EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

LISTA 3 DE EXERCÍCIOS

PROFESSOR MARCOS JOSÉ

Exercícios

1) Para que valores de k a equação $x^2 + k.x + 4 = 0$ admite raízes reais e iguais?

$$\boldsymbol{raízes\ reais\ e\ iguais \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow k^2 - 4.1.4 = 0 \rightarrow k^2 - 16 = 0 \rightarrow k^2 = 16 \rightarrow k = \pm 4}$$

2) Sabendo que $x_1\ e\ x_2$ são as raízes da equação $x^2 + 4x + 6 = 0$, calcule $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

$$\boldsymbol{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \rightarrow fazendo\ o\ mmc \rightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1.x_2}}$$

$$\boldsymbol{\begin{cases} soma\ das\ raízes = -\frac{b}{a} \rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{4}{1} = -4 \\ produto\ das\ raízes = \frac{c}{a} \rightarrow x_1.x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow x_1.x_2 = \frac{6}{1} = 6 \end{cases}}$$

$$\boldsymbol{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1.x_2} \rightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}}$$

3) (PROEB). O número de diagonais (d) de um polígono é dado pela fórmula: $d = \frac{n.(n-3)}{2}$, em que n representa o número de lados do polígono. O número de lados de um polígono que tem 90 diagonais é:

a) 12 b) 15 c) 27 d) 45 e) 90

$$\mathbf{90 = \frac{n.(n-3)}{2} \to 180 = n^2 - 3n \to n^2 - 3n - 180 = 0 \to \Delta = (-3)^2 - 4.1.(-180)}$$

$$\mathbf{\Delta = 9 + 720 \to \Delta = 729 \to n = \frac{-(-3) \pm \sqrt{729}}{2.1} \to n = \frac{3 \pm 27}{2}}$$

$$\mathbf{n \to \begin{cases} n_1 = \dfrac{3+27}{2} = 15 \\ n_2 = \dfrac{3-27}{2} = -12 \ (\textit{não serve}) \end{cases}}$$

$\boldsymbol{GABARITO: B}$

4) (APA – Crede-CE). Numa fábrica de brinquedos, a quantidade Q de brinquedos produzidos diariamente é dado pela expressão Q = x^2 + 10, sendo x a quantidade de pessoas trabalhando. Para que a fábrica produza 46 brinquedos por dia, quantas pessoas devem trabalhar na fábrica?

(A) 5 (B) 6 (C) 18 (D) 36 (E) 56

$$Q = x^2 + 10 \rightarrow 46 = x^2 + 10 \rightarrow 36 = x^2 \rightarrow x = \pm 6 \rightarrow o\ valor\ negativo\ não\ serve \rightarrow x = 6$$

$$GABARITO: B$$

5) (Entre jovens – Unibanco - adaptada). Júlia propôs o seguinte problema a seus alunos: “O quadrado de um número adicionado de quatro unidades é igual ao quádruplo desse número”. Determine o conjunto solução.

$$número = x \rightarrow x^2 + 4 = 4.x \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4.1.4 \rightarrow \Delta = 16 - 16 = 0$$

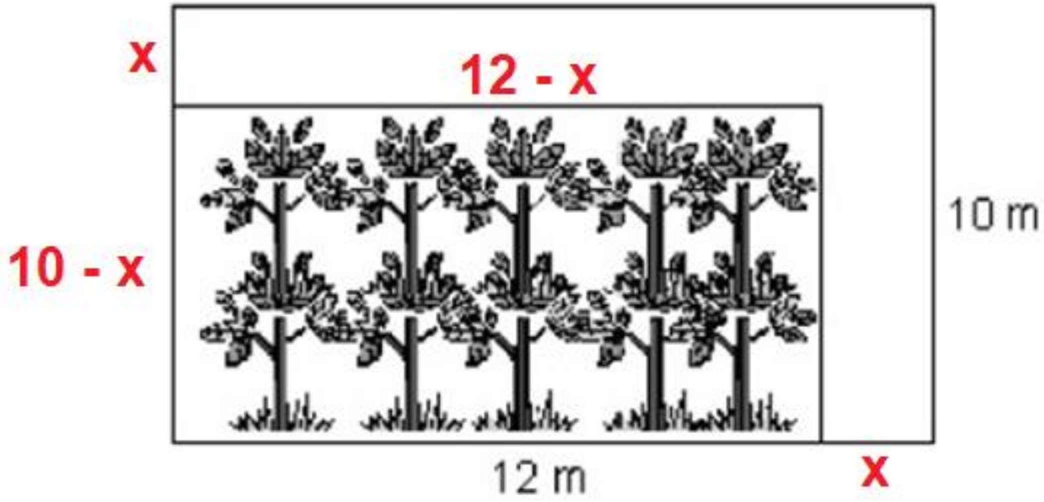
$$x = \frac{-(-4) \pm 0}{2} \rightarrow x_1 = x_2 = \frac{4}{2} = 2 \qquad S = \{2\}$$

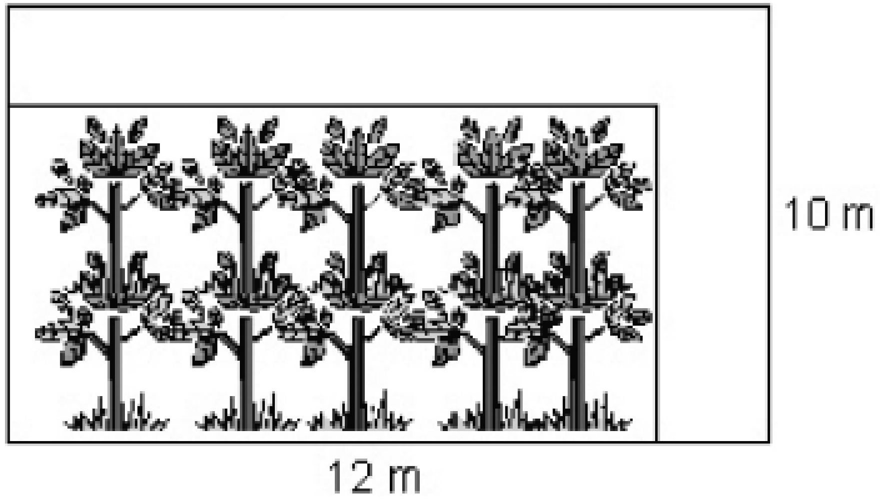
OU

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \qquad S = \{2\}$$

6) Em um terreno retangular de 10 m x 12 m, deseja-se construir um jardim com 80 m² de área, deixando uma faixa para o caminho (sempre da mesma largura), conforme figura a seguir. A largura do caminho deve ser:

a) 1 m.
b) 1,5 m
c) 2 m.
d) 2,5 m
e) 3 m.





$$A_{jardim} = (12-x).(10-x) \rightarrow 80 = 120 - 12x - 10x + x^2 \rightarrow x^2 - 22x + 40 = 0$$

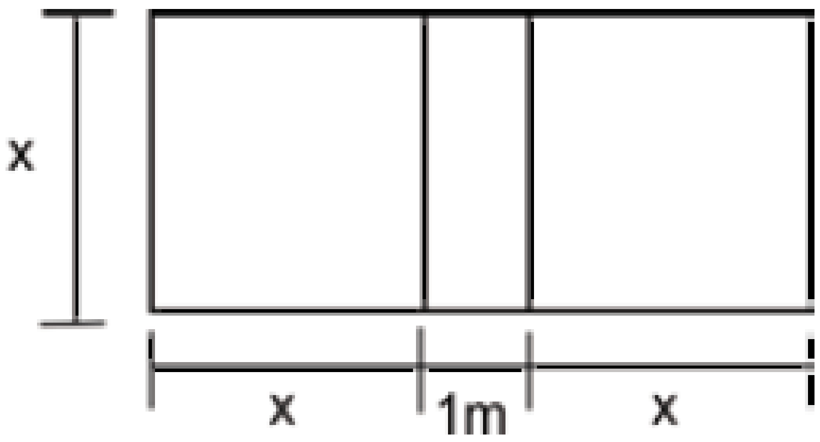
$$\Delta = (-22)^2 - 4.1.40 \rightarrow \Delta = 484 - 160 \rightarrow \Delta = 324 \rightarrow x = \frac{-(-22) \pm \sqrt{324}}{2.1} \rightarrow x = \frac{22 \pm 18}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{22+18}{2} = 20\ m\ (não\ serve) \\ x_2 = \dfrac{22-18}{2} = 2\ m \end{cases}$$

$GABARITO: C$

7) (SAEPE). Para organizar uma festa, Rita precisará juntar 3 mesas, sendo 2 quadradas e 1 retangular, de forma a obter 10 m² de área total, como representado na figura abaixo. Para atender a essas condições, qual deve ser a largura de cada uma das mesas quadradas?

A) 1,0 m
B) 2,0 m
C) 2,5 m
D) 3,3 m
E) 4,5 m



$$A_{mesas} = x^2 + x.1 + x^2 \to 10 = 2x^2 + x \to 2x^2 + x - 10 = 0 \to \Delta = (1)^2 - 4.2.(-10) \to \Delta = 81$$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{81}}{2.2} \to x = \frac{-1 \pm 9}{4} \to \begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+9}{4} = 2\ m \\ x_2 = \dfrac{-1-9}{4} = -2,5\ m\ (não\ serve) \end{cases}$$

$$GABARITO: B$$

8) A figura seguinte representa uma quadra retangular de futebol de salão. A área da quadra é de 117 m² e suas dimensões estão indicadas na figura. Deseja - se cercá-la com um alambrado que custa R$ 12,00 o metro linear.

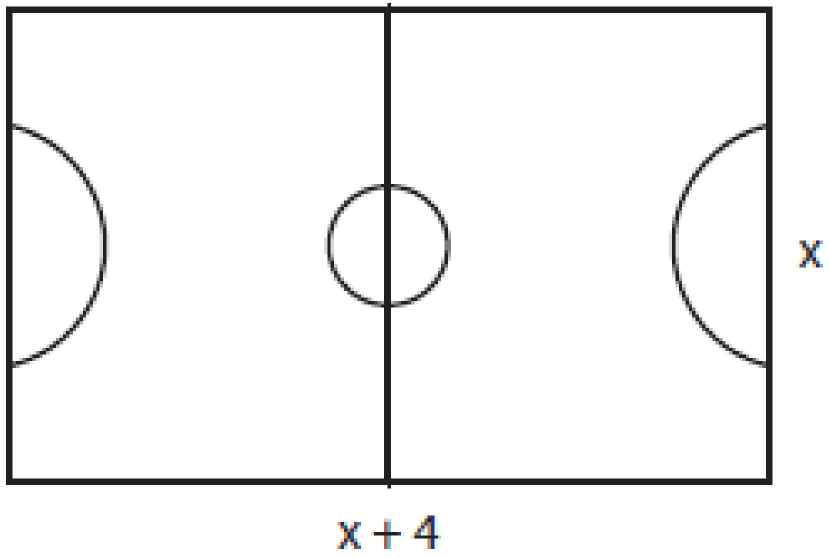
Qual o custo do cercado?

(a) R$ 44,00

(b) R$ 88,00

(c) R$ 406,00

(d) R$ 528,00



$$A_{quadra} = x.(x+4) \rightarrow 117 = x^2 + 4x \rightarrow x^2 + 4x - 117 = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - 4.1.(-117) \rightarrow \Delta = 16 + 468 = 484 \rightarrow x = \frac{-(4) \pm \sqrt{484}}{2} \rightarrow x = \frac{-4 \pm 22}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-4+22}{2} = 9\,m \\ x_2 = \dfrac{-4-22}{2} = -13\ (não\ serve) \end{cases}$$

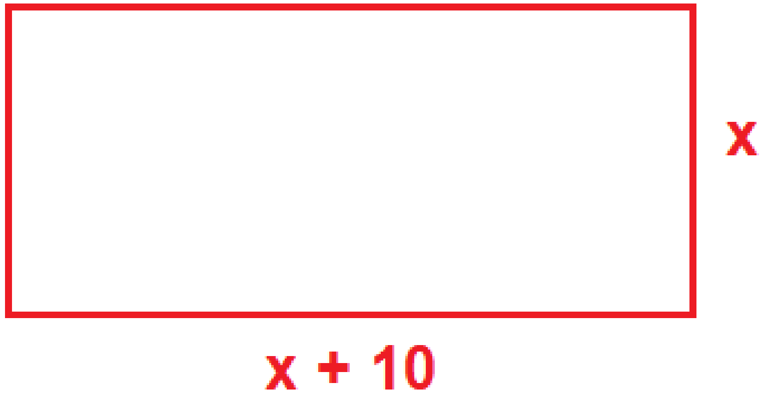
$$Dimensões\ da\ quadra: 9m\ x\ 13m$$

$$2p = 2.9 + 2.13 \rightarrow 2p = 44\,m$$

$$Custo = 44\ x\ 12 \rightarrow C = R\$\ 528,00$$

$$GABARITO: D$$

9) Um terreno retangular de área 875m² tem o comprimento excedendo em 10 metros a largura. Qual a equação que representa o problema acima?



$$(x + 10).x = 875 \rightarrow x^2 + 10x - 875 = 0$$

10) Determine p de modo que o número 2 seja solução da equação $p.x^2 - (3p-2).x + 5 = 0$.

$$\mathbf{2\ \text{é}\ \boldsymbol{raiz} \rightarrow \boldsymbol{p}.(2)^2 - (3\boldsymbol{p}-2).2 + 5 = 0 \rightarrow 4\boldsymbol{p} - (6\boldsymbol{p}-4) + 5 = 0}$$

$$\mathbf{4\boldsymbol{p} - 6\boldsymbol{p} + 4 + 5 = 0 \rightarrow -2\boldsymbol{p} + 9 = 0 \rightarrow 2\boldsymbol{p} = 9 \rightarrow \boldsymbol{p} = \frac{9}{2}}$$

11) Dada a equação $x^2 - 11x + 18 = 0$, verifique se 2 e -2 são soluções da equação.

$$\mathbf{2 \rightarrow 2^2 - 11.(2) + 18 = 4 - 22 + 18 = 0,\ \boldsymbol{logo}\ 2\ \text{é}\ \boldsymbol{raiz}\ (\boldsymbol{solu}\text{ção})\boldsymbol{da\ equa}\text{ção}.}$$

$$\mathbf{-2 \rightarrow (-2)^2 - 11.(-2) + 18 = 4 + 22 + 18 = 44 \neq 0,}$$
$$\mathbf{\boldsymbol{logo}\ -2\ \boldsymbol{n}\text{ão é}\ \boldsymbol{raiz}\ (\boldsymbol{n}\text{ão é}\ \boldsymbol{solu}\text{ção})\boldsymbol{da\ equa}\text{ção}.}$$

12) Verifique se $\frac{1}{3}$ é solução da equação $3y^2 - 4y + 1 = 0$.

$$\frac{1}{3} \to 3.\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4.\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = 3.\frac{1}{9} - 4.\frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3} - \frac{4}{3} + 1 = -1 + 1 = 0 \to \frac{1}{3} \text{ é } \textit{solução da equação}$$

13) (FUVEST). A equação do segundo grau $ax^2 - 4x - 16 = 0$ tem uma raiz cujo valor é 4. A outra raiz é:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) −1 (e) −2

$$4 \text{ é } \textit{raiz} \to a.(4)^2 - 4.(4) - 16 = 0 \to 16a - 16 - 16 = 0 \to 16a = 32 \to a = 2$$

$$2x^2 - 4x - 16 = 0 \to x^2 - 2x - 8 = 0 \to \Delta = (-2)^2 - 4.1.(-8) \to \Delta = 4 + 32 \to \Delta = 36$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{36}}{2.1} \to x = \frac{2 \pm 6}{2} \to \begin{cases} x_1 = \dfrac{2+6}{2} = 4 \ (\text{já } \textit{tinha sido dada}) \\ x_2 = \dfrac{2-6}{2} = -2 \ (\textit{a raiz que faltava}) \end{cases}$$

$$\textit{GABARITO}: E$$

14) Sabendo que $x_1 \; e \; x_2$ são raízes da equação $2x^2 - 4x + 16 = 0$, encontre o valor da expressão: $4.(x_1 + x_2) - 5.(x_1.x_2)$.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{2} = 2} \\ \boldsymbol{x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{16}{2} = 8} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{4.(x_1 + x_2) - 5.(x_1.x_2) = 4.(2) - 5.(8) = 8 - 40 = -32}$$

15) Escreva uma equação do segundo grau que tenha – 3 e 7 como raízes.

$$\begin{cases} \boldsymbol{soma = -3 + 7 = 4} \\ \boldsymbol{produto = -3.7 = -21} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{x^2 - S.x + P = 0 \rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0}$$

16) Escreva a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ na forma fatorada.

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow forma\ fatorada \rightarrow a.(x - x_1).(x - x_2) = 0 \rightarrow x_1\ e\ x_2\ \text{são}\ as\ raízes.}$$

$$\boldsymbol{\Delta = (-5)^2 - 4.1.6 \rightarrow \Delta = 25 - 24 \rightarrow \Delta = 1}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2.1} \rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3 \\ x_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2 \end{cases}}$$

$$\boldsymbol{S = \{2, 3\}}$$

$$\boldsymbol{Forma\ fatorada \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}}$$

$$\boldsymbol{a(x - x_1).(x - x_2) = 0 \rightarrow 1.(x - 2).(x - 3) = 0}$$