55 por cada metro cúbico de concreto que sobrar na betoneira. Desse modo, o preço total pago estará entre:

- (A) R\$ 3.220,10 e R\$ 3.570,30 (B) R\$ 2.808,10 e R\$ 2.922,20 (C) R\$ 2.791,55 e R\$ 2.800,10
(D) R\$ 2.775,00 e R\$ 2.781,00 (E) R\$ 2.684,00 e R\$ 2.752,00

Solução. Com o modelo B, será necessário fazer 6 viagens, pois a capacidade máxima é 8 m^3 e serão necessários 46 m^3 . Dessa forma, a última viagem deixará uma sobra de $(8 \text{ m}^3 - 6 \text{ m}^3) = 2 \text{ m}^3$, acarretando uma multa no valor de $(2 \times 16,55) = \text{R\$ } 33,10$.

Os custos serão:

- Transporte do concreto: $6 \times 8 \times 62,50 = \text{R\$ } 3.000,00$

- Viagens: $6 \times 55 = \text{R\$ } 330,00$

- Multa: R\$ 33,10

Preço total a ser pago: $\text{R\$ } 3.000,00 + \text{R\$ } 330,00 + \text{R\$ } 33,10 = \text{R\$ } 3.363,10$.