LISTA DE EXERCÍCIOS 2: FUNÇÃO QUADRÁTICA E FUNÇÃO EXPONENCIAL

PROFESSOR MARCOS JOSÉ

QUESTÃO 1: Resolva as equações abaixo:

$a)\ 3^{x-4} = 243$

$3^{x-4} = 243 \rightarrow 3^{x-4} = 3^5 \rightarrow x - 4 = 5 \rightarrow x = 9$

$c)\ \left(\frac{4}{9}\right)^{4x-6} = \left(\frac{8}{27}\right)^{2x+1}$

$\left(\frac{4}{9}\right)^{4x-6} = \left(\frac{8}{27}\right)^{2x+1} \rightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{4x-6} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{2x+1} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{8x-12} = \left(\frac{2}{3}\right)^{6x+3}$

$8x - 12 = 6x + 3 \rightarrow 8x - 6x = +3 + 12 \rightarrow 2x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{2}$

$d)\ 0{,}64^{x^2-4x} = 1$

$$\mathbf{0,64^{x^2-4x} = 1 \rightarrow 0,64^{x^2-4x} = 0,64^{0} \rightarrow x^2 - 4x = 0 \rightarrow x.(x-4) = 0}$$
$$\mathbf{x = 0\ ou\ x - 4 = 0 \rightarrow x = 4}$$

$e)\ \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+4}$

$$\mathbf{\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+4} \rightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^{2x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+4} \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{-2x+5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+4}}$$

$$\mathbf{-2x + 5 = x + 4 \rightarrow -2x - x = 4 - 5 \rightarrow -3x = -1 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}}$$

$f)\ 10^{3+2x} = 0{,}0001$

$$\mathbf{10^{3+2x} = 0,0001 \rightarrow 10^{3+2x} = \frac{1}{10000} \rightarrow 10^{3+2x} = 10^{-4} \rightarrow 3 + 2x = -4}$$

$$\mathbf{2x = -4 - 3 \rightarrow 2x = -7 \rightarrow x = -\frac{7}{2}}$$

$g)\ 8^{x+6} = \sqrt[3]{4^{2x-1}}$

$$\mathbf{8^{x+6} = \sqrt[3]{4^{2x-1}} \rightarrow (2^3)^{x+6} = 4^{\frac{2x-1}{3}} \rightarrow 2^{3x+18} = (2^2)^{\frac{2x-1}{3}} \rightarrow 2^{3x+18} = 2^{\frac{4x-2}{3}} \rightarrow 3x + 18 = \frac{4x-2}{3}}$$

$$\mathbf{9x + 54 = 4x - 2 \rightarrow 9x - 4x = -2 - 54 \rightarrow 5x = -56 \rightarrow x = -\frac{56}{5}}$$

$k)\ 9^x - 28.3^x + 27 = 0$

$$\boldsymbol{9^x - 28.3^x + 27 = 0 \rightarrow \left(3^2\right)^x - 28.3^x + 27 = 0 \rightarrow (3^x)^2 - 28.3^x + 27 = 0 \rightarrow considere\ 3^x = t}$$

$$\boldsymbol{t^2 - 28.t + 27 = 0 \rightarrow t = \frac{-(-28) \pm \sqrt{(-28)^2 - 4.1.27}}{2.1} \rightarrow t = \frac{28 \pm \sqrt{784 - 108}}{2}}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{28 \pm \sqrt{676}}{2} \rightarrow t = \frac{28 \pm 26}{2}}$$

$$\boldsymbol{\begin{cases} t_1 = \dfrac{28+26}{2} = 27 \\ t_2 = \dfrac{28-26}{2} = 1 \end{cases} \rightarrow voltando\ para\ a\ vari\acute{a}vel\ x \rightarrow \begin{cases} 3^x = 27 \rightarrow 3^x = 3^3 \rightarrow x = 3 \\ 3^x = 1 \rightarrow 3^x = 3^0 \rightarrow x = 0 \end{cases}}$$

$m)\ 3^x + 3^{x-1} = 11 + 3^{x-2}$

$$3^x + 3^{x-1} = 11 + 3^{x-2} \rightarrow 3^x + 3^x.3^{-1} = 11 + 3^x.3^{-2} \rightarrow 3^x + 3^x.3^{-1} - 3^x.3^{-2} = 11$$

$$3^x.\left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = 11 \rightarrow 3^x.\left(\frac{9}{9} + \frac{3}{9} - \frac{1}{9}\right) = 11$$

$$3^x.\left(\frac{11}{9}\right) = 11 \rightarrow 3^x = 9 \rightarrow 3^x = 3^2 \rightarrow x = 2$$

QUESTÃO 2: O lucro de uma fábrica, na venda de determinado produto, é dado pela função L(x)= - 5.x² + 100.x – 80, onde x representa o número de produtos vendidos e L(x) é o lucro em reais. Determine:

a) O lucro na venda de 4 produtos.

b) A quantidade de produtos que devem ser vendidos para o lucro ser máximo.

c) O lucro máximo.

$$a)\ L(4) = -5.(4)^2 + 100.(4) - 80 = -80 + 400 - 80 = 240\ reais$$

$$b)\ x_{máximo} = -\frac{b}{2.a} = -\frac{100}{2.(-5)} = -\frac{100}{-10} = 10\ produtos$$

$$c)\ M_{máximo} = -\frac{\Delta}{4.a} = -\frac{b^2 - 4.a.c}{4.a} = -\frac{(100)^2 - 4.(-5).(-80)}{4.(-5)} = -\frac{10000 - 1600}{-20}$$

$$-\frac{8400}{-20} = 420\ reais$$

03) Uma fábrica de produtos de beleza foi inaugurada e tem planos de se expandir nos próximos anos, com isso será preciso que novos funcionários sejam contratados todos os anos. A função $N(t) = 4 \cdot 5^{0,2t+1} + 100$ relaciona o número de funcionários que essa fábrica possui ***t*** anos após a sua inauguração, que ocorreu em 2018.

Essa fábrica terá 600 funcionários no ano

a) 2020.
b) 2022.
c) 2024.
d) 2026.
e) 2028.

$$N(t) = 4.5^{0,2.t+1} + 100 \rightarrow 600 = 4.5^{0,2.t+1} + 100 \rightarrow 500 = 4.5^{0,2.t+1} \rightarrow \frac{500}{4} = 5^{0,2.t+1}$$

$$125 = 5^{0,2.t+1} \rightarrow 5^3 = 5^{0,2.t+1} \rightarrow 3 = 0,2.t + 1 \rightarrow 2 = 0,2.t \rightarrow t = \frac{2}{0,2} = 10\ anos$$

$$2018 + 10 = 2028$$

04) Em uma região litorânea estão sendo construídos edifícios residenciais. Um biólogo prevê que a quantidade de pássaros de certa espécie irá diminuir segundo a lei $n(t) = n(0) \cdot 4^{-\frac{t}{3}}$, em que n(0) é a quantidade estimada de pássaros antes do início das construções e n(t) é a quantidade existente *t* anos depois.

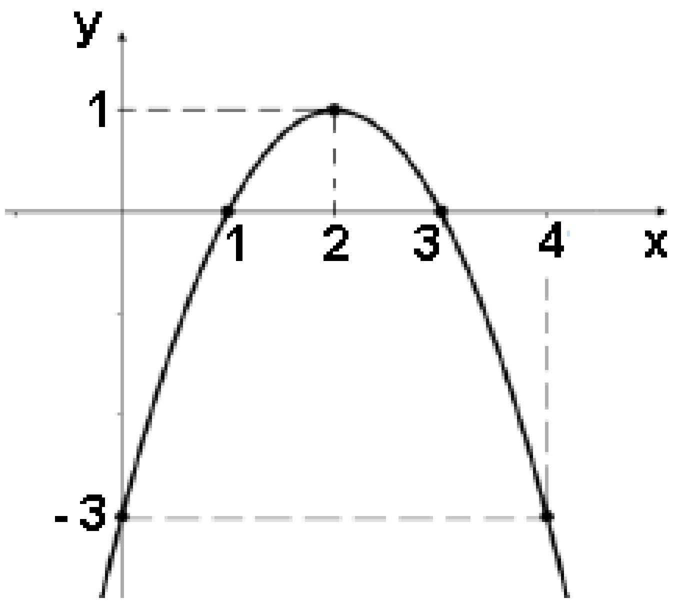
Qual é o tempo necessário, desde o início das construções, para que a população de pássaros dessa espécie se reduza à 1/8 da população existente no início das construções?

a) 3 anos
b) 3,5 anos
c) 4 anos
d) 4,5 anos
e) 5 anos

$$n(t) = \frac{1}{8}.n(0) \rightarrow \frac{1}{8}.n(0) = n(0).4^{-\frac{t}{3}} \rightarrow \frac{1}{8} = 4^{-\frac{t}{3}} \rightarrow 2^{-3} = (2^2)^{-\frac{t}{3}} \rightarrow 2^{-3} = 2^{-\frac{2t}{3}}$$

$$-3 = -\frac{2t}{3} \rightarrow 2t = 9 \rightarrow t = 4,5 \; anos$$

QUESTÃO 5: Encontrei a lei da função quadrática representada pelo gráfico abaixo:



$\boldsymbol{O\ gráfico\ corta\ o\ eixo\ x\ nos\ pontos\ (1,0)\ e\ (3,0).\ Logo\ 1\ e\ 3\ são\ os\ zeros\ da\ função.}$

$\boldsymbol{Forma\ fatorada: y = a.(x - x_1).(x - x_2) \rightarrow y = a.(x - 1).(x - 3)}$

$\boldsymbol{O\ gráfico\ passa\ pelo\ ponto\ (0, -3) \rightarrow -3 = a.(0 - 1).(0 - 3) \rightarrow -3 = a.(-1).(-3)}$

$\boldsymbol{-3 = a.3 \rightarrow a = -1 \rightarrow y = -1.(x - 1).(x - 3) \rightarrow y = -1.(x^2 - x - 3x + 3) \rightarrow y = -x^2 + 4x - 3}$

QUESTÃO 6: Em uma partida de futebol, um dos jogadores lança a bola e sua trajetória passa a obedecer à função h(t) = 8t – 2t², onde **h** é a altura da bola em relação ao solo medida em metros e **t** é o intervalo de tempo, em segundos, decorrido desde o instante em que o jogador chuta a bola. Determine:

a) A altura da bola após 3 segundos.

b) O tempo para a bola atingir a altura máxima.

c) A altura máxima.

$$\boldsymbol{a)\ h(3) = 8.3 - 2.(3)^2 = 24 - 18 = 6\ metros}$$

$$\boldsymbol{b)\ t_{máximo} = -\frac{b}{2.a} = -\frac{8}{2.(-2)} = -\frac{8}{-4} = 2\ segundos}$$

$$\boldsymbol{c)\ h_{máxima} = -\frac{\Delta}{4.a} = -\frac{b^2 - 4.a.c}{4.a} = -\frac{8^2 - 4.(-2).0}{4.(-2)} = -\frac{64}{-8} = 8\ metros}$$

08) (ENEM PPL 2015) O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R\$ 1.800,00, propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho. A expressão que corresponde à proposta salarial (s), em função do tempo de serviço (t), em anos, é $s(t) = 1.800 \cdot (1,03)^t$.

De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de tempo de serviço será, em reais,

a) 7.416,00.
b) 3.819,24.
c) 3.709,62.
d) 3.708,00.
e) 1.909,62.

$$\boldsymbol{s(t) = 1800.(1,03)^t \rightarrow s(2) = 1800.(1,03)^2 \rightarrow s(2) = 1800.1,0609 \rightarrow s(2) = 1909,62}$$

10) (ULBRA 2016) Em um experimento de laboratório, 400 indivíduos de uma espécie animal foram submetidos a testes de radiação, para verificar o tempo de sobrevivência da espécie. Verificou-se que o modelo matemático que determinava o número de indivíduos sobreviventes, em função do tempo era $N_{(t)} = C \cdot A^t$, com o tempo t dado em dias e A e C dependiam do tipo de radiação. Três dias após o início do experimento, havia 50 indivíduos.

Quantos indivíduos vivos existiam no quarto dia após o início do experimento?

a) 40 b) 30 c) 25 d) 20 e) 10

$$t = 0 \rightarrow N(0) = 400 \rightarrow 400 = C.A^0 \rightarrow 400 = C.1 \rightarrow C = 400$$

$$t = 3 \rightarrow N(3) = 50 \rightarrow 50 = 400.A^3 \rightarrow \frac{50}{400} = A^3 \rightarrow \frac{1}{8} = A^3 \rightarrow A = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$N(t) = 400.\left(\frac{1}{2}\right)^t \rightarrow N(4) = 400.\left(\frac{1}{2}\right)^4 \rightarrow N(4) = 400.\frac{1}{16} \rightarrow N(4) = 25$$

11) Uma epidemia de virose atingiu uma pequena comunidade, no norte do país, com apenas 2000 habitantes. Um estudo modelou a quantidade ***P*** de infectados dessa população, por meio da função $P(t) = \dfrac{500}{1 + 8 \cdot 2^{-t+1}}$, em que *t* representa o tempo, medido em meses, decorrido após a identificação do primeiro infectado.

As autoridades devem colocar em prática um plano de ação que visa extinguir a presença do vírus antes que ele atinja 400 habitantes.

Considerando o modelo descrito, o tempo máximo disponível, em meses, para que o plano seja executado é

a) 3. b) 4. c) 5. d) 6. e) 7.

$$400 = \frac{500}{1 + 8.2^{-t+1}} \rightarrow 4 = \frac{5}{1 + 8.2^{-t+1}} \rightarrow 4.\left(1 + 8.2^{-t+1}\right) = 5 \rightarrow 4 + 32.2^{-t+1} = 5$$

$$32.2^{-t+1} = 1 \rightarrow 2^{-t+1} = \frac{1}{32} \rightarrow 2^{-t+1} = \frac{1}{2^5} \rightarrow 2^{-t+1} = 2^{-5} \rightarrow -t + 1 = -5 \rightarrow t = 6\, meses$$

12) (UFPR 2014) Uma pizza a 185°C foi retirada de um forno quente. Entretanto, somente quando a temperatura atingir 65°C será possível segurar um de seus pedaços com as mãos nuas, sem se queimar. Suponha que a temperatura T da pizza, em graus Celsius, possa ser descrita em função do tempo t, em minutos, pela expressão $T = 160.2^{-0,8.t} + 25$. Qual o tempo necessário para que se possa segurar um pedaço dessa pizza com as mãos nuas, sem se queimar?

a) 0,25 minutos. b) 0,68 minutos. c) 2,5 minutos.
d) 6,63 minutos. e) 10,0 minutos.

$$65 = 160.2^{-0,8.t} + 25 \rightarrow 40 = 160.2^{-0,8.t} \rightarrow \frac{40}{160} = 2^{-0,8.t} \rightarrow \frac{1}{4} = 2^{-0,8.t} \rightarrow \frac{1}{2^2} = 2^{-0,8.t}$$

$$2^{-2} = 2^{-0,8.t} \rightarrow -2 = -0,8.t \rightarrow t = \frac{2}{0,8} \rightarrow t = 2,5\ minutos$$