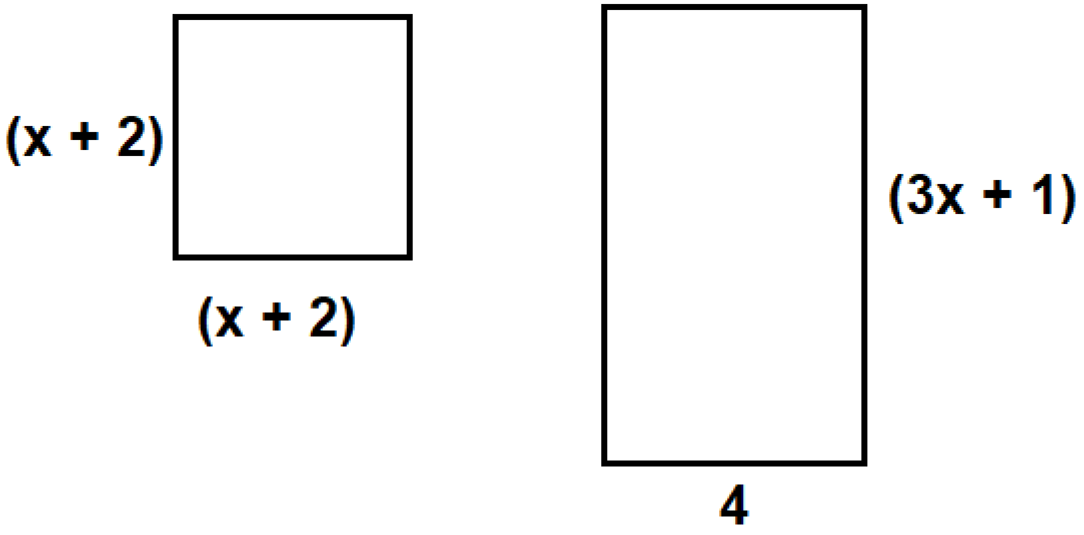
ÁREA DE FIGURAS PLANAS – RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO EXERCÍCIOS

PROFESSOR MARCOS JOSÉ

Exercícios

1) Os retângulos abaixo têm a mesma área.



Determine o valor dessa área.

$$A_{retângulo\ 1} = A_{retângulo\ 2} \rightarrow (x+2).(x+2) = 4.(3x+1) \rightarrow x^2 + 2x + 2x + 4 = 12x + 4$$

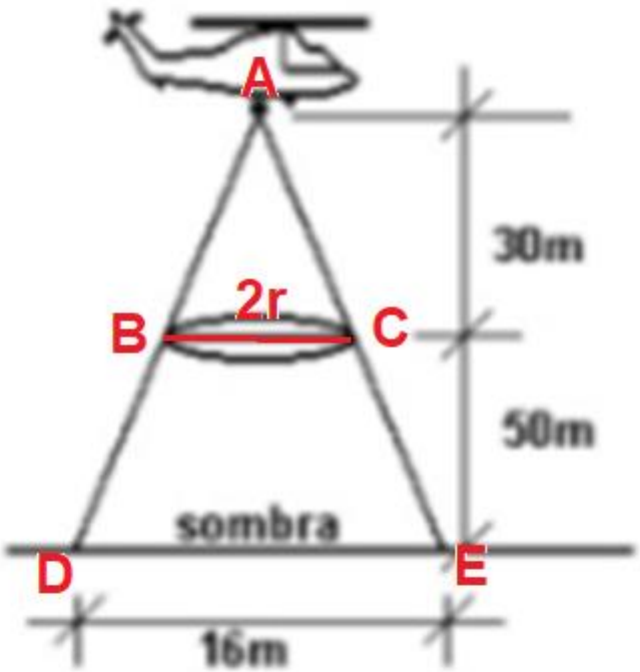
$$x^2 + 4x + 4 - 12x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 8x = 0 \rightarrow x.(x-8) = 0$$

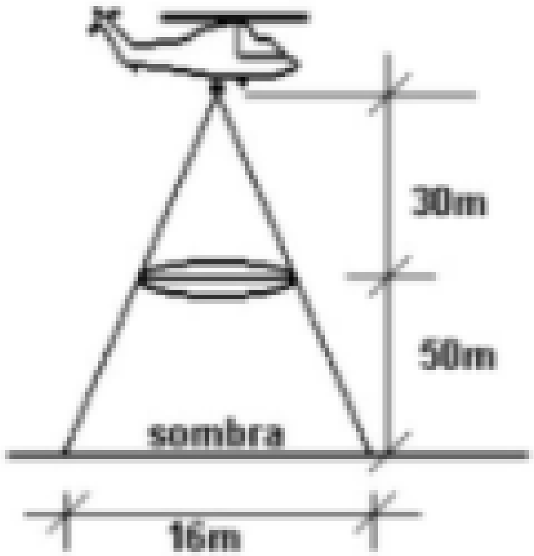
$$x = 0\ (não\ serve) ou\ x - 8 = 0 \rightarrow x = 8$$

$$Substituindo\ x = 8\ temos: (8+2).(8+2) = 10.10 = 100$$

$$Substituindo\ x = 0\ temos: (0+2).(0+2) = 2.2 = 4$$

2) (UNIRIO – Adaptada) Numa cidade do interior, à noite, surgiu um objeto voador não identificado, em forma de disco, que estacionou a 50 *m* do solo, aproximadamente. Um helicóptero do exército, situado a aproximadamente 30 *m* acima do objeto, iluminou-o com um holofote, conforme mostra a figura anterior. Sendo assim, determine a área do disco.

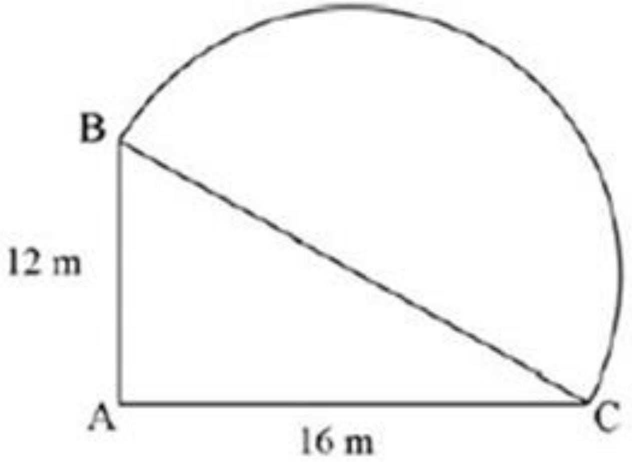




$$\Delta ABC \approx \Delta ADE \rightarrow \frac{2r}{16} = \frac{30}{80} \rightarrow \frac{2r}{16} = \frac{3}{8} \rightarrow 16r = 48 \rightarrow r = \frac{48}{16} \rightarrow r = 3\ m$$

$$A = \pi . r^2 \rightarrow A = \pi . 3^2 \rightarrow A = 9\pi\ m^2$$

3) Um jardim tem a forma da figura, sendo ΔABC um triângulo retângulo em A e $\overset{\frown}{BC}$ um arco de diâmetro $\overline{BC}$. De acordo com as medidas dadas na figura e usando $\pi = 3{,}14$, a área desse jardim é ____ m^2.



a) 295
b) 282
c) 260
d) 253

$$BC^2 = 12^2 + 16^2 \rightarrow BC^2 = 144 + 256 \rightarrow BC^2 = 400 \rightarrow BC = \pm 20 \rightarrow BC = 20$$

Como $BC = 20$, o raio do semicírculo é igual a 10.

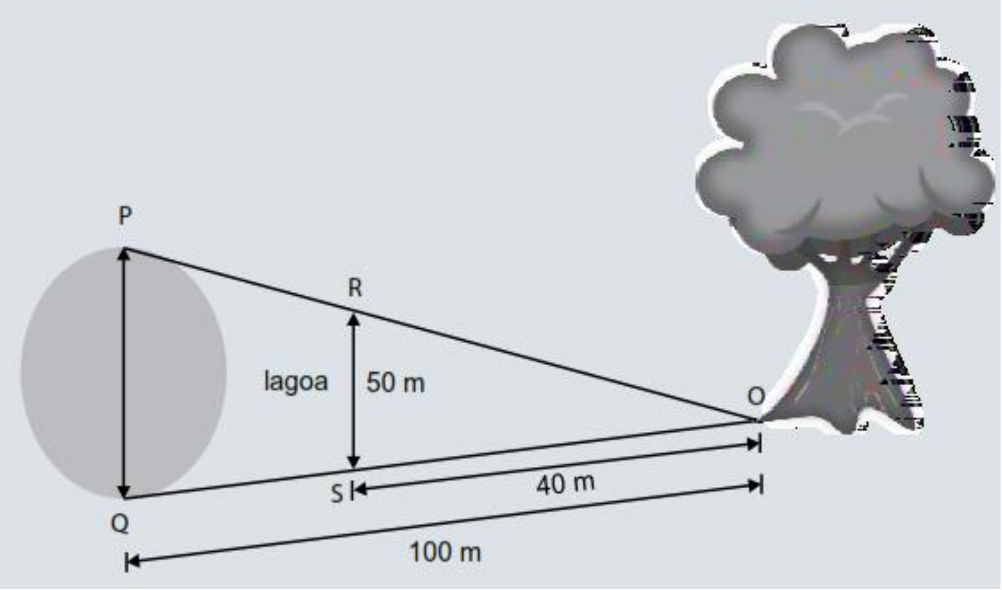
$$A_{Jardim} = A_{triângulo} + A_{semicírculo} \rightarrow A_{Jardim} = \frac{12.16}{2} + \frac{1}{2}.\pi.10^2 \rightarrow A_{Jardim} = 96 + \frac{3,14.100}{2}$$

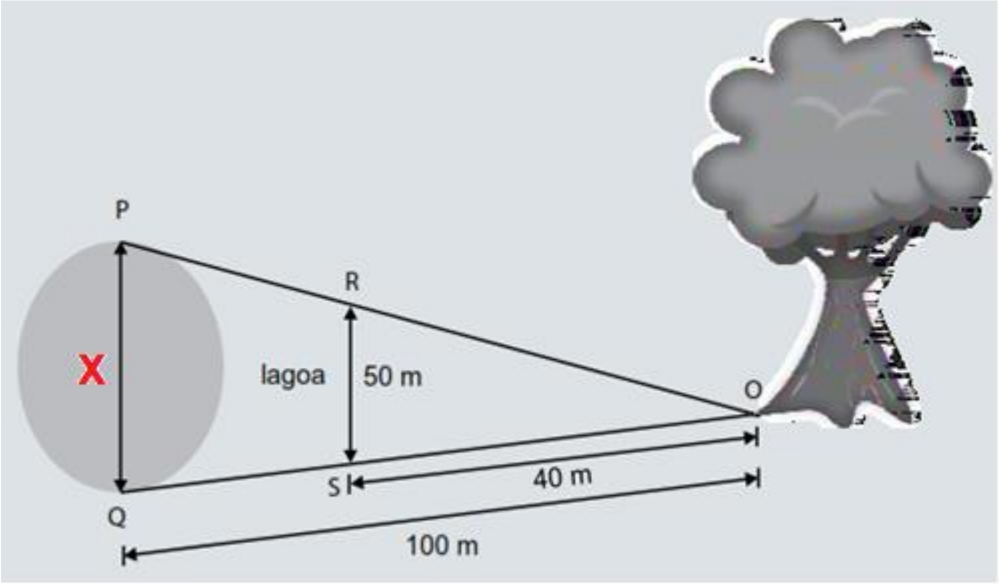
$$A_{Jardim} = 96 + 157 = 253$$

RESPOSTA: D

4) Na figura a seguir, qual é a medida da largura dessa lagoa?

A) 20 m
B) 125 m
C) 1 025 m
D) 1 250 m
E) 4 960 m

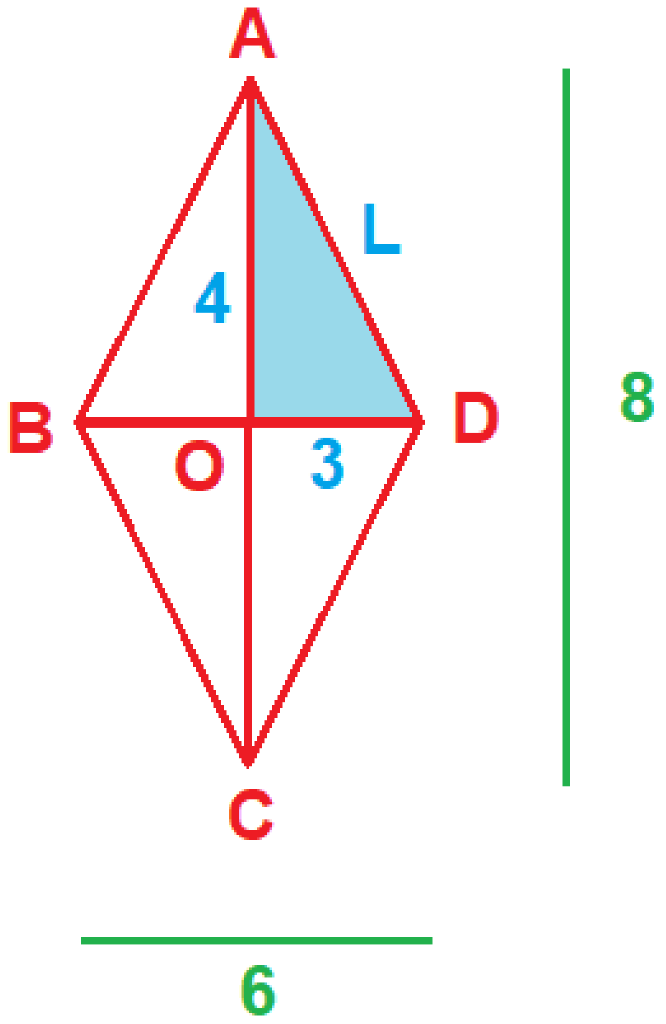




$$\Delta ORS \approx \Delta OPQ \rightarrow \frac{50}{x} = \frac{40}{100} \rightarrow \frac{50}{x} = \frac{4}{10} \rightarrow 4x = 500 \rightarrow x = \frac{500}{4} = 125\ m$$

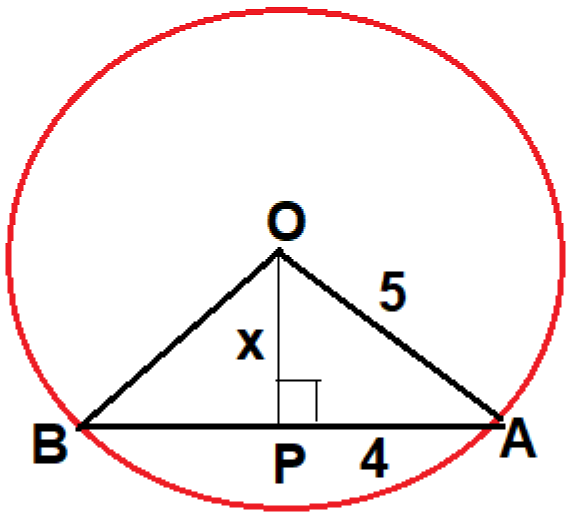
$GABARITO: B$

5) Qual é a medida do comprimento dos lados de um losango cujas diagonais têm medidas iguais a 6 cm e 8 cm?



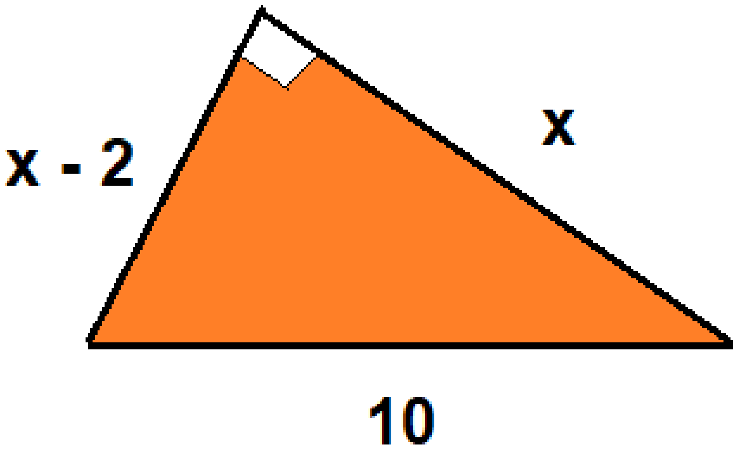
$$L^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow L^2 = 9 + 16 \rightarrow L^2 = 25 \rightarrow L = 5\ cm$$

6) Nesta figura, AB é uma corda da circunferência. Sabendo que a medida do comprimento de AB é 8 cm e o diâmetro da circunferência mede 10 cm, calcule a distância entre o centro O da circunferência e a corda AB.



$$5^2 = x^2 + 4^2 \rightarrow 25 = x^2 + 16 \rightarrow 9 = x^2 \rightarrow x = 3$$

7) Use o Teorema de Pitágoras para determinar a área e o perímetro deste canteiro, em formato de triângulo retângulo, com as medidas de comprimento indicadas em metros.



$$10^2 = (x-2)^2 + x^2 \rightarrow 100 = x^2 - 4x + 4 + x^2$$

$$2x^2 - 4x + 4 = 100 \rightarrow 2x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4.1.(-48) \rightarrow \Delta = 4 + 192 \rightarrow \Delta = 196 \rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{196}}{2.1} \rightarrow x = \frac{2 \pm 14}{2}$$

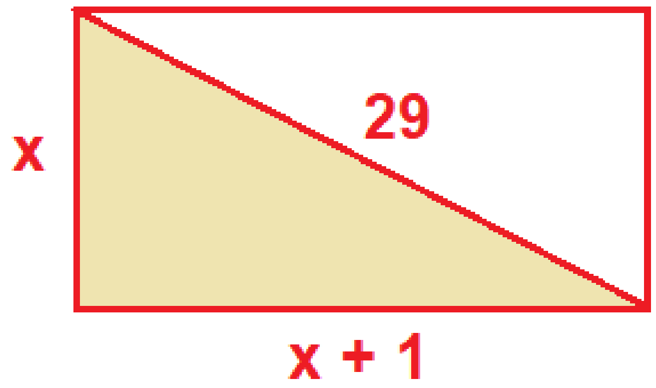
$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{2+14}{2} = 8 \\ x_2 = \dfrac{2-14}{2} = -6 \ (\text{não serve}) \end{cases}$$

$$\textit{Medidas do canteiro}: 6, 8 \ e \ 10$$

$$A = \frac{\textit{cateto x cateto}}{2} = \frac{6x8}{2} = 24 \ m^2$$

$$2p = \textit{perímetro} = 6 + 8 + 10 = 24 \ m$$

8) Considere um retângulo cuja diagonal mede 29 cm. Qual é a medida do perímetro desse retângulo sabendo-se que as medidas da base e da altura são dadas em centímetros, por dois números inteiros consecutivos?



$$29^2 = x^2 + (x+1)^2 \rightarrow 841 = x^2 + x^2 + 2x + 1$$

$$2x^2 + 2x + 1 = 841 \rightarrow 2x^2 + 2x - 840 = 0$$

$$x^2 + x - 420 = 0$$

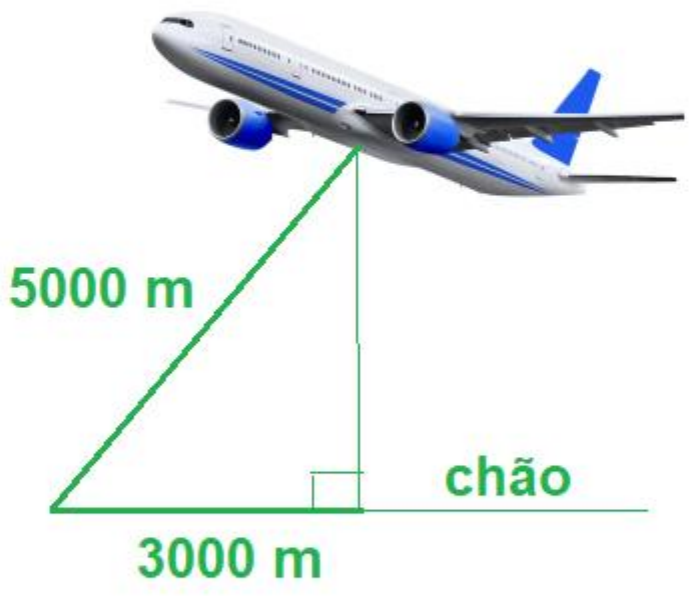
$$\Delta = (1)^2 - 4.1.(-420) \rightarrow \Delta = 1 + 1680 \rightarrow \Delta = 1681 \rightarrow x = \frac{-(1) \pm \sqrt{1681}}{2.1} \rightarrow x = \frac{-1 \pm 41}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-1+41}{2} = 20 \\ x_2 = \dfrac{-1-41}{2} = -21 \ (\textit{não serve}) \end{cases}$$

$$\textit{lados do retângulo}: 20 \ e \ 21$$

$$2p = \textit{perímetro} = 2.20 + 2.21 = 40 + 42 = 82 \ cm$$

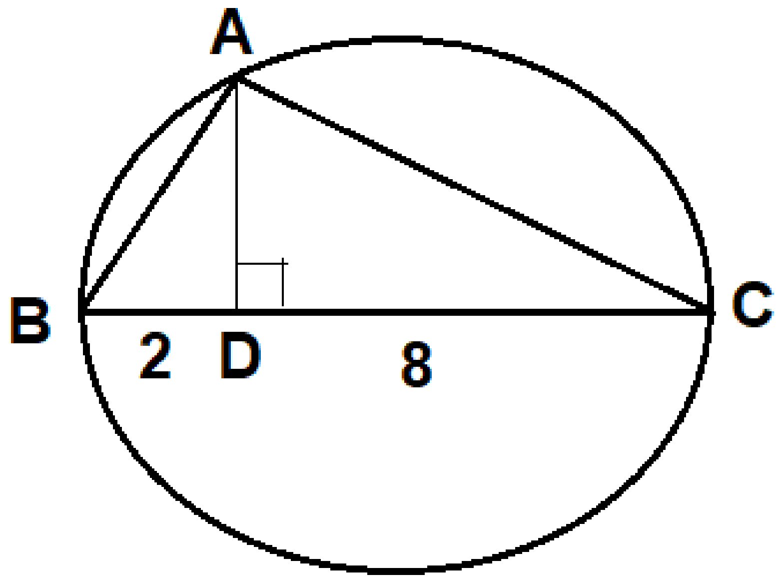
9) Na figura a seguir, qual é a altura do avião, em relação ao chão?



$$5000^2 = 3000^2 + h^2 \rightarrow 25000000 = 9000000 + h^2 \rightarrow 16000000 = h^2 \rightarrow h = \sqrt{16000000}$$

$$h = \sqrt{(4)^2.(10)^6} \rightarrow h = \sqrt{(4)^2.(10^3)^2} \rightarrow h = 4.10^3 \rightarrow h = 4000\, m$$

10) O triângulo ABC a seguir é retângulo, pois está inscrito em uma semicircunferência e a hipotenusa do triângulo coincide com o diâmetro da circunferência. As projeções das cordas AB e AC sobre a hipotenusa medem 2 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a medida dessas cordas?

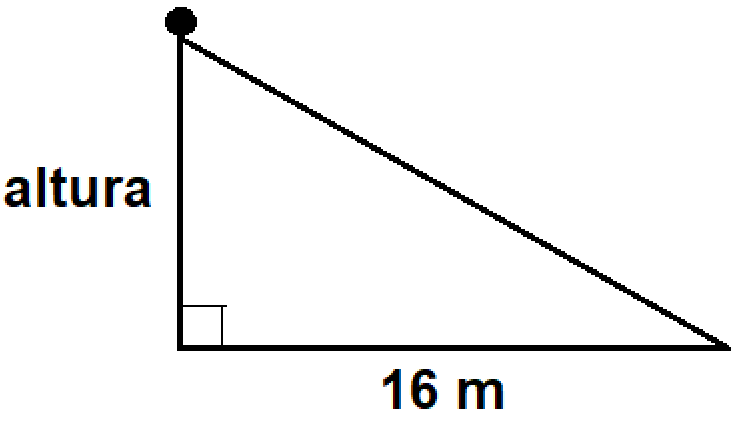


$$\boldsymbol{hipotenusa \rightarrow a = 2 + 8 = 10\ cm}$$

$$\boldsymbol{Relações\ métricas\ no\ \Delta ABC \rightarrow c^2 = a.n \rightarrow (AB)^2 = 2.10 \rightarrow (AB)^2 = 20 \rightarrow AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\ cm}$$

$$\boldsymbol{Relações\ métricas\ no\ \Delta ABC \rightarrow b^2 = a.m \rightarrow (AC)^2 = 8.10 \rightarrow (AC)^2 = 80 \rightarrow AC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\ cm}$$

11) Jorge deixou um pneu, com medida de diâmetro de 80 cm, rolar nesta rampa. Qual é a medida da altura dessa rampa, sabendo que o pneu deu exatamente 8 voltas completas até chegar à extremidade no solo? Adote $\pi = 3{,}14$.



$$diâmetro = 80\ cm \rightarrow raio = 40\ cm$$

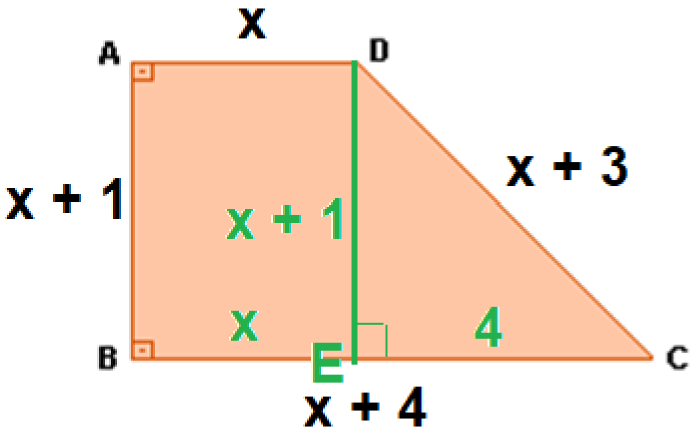
$$C = 2.\pi.r \rightarrow C = 2.(3,14).40 \rightarrow C = 251,2\ cm \rightarrow C = 2,512\ m$$

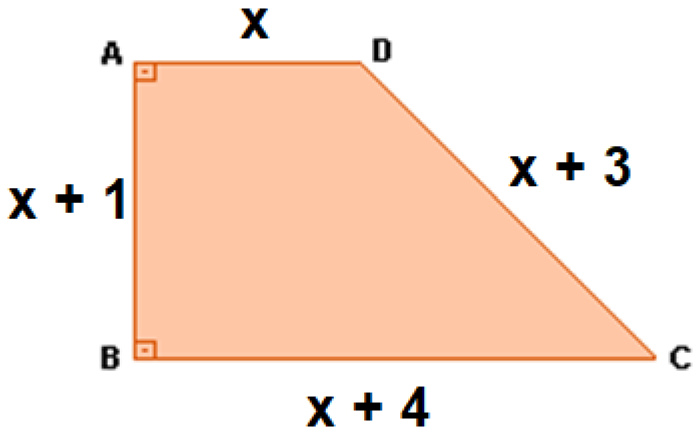
$$hipotenusa \rightarrow a = 8\ voltas \rightarrow a = 8x(2,512) = 20,096\ m$$

$$(20,096)^2 = h^2 + 16^2 \rightarrow 403,84 = h^2 + 256 \rightarrow h^2 = 403,84 - 256 \rightarrow h^2 = 147,84$$

$$h = \sqrt{147,84} \rightarrow h \cong 12,16\ m$$

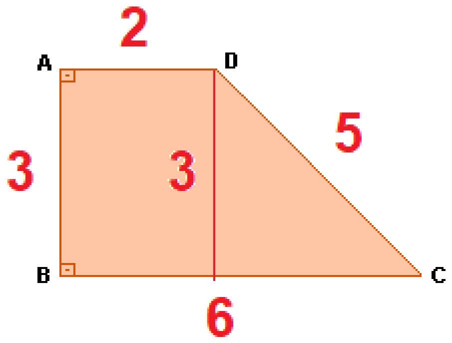
12) Calcule o perímetro e a área da região plana determinada por um trapézio. As medidas dos comprimentos estão dadas em metros.





$$\Delta DEC \rightarrow (x+3)^2 = (x+1)^2 + 4^2 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2x + 1 + 16$$

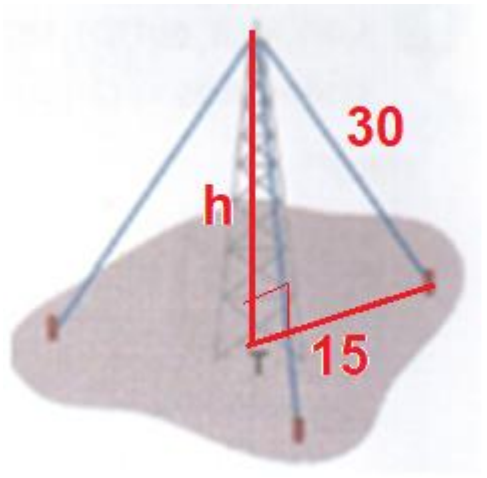
$$6x + 9 = 2x + 17 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

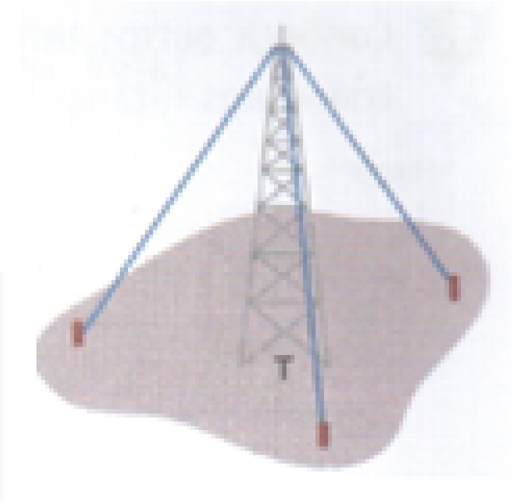


$$2p = perímetro = 5 + 2 + 3 + 6 = 16\ m$$

$$A = \frac{(B+b).h}{2} \rightarrow A = \frac{(6+2).3}{2} \rightarrow A = \frac{8.3}{2} = 12\ m^2$$

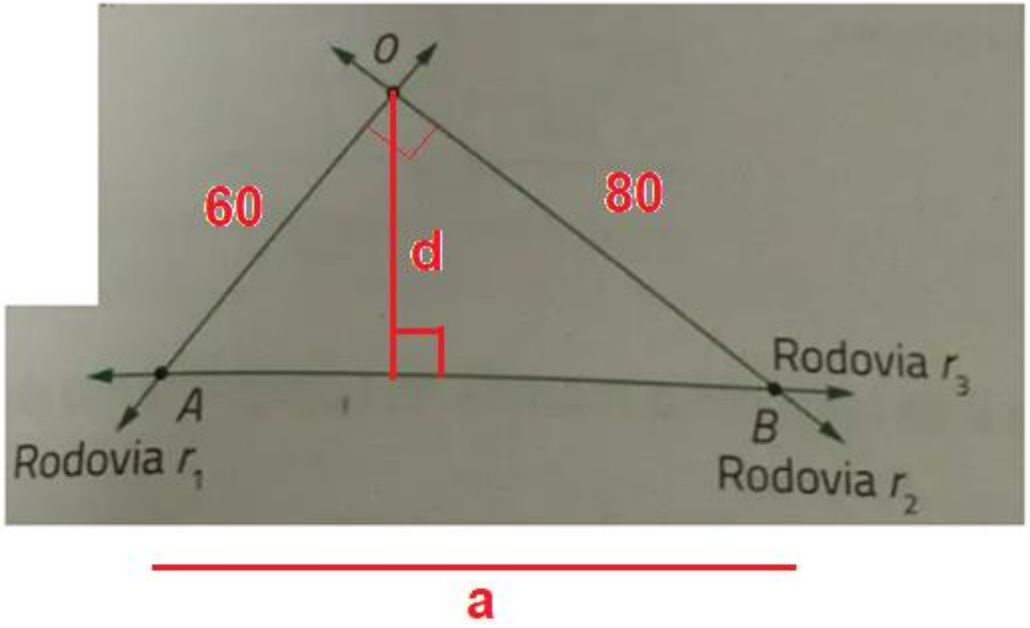
13) Uma torre é sustentada por três cabos de aço de mesma medida, como mostra a figura abaixo. Calcule a altura aproximada da torre sabendo que, da torre, cada cabo é de 30 m e os ganchos que prendem os cabos estão a 15 m do centro da base (T).

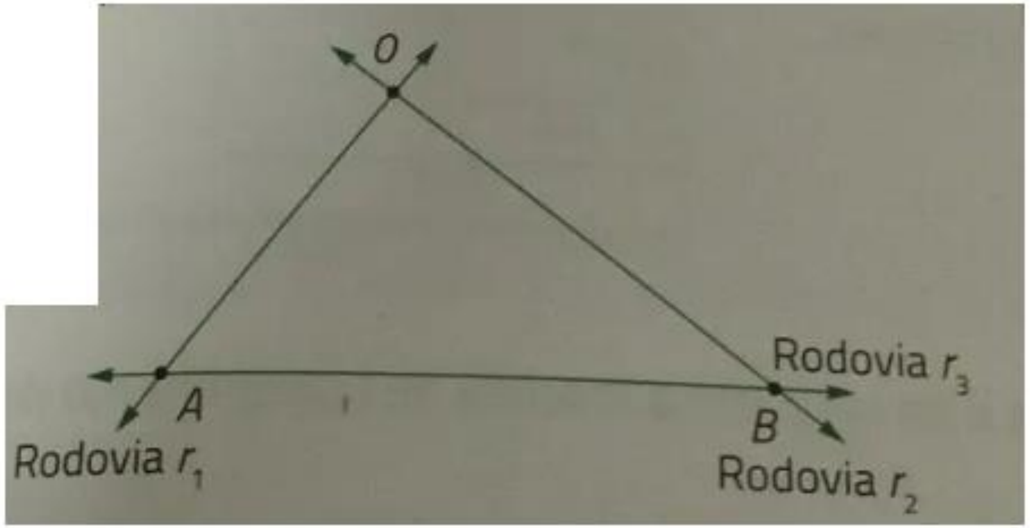




$$30^2 = h^2 + 15^2 \rightarrow 900 = h^2 + 225 \rightarrow h^2 = 675 \rightarrow h = \sqrt{675} \rightarrow h = 15\sqrt{3}\ m$$

14) As rodovias representadas pelas retas r_1 e r_2 são perpendiculares e intersectam-se no ponto O. As medidas AO e OB são, respectivamente, de 60 km e 80 km. Calcule a menor distância possível entre o ponto O e um ponto da rodovia r_3.

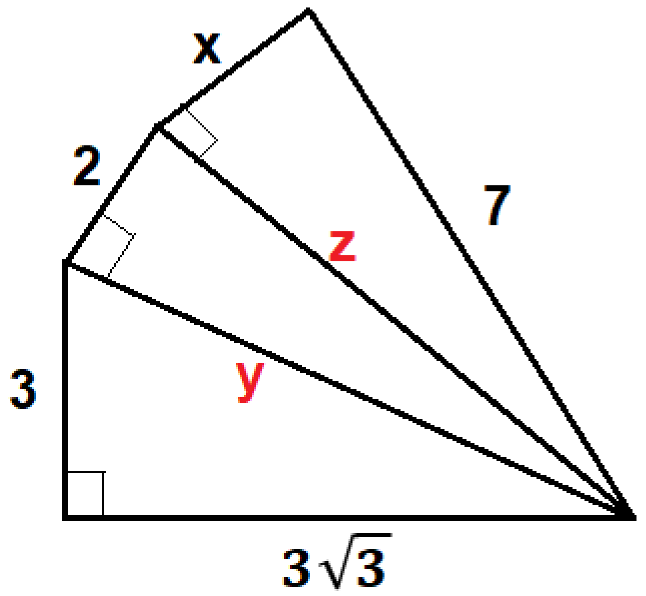


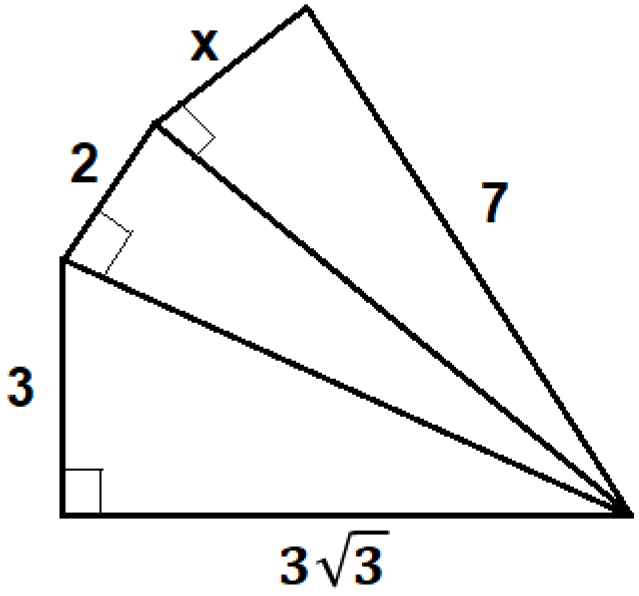


$$a^2 = 60^2 + 80^2 \rightarrow a^2 = 3600 + 6400 \rightarrow a^2 = 10000 \rightarrow a = \sqrt{10000} \rightarrow a = 100\ m$$

$$a.h = b.c \rightarrow 100.d = 60.80 \rightarrow 100d = 4800 \rightarrow d = 48\ m$$

15) Calcule o valor de x na figura abaixo:





$$y^2 = 3^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2 \rightarrow y^2 = 9 + 27 \rightarrow y^2 = 36$$

$$z^2 = 2^2 + y^2 \rightarrow z^2 = 4 + 36 \rightarrow z^2 = 40$$

$$7^2 = x^2 + z^2 \rightarrow 49 = x^2 + 40 \rightarrow 9 = x^2 \rightarrow x = 3$$

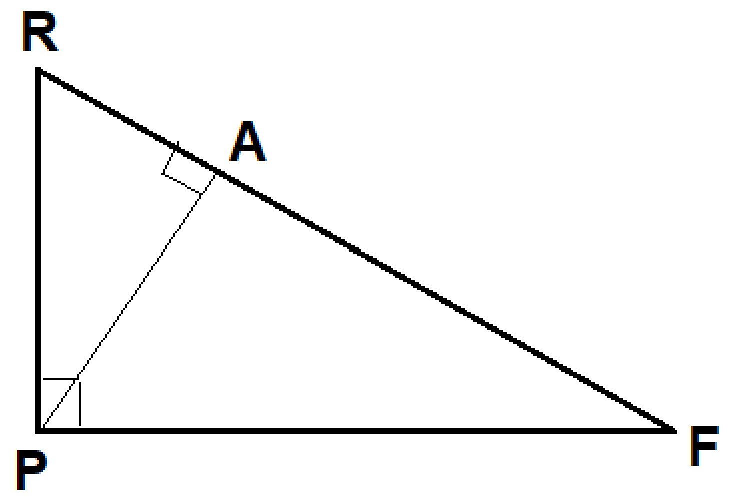
16) Na figura a seguir, temos RF = 75 u e AP = 36 u.

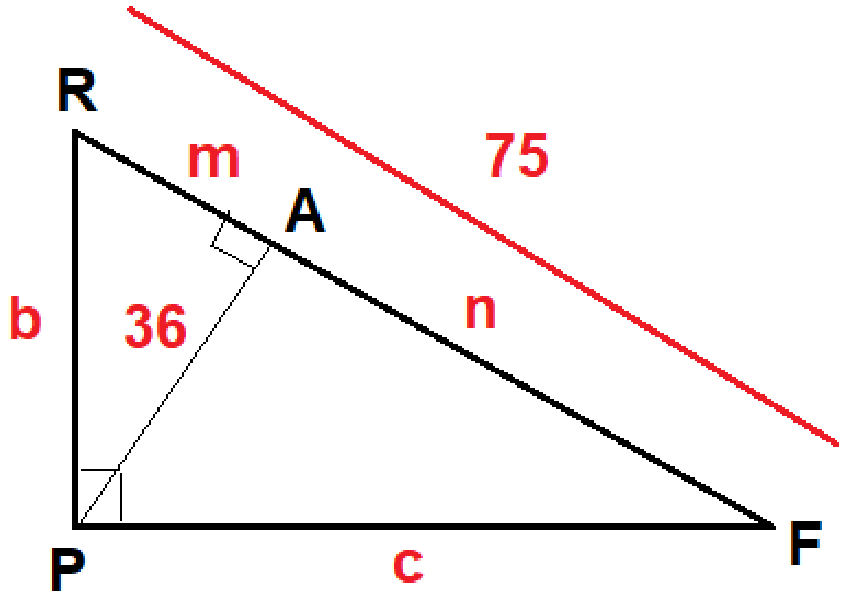
Calcule:

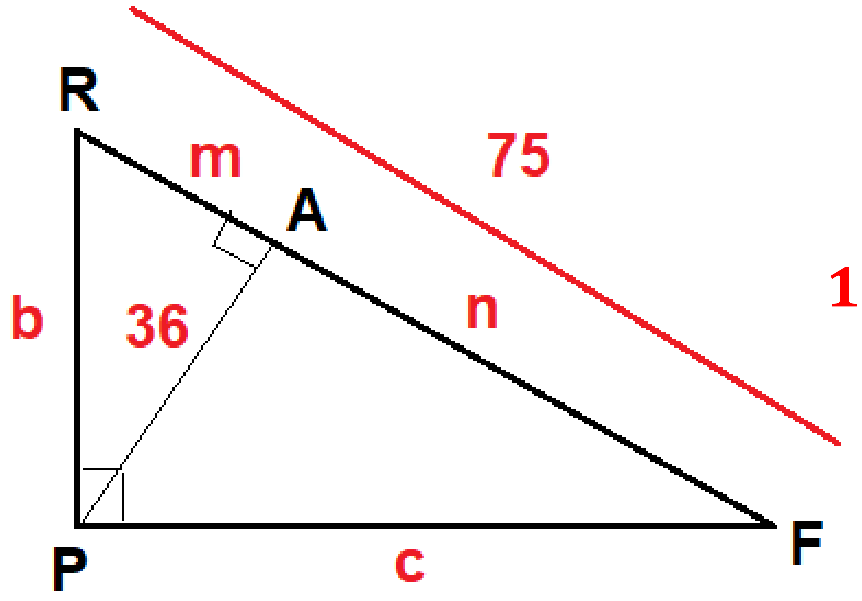
a) A medida de AR e AF,

b) O perímetro do triângulo APR.

c) A medida da área da região determinada pelo triângulo RPF.







$$\begin{cases} m+n=75 \rightarrow m=75-n \\ 36^2=m.n \end{cases}$$

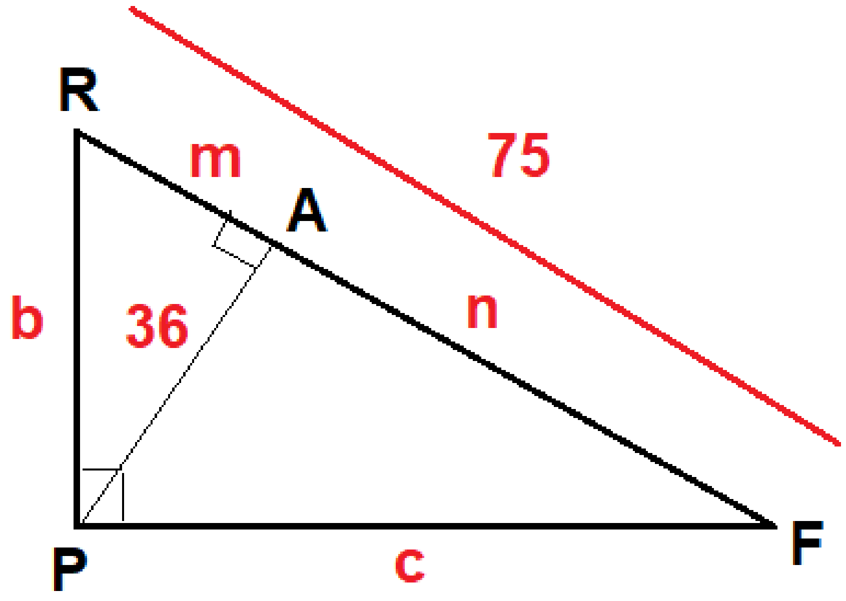
$$1296=(75-n).n \rightarrow 1296=75n-n^2 \rightarrow n^2-75n+1296=0$$

$$\Delta=(-75)^2-4.1.1296 \rightarrow \Delta=5625-5184 \rightarrow \Delta=441$$

$$n=\frac{-(-75)\pm\sqrt{441}}{2.1} \rightarrow n=\frac{75\pm 21}{2} \rightarrow \begin{cases} n_1=\dfrac{75+21}{2}=48 \\ n_2=\dfrac{75-21}{2}=27 \end{cases}$$

$$quando \rightarrow \begin{cases} n=48 \rightarrow m=75-48=27 \\ n=27 \rightarrow m=75-27=48 \end{cases}$$

$$Da\ figura, m<n \rightarrow m=27\ e\ n=48$$



$m = 27 \; e \; n = 48$

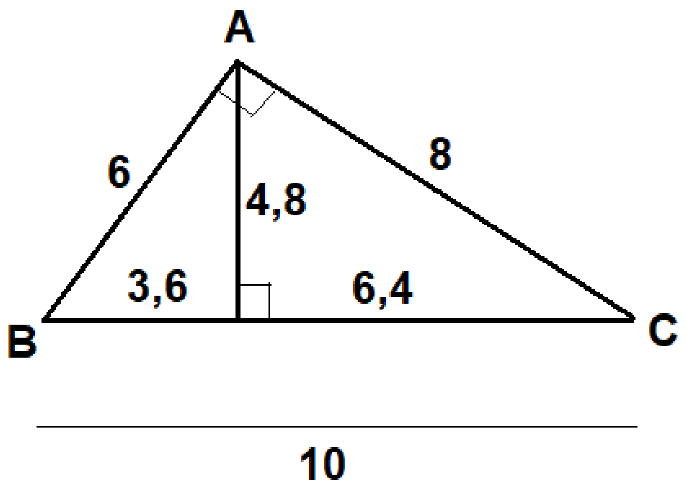
$a) \; AR = 27 \; e \; AF = 48$

$b) \; b^2 = a.m \rightarrow b^2 = 75.27 \rightarrow b^2 = 2025 \rightarrow b = 45$

$2p = perímetro = 45 + 27 + 36 = 108 \; u$

$$c) \; A = \frac{b.h}{2} \rightarrow A = \frac{75.36}{2} \rightarrow A = 1350 \; u^2$$

17) Calcule a área da figura abaixo de 4 maneiras diferentes.



$$1^{\underline{a}})\ A = \frac{b.h}{2} \rightarrow A = \frac{10.4,8}{2} = 24$$

$$2^{\underline{a}})\ A = \frac{cateto\ x\ cateto}{2} \rightarrow A = \frac{6.8}{2} = 24$$

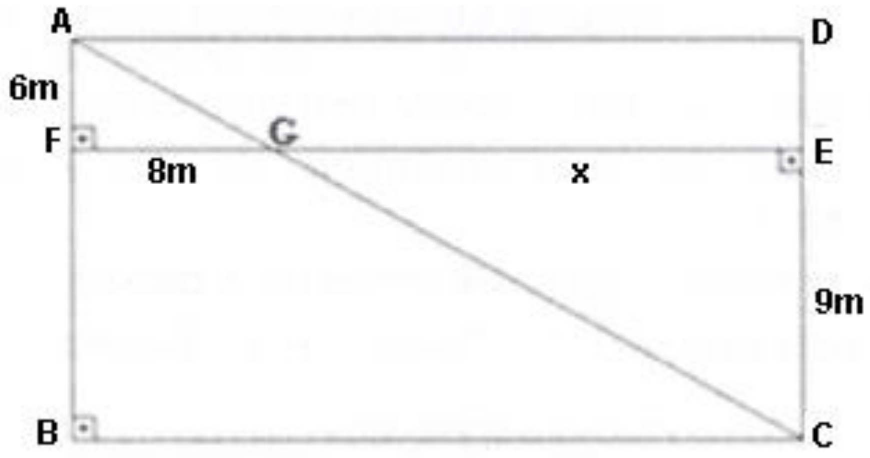
$$3^{\underline{a}})\ A_{ABC} = A_{ABD} + A_{ACD} \rightarrow A_{ABC} = \frac{4,8.3,6}{2} + \frac{4,8.6,4}{2} \rightarrow A_{ABC} = 8,64 + 15,36 = 24$$

$$4^{\underline{a}})\ Fórmula\ de\ Heron \rightarrow A = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} \rightarrow p = \frac{6+8+10}{2} \rightarrow p = 12$$

$$A = \sqrt{12.(12-10).(12-8).(12-6)} \rightarrow A = \sqrt{12.2.4.6} \rightarrow A = \sqrt{576} \rightarrow A = 24$$

18) A figura ABCD abaixo é um retângulo e o segmento EF é paralelo ao lado AD.



Determine:

a) x

b) AC

$$a)\ \Delta AFG \approx \Delta ECG \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{6}{9} \rightarrow 6x = 72 \rightarrow x = 12$$

$$b)\ AC = AG + GC \rightarrow (AG)^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow (AG)^2 = 36 + 64 \rightarrow (AG)^2 = 100 \rightarrow AG = 10$$

$$(GC)^2 = 9^2 + 12^2 \rightarrow (GC)^2 = 81 + 144 \rightarrow (GC)^2 = 225 \rightarrow GC = 15$$

$$AC = 10 + 15 \rightarrow AC = 25$$