PROGRESSÃO ARITMÉTICA (PA) E PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (PG)

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

PROFESSOR MARCOS JOSÉ

Progressão Aritmética

Fórmula do Termo Geral: $a_n = a_1 + (n - 1).r$

Em toda Progressão Aritmética (PA), um termo qualquer, excluindo-se os extremos, é média aritmética entre o seu antecedente e o seu consequente. Assim, se (a_1, a_2, a_3) são termos de uma PA, então: $a_2 = \frac{a_1+a_3}{2}$.

Soma dos termos uma Progressão Aritmética (P.A.): A Soma dos termos de uma P.A. finita (ou limitada) é igual ao produto da semissoma dos extremos pelo número de termos.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

Progressão Geométrica

Fórmula do Termo Geral: $a_n = a_1 . q^{n-1}$

Em toda PG, um termo, excluindo os extremos, é a média geométrica dos termos imediatamente anterior e posterior.

$$(a_1, a_2, a_3)\ uma\ PG\ então:\ (a_2)^2 = (a_1).(a_3) \qquad (a_2) = \sqrt{(a_1).(a_3)}$$

<u>Soma dos n primeiros termos de uma PG finita</u>

Seja a PG $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$.Para o cálculo da soma dos n primeiros termos S_n , vamos considerar que: $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$. Assim:

$$S_n = \frac{a_1.(q^n - 1)}{q - 1}$$

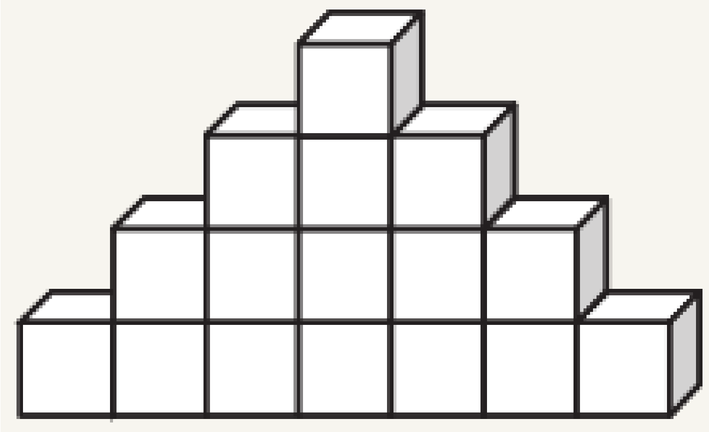
<u>Soma dos termos uma Progressão Geométrica infinita</u>

Se $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$ é uma PG com razão q, tal que $-1 < q < 1$, então:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots = \frac{a_1}{1 - q}$$

Exercícios

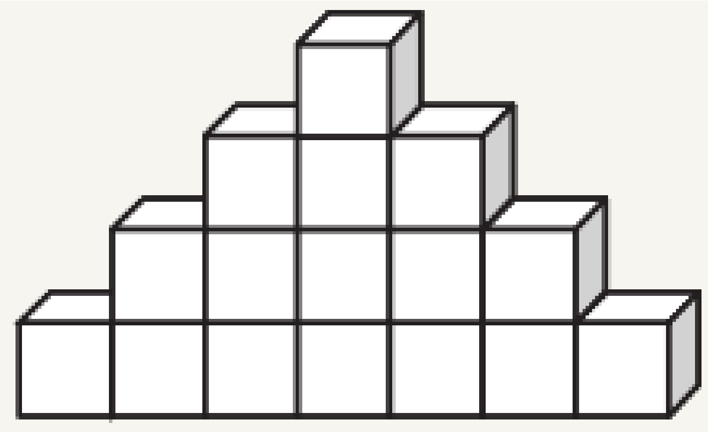
1) (PROEB - Adaptada). Carla fez uma torre com cubos de madeira. No desenho abaixo está representado alguns cubos da parte de cima dessa torre.



Pergunta-se:

a) Quantos cubos tem a base da torre de Carla, sabendo que ela tem 10 andares?

b) Quantos cubos foram utilizados até o décimo andar?



$PA = (1, 3, 5, 7, \dots)$

$a)\ a_{10} = a_1 + 9.r \rightarrow a_{10} = 1 + 9.2 \rightarrow a_{10} = 19\ cubos$

$b)\ S_{10} = \dfrac{(a_1 + a_{10}).10}{2} \rightarrow S_{10} = \dfrac{(1 + 19).10}{2} \rightarrow S_{10} = 20.5 \rightarrow S_{10} = 100$

2) (SAEPE). A empresa que realiza a manutenção nas rodovias estaduais do Norte do país, pintou as faixas de divisão das pistas após uma reforma. No primeiro dia de trabalho, a empresa pintou 5 km de faixa e nos dias subsequentes, sempre pintava 5 km a mais que no dia anterior até concluir o serviço. Quantos quilômetros no total foram pintados até o final do sexto dia de serviço?

A) 90 B) 95 C) 100 D) 105 E) 125

$$PA = (5, 10, 15, \ldots)$$

$$a_6 = a_1 + 5.r \rightarrow a_6 = 5 + 5.5 \rightarrow a_6 = 30\ km$$

$$S_6 = \frac{(a_1 + a_6).6}{2} \rightarrow S_6 = \frac{(5+30).6}{2} \rightarrow S_6 = 35.3 \rightarrow S_6 = 105\ km$$

$GABARITO: D$

3) (Saresp). João e André desejaram fazer caminhadas diárias e planejaram seus treinamentos nas seguintes condições;

- João decidiu começar caminhando 3 km no primeiro dia e, nos dias seguintes, aumentar o percurso diariamente em 2 km com relação ao percurso do dia anterior.
- André decidiu começar caminhando 7 km no primeiro dia e, nos dias seguintes, aumentar o percurso diariamente em 1 km com relação ao percurso do dia anterior.

Todos os dias, após o treino, eles se encontravam e um contava para o outro quanto havia caminhado naquele dia. Certo dia verificaram que, naquele dia, haviam caminhado a mesma distância.

A distância caminhada por cada um deles nesse dia foi

A) 6 km
B) 11 km
C) 12 km
D) 13 km
E) 15 km

$João \rightarrow (3, 5, 7, 9, \dots)$

$a_n = a_1 + (n-1).r \rightarrow a_n = 3 + (n-1).2 \rightarrow a_n = 3 + 2n - 2 \rightarrow a_n = 1 + 2n$

$André \rightarrow (7, 8, 9, 10, \dots)$

$a_n = a_1 + (n-1).r \rightarrow a_n = 7 + (n-1).1 \rightarrow a_n = 7 + n - 1 \rightarrow a_n = 6 + n$

$João = André \rightarrow 1 + 2n = 6 + n \rightarrow n = 5 \rightarrow$ *No 5º dia eles andaram a mesma distância.*

$distância = 1 + 2.5 = 11\ km$ *ou* $distância = 6 + 5 = 11\ km$

$GABARITO: B$

4) (Saresp). Um site comercial se torna altamente atrativo a partir do instante que ele passa a ter visitas que aumentem diariamente, semanalmente ou mensalmente, dependendo dos parâmetros utilizados para tal medida. Para um site avaliado semanalmente, observou-se que as visitas foram:

1ª. semana: 2 222

2ª. semana: 6 666

3ª semana: 19 998

Se mantiver essa performance, presume-se que, ao final do mês, o nº. de visitas estará em torno de

A) 20 000

B) 30 000

C) 40 000

D) 50 000

E) 60 000

$$(2222, 6666, 19998, \ldots) \rightarrow PG\ com\ razão\ q = 3$$

$$19998x3 = 59994 \cong 60000$$

$GABARITO: D$

5) (SAEMS). Sueli possui uma microempresa que fabrica pães e utiliza 256 kg de farinha de trigo na produção semanal desses pães. Ela pretende substituir de forma gradativa a produção de pães pela de bolos, porém utilizando a mesma quantidade semanal de farinha de trigo.

Após essa decisão, ela utilizou 4 kg de farinha de trigo para a produção de bolos na primeira semana, 8 kg na segunda semana, e assim por diante, dobrando a quantidade até que todos os 256 kg de farinha de trigo fossem usados exclusivamente na produção de bolos.

Em quantas semanas Sueli conseguiu substituir totalmente a fabricação de pães por bolos?

A) 4
B) 6
C) 7
D) 64
E) 127

$$\boldsymbol{PG = (4, 8, 16, \dots)}$$

$$\boldsymbol{a_n = a_1 . q^{n-1} \rightarrow 256 = 4 . 2^{n-1} \rightarrow 64 = 2^{n-1} \rightarrow 2^6 = 2^{n-1} \rightarrow 6 = n - 1 \rightarrow n = 7}$$

$\boldsymbol{GABARITO: C}$

6) (AREAL). A Copa do Mundo de Futebol é um torneio realizado a cada 4 anos. A sequência abaixo relaciona os anos em que houve a Copa do Mundo desde a conquista do primeiro título brasileiro em 1958.

(1958, 1962, 1966, 1970, ...)

Quantos torneios foram realizados de 1958 até 2014?

A) 13

B) 14

C) 15

D) 56

E) 60

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1).r \rightarrow 2014 = 1958 + (n-1).4 \rightarrow 56 = 4n - 4 \rightarrow 60 = 4n \rightarrow n = 15}$$

$\boldsymbol{GABARITO: C}$

7) (SAEPE). Cláudia foi a um teatro e observou que a distribuição das cadeiras para a plateia foi feita da seguinte maneira: a primeira fileira, a mais próxima ao palco, possui 6 assentos, a segunda fileira, 8 assentos e assim sucessivamente, de forma que as quantidades de assentos em cada fileira seguem uma progressão aritmética. Cláudia sentou-se em uma cadeira da última fileira dessa plateia, a qual continha 26 assentos. De acordo com essa distribuição, a quantidade total de cadeiras para a plateia nesse teatro era de

A) 11. B) 40. C) 70. D) 176. E) 289.

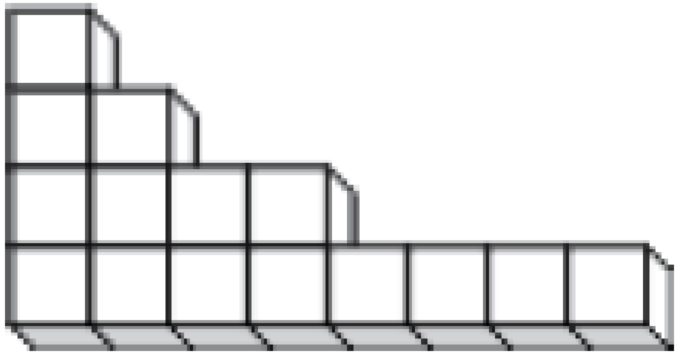
$$PA = (6, 8, \dots, 26)$$

$$a_n = a_1 + (n-1).r \rightarrow 26 = 6 + (n-1).2 \rightarrow 20 = 2n - 2 \rightarrow 22 = 2n \rightarrow n = 11$$

$$S_{11} = \frac{(a_1 + a_{11}).11}{2} \rightarrow S_{11} = \frac{(6+26).11}{2} \rightarrow S_{11} = \frac{32.11}{2} \rightarrow S_{11} = 176$$

$GABARITO: D$

8) (SAEPE). Com seu jogo de cubos de madeira, Jorge resolveu fazer uma escada diferente, em que cada degrau tem o dobro do número de cubos do degrau anterior, como mostra a figura abaixo.



Se Jorge usar todos os 255 cubos de seu jogo, quantos degraus terá a sua escada?

A) 8 B) 12 C) 13 D) 17 E) 25

$\boldsymbol{PG = (1, 2, 4, 8, \ldots)}$

$$S_n = \frac{a_1.(q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow 255 = \frac{1.(2^n - 1)}{2 - 1} \rightarrow 255 = 2^n - 1 \rightarrow 256 = 2^n \rightarrow 2^8 = 2^n \rightarrow n = 8\ degraus$$

GABARITO: A

9) (PROEB). O treinador passou um programa de exercícios físicos para Mônica. Ele pediu a ela que fizesse 20 minutos de exercícios no 1º dia e que acrescentasse 10 minutos nos dias subsequentes, até que atingisse 100 minutos por dia. Mônica cumpriu corretamente o seu programa.
Ao final de quantos dias Mônica atingiu os 100 minutos diários?

A) 5
B) 8
C) 9
D) 10
E) 12

$$PA = (20, 30, 40, \ldots, 100)$$

$$a_n = a_1 + (n-1).r \rightarrow 100 = 20 + (n-1).10 \rightarrow 80 = 10n - 10 \rightarrow 90 = 10n \rightarrow n = 9\ dias$$

$GABARITO: C$

10)(UERJ) Um vírus, formado por uma hélice simples de RNA contendo 51×10^3 bases nitrogenadas, sofreu o seguinte processo de manipulação em um experimento:

– dois fragmentos de RNA, identificados como X e Y, contendo cada um 10^3 e 10^4 bases, respectivamente, foram retirados de seu genoma;

– apenas um fragmento de RNA, contendo ***n*** bases, foi introduzido nele.

Admita que o número total de bases, após a modificação, equivalia ao quinto termo de uma progressão geométrica, na qual o número de bases dos fragmentos X e Y correspondia, respectivamente, ao primeiro e ao terceiro termos dessa progressão.

No experimento, a quantidade ***n*** de bases nitrogenadas contidas no fragmento introduzido no vírus foi igual a:

(A) 3×10^2

(B) 5×10^3

(C) 6×10^4

(D) 4×10^5

$$Do\ enunciado, temos: 51.10^3 - X - Y + n = a_5$$

$$X = 10^3\ e\ Y = 10^4$$

$$a_1 = X \to a_1 = 10^3 \qquad a_3 = Y \to a_3 = 10^4$$

$$a_3 = a_1.q^2 \to 10^4 = 10^3.q^2 \to q^2 = 10$$

$$a_5 = a_1.q^4 \to a_5 = 10^3.\left(q^2\right)^2 \to a_5 = 10^3.10^2 \to a_5 = 10^5$$

$$51.10^3 - 10^3 - 10^4 + n = 10^5 \to 51.10^3 - 10^3 - 10.10^3 + n = 10^5 \to 40.10^3 + n = 10^2.10^3$$

$$n = 100.10^3 - 40.10^3 \to n = 60.10^3 \to n = 6.10^4$$

$$GABARITO: C$$

11) (UERJ) Admita a realização de um campeonato de futebol no qual as advertências recebidas pelos atletas são representadas apenas por cartões amarelos. Esses cartões são convertidos em multas, de acordo com os seguintes critérios:

• os dois primeiros cartões recebidos não geram multas;
• o terceiro cartão gera multa de R$ 500,00;
• os cartões seguintes geram multas cujos valores são sempre acrescidos de R$ 500,00 em relação ao valor da multa anterior. Na tabela, indicam-se as multas relacionadas aos cinco primeiros cartões aplicados a um atleta.

Cartão amarelo recebido	Valor da multa (R$)
1º	–
2º	–
3º	500
4º	1.000
5º	1.500

Considere um atleta que tenha recebido 13 cartões amarelos durante o campeonato. O valor total, em reais, das multas geradas por todos esses cartões equivale a:

(A) 30.000 (B) 33.000 (C) 36.000 (D) 39.000

Cartão amarelo recebido	Valor da multa (R$)
1º	–
2º	–
3º	500
4º	1.000
5º	1.500

Foram 13 cartões amarelos, como os dois primeiros não geram multa, a multa será a soma de 11 cartões.

$$(500, 1000, 1500, \ldots, a_{11}) \rightarrow a_{11} = a_1 + 10.r \rightarrow a_{11} = 500 + 10.500 \rightarrow a_{11} = 5500$$

$$S_{11} = \frac{(a_1 + a_{11}).11}{2} \rightarrow S_{11} = \frac{(500 + 5500).11}{2} \rightarrow S_{11} = \frac{6000.11}{2} \rightarrow S_{11} = 33000$$

GABARITO: B

12) Os números $\frac{10}{x}, (x-3), (x+3)$ são os 3 primeiros termos de uma P.A., de termos positivos, sendo x ≠ 0. O décimo termo desta P.A. é igual a:

a) 50 b) 53 c) 54 d) 57 e) 55

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \rightarrow (x-3) = \frac{\frac{10}{x} + (x+3)}{2} \rightarrow 2.(x-3) = \frac{10}{x} + (x+3) \rightarrow 2x - 6 = \frac{10}{x} + (x+3)$$

$$x - 9 = \frac{10}{x} \rightarrow x^2 - 9x = 10 \rightarrow x^2 - 9x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4.1.(-10)}}{2.1}$$

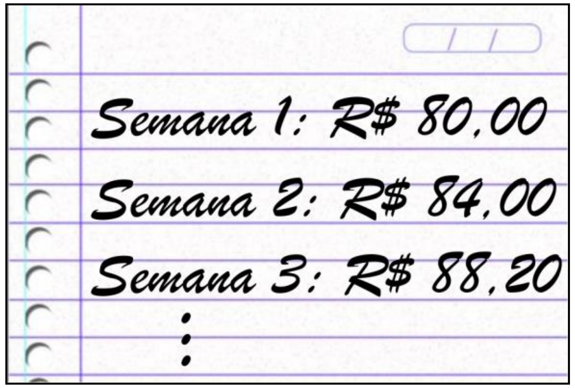
$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{2} \rightarrow x = \frac{9 \pm 11}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{9+11}{2} = 10 \\ x_2 = \frac{9-11}{2} = -1 \ (\text{não serve}) \end{cases}$$

$$PA = (1, 7, 13, \dots)$$

$$a_{10} = a_1 + 9r \rightarrow a_{10} = 1 + 9.6 \rightarrow a_{10} = 55$$

$$GABARITO: E$$

13) Dona Marta relacionou, desde o começo do ano, seus gastos semanais no supermercado, como mostra a o quadro, e assim por diante, durante as quatorze primeiras semanas do ano. Qual foi o total de gastos de dona Marta no período mencionado? (considere $1{,}05^7 = 1{,}4$)



$$PG = (80, 84, 88,20, \dots) \rightarrow q = \frac{84}{80} = 1,05$$

$$S_{14} = \frac{a_1.(q^{14} - 1)}{q - 1} \rightarrow S_{14} = \frac{80.(1,05^{14} - 1)}{1,05 - 1} \rightarrow S_{14} = \frac{80.\left((1,05^7)^2 - 1\right)}{0,05} \rightarrow S_{14} = \frac{80.(1,4^2 - 1)}{\frac{5}{100}}$$

$$S_{14} = 80.(1,96 - 1).\frac{100}{5} \rightarrow S_{14} = 80.0,96.20 \rightarrow S_{14} = 1536$$

14) **(UFPE – MODELO ENEM)** – Os 25 DVDs de uma coleção estão alinhados em ordem crescente de preço. Além disso, o preço de cada DVD, a partir do segundo, é superior em R$ 2,00 ao preço do DVD que o antecede. Se o DVD mais caro custou sete vezes o preço do mais barato, quanto custou a coleção inteira?

a) R$ 792,00 b) R$ 794,00 c) R$ 796,00 d) R$ 798,00 e) R$ 800,00

$$\begin{cases} a_{25} = a_1 + 24.r \\ a_{25} = 7.a_1 \end{cases}$$

$$7.a_1 = a_1 + 24.2 \rightarrow 6.a_1 = 48 \rightarrow a_1 = 8$$

$$a_{25} = 7.8 \rightarrow a_{25} = 56$$

$$S_{25} = \frac{(a_1 + a_{25}).25}{2} \rightarrow S_{25} = \frac{(8+56).25}{2} \rightarrow S_{25} = \frac{64.25}{2} \rightarrow S_{25} = 800$$

$$GABARITO: E$$

15) **(FUVEST – MODELO ENEM)** – Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm, ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então, o terceiro termo das progressões é:

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

$$PA = (4, 4 + r, 4 + 2r) \qquad PG = (4, 4q, 4q^2)$$

$$\begin{cases} 4 + 2r = 4q^2 \rightarrow 2 + r = 2q^2 \rightarrow r = 2q^2 - 2 \\ 4 + r = 4q + 2 \end{cases}$$

$$4 + 2q^2 - 2 = 4q + 2 \rightarrow 2q^2 - 4q = 0 \rightarrow 2q(q - 2) = 0 \rightarrow q = 0\ (não\ serve)\ ou\ q - 2 = 0 \rightarrow q = 2$$

$$4 + r = 4.2 + 2 \rightarrow 4 + r = 10 \rightarrow r = 6$$

$$\begin{cases} PA = (4, 10, 16) \\ PG = (4, 8, 16) \end{cases}$$

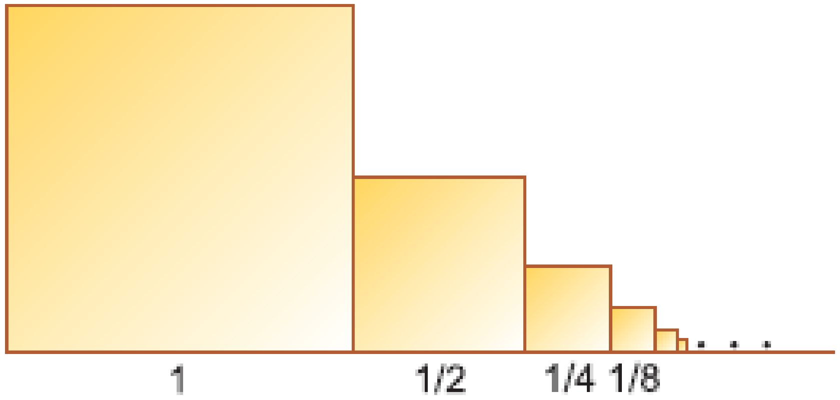
$$GABARITO: D$$

16) Resolva a equação: $x + x^2 + x^3 + \cdots = 5$.

$$\boldsymbol{Soma\ infinita} \rightarrow \boldsymbol{S_n = \frac{a_1}{1-q}}$$

$$\boldsymbol{\frac{x}{1-x} = 5} \rightarrow \boldsymbol{x = 5 - 5x} \rightarrow \boldsymbol{6x = 5} \rightarrow \boldsymbol{x = \frac{5}{6}}$$

17) **(MODELO ENEM)** – Na figura abaixo, o lado do quadrado maior mede 1 e os outros quadrados foram construídos de modo que a medida do respectivo lado seja a metade do lado do quadrado anterior.



Imaginando que a construção continue indefinidamente, a soma das áreas de todos os quadrados será:

a) 2 b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{2}$ d) 3 e) $\frac{15}{8}$

$$lados = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots\right)$$

$$áreas = \left(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \ldots\right)$$

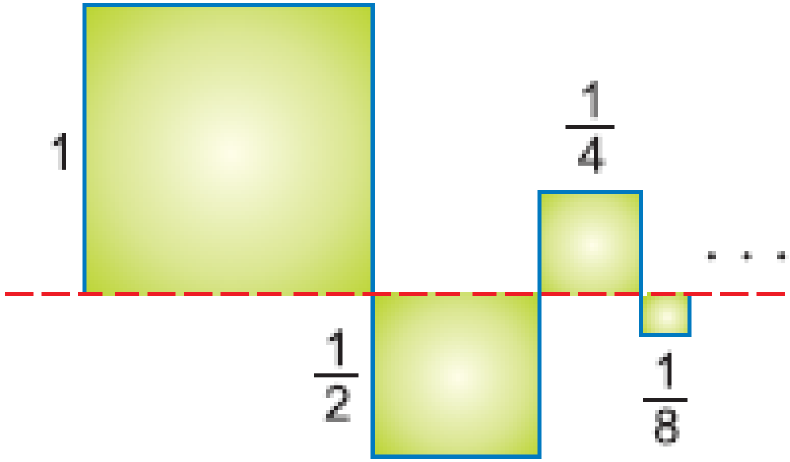
$$S = \frac{a_1}{1-q} \rightarrow S = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} \rightarrow S = \frac{1}{\frac{3}{4}} \rightarrow S = \frac{4}{3}$$

$GABARITO: B$

18) **(MODELO ENEM)** – A linha a seguir é formada por três lados de quadrados que se alternam acima e abaixo da linha tracejada, formando uma serpente. Cada quadrado tem, de lado, a metade do lado do quadrado anterior.

O limite do comprimento de serpente quando o número de quadrados tende ao infinito é:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6



$$\textit{Comprimento} = 3 \textit{ lados de cada quadrado.}$$

$$C = 3.1 + 3.\frac{1}{2} + 3.\frac{1}{4} + 3.\frac{1}{8} + \cdots \rightarrow C = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \cdots \rightarrow \textit{soma de PG infinita}$$

$$C = \frac{a_1}{1-q} \rightarrow C = \frac{3}{1-\frac{1}{2}} \rightarrow C = \frac{3}{\frac{1}{2}} \rightarrow C = 6$$

$$\textit{GABARITO}: E$$

19) Determine o número de termos da PG $(81, 27, 9, ..., \frac{1}{9})$.

$$\begin{cases} a_1 = 81 \\ q = \frac{27}{81} = \frac{1}{3} \\ a_n = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$a_n = a_1 . q^{n-1} \rightarrow \frac{1}{9} = 81.\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \rightarrow (9)^{-1} = (3)^4 . \left(3^{-1}\right)^{n-1} \rightarrow \left(3^2\right)^{-1} = (3)^4 . (3)^{-n+1}$$

$$3^{-2} = 3^{-n+5} \rightarrow -2 = -n + 5 \rightarrow n = 7$$

20) O décimo termo da PG (3, 6, 12, …) é igual a:

a) 512 b) 256 c) 1024 d) 768 e) 1536

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ q = \dfrac{6}{3} = 2 \\ n = 10 \end{cases}$$

$$a_{10} = a_1 . q^9 \rightarrow a_{10} = 3 . 2^9 \rightarrow a_{10} = 3 . 512 \rightarrow a_{10} = 1536$$

$GABARITO: E$

21) Na PG $(x+1, x+3, x+4, \ldots)$ ache o quarto termo.

$$(x+3)^2 = (x+1).(x+4) \rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 4x + x + 4 \rightarrow 6x + 9 = 5x + 4 \rightarrow x = -5$$

$$PG = (-5+1, -5+3, -5+4, \ldots) = (-4, -2, -1, \ldots)$$

$$q = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$a_4 = a_3 . q \rightarrow a_4 = (-1).\frac{1}{2} \rightarrow a_4 = -\frac{1}{2}$$

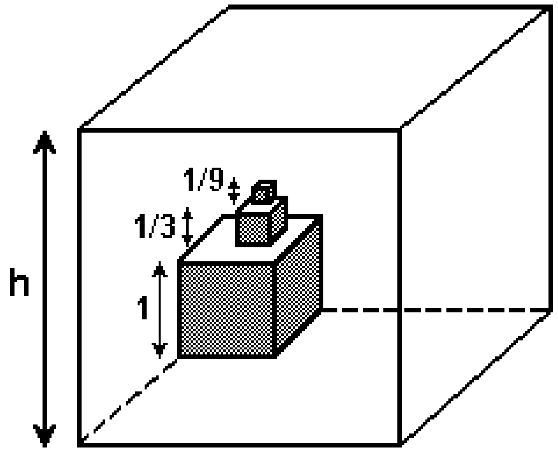
22) Resolva:

$$x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} + \cdots = 4$$

$$\boldsymbol{Soma\ infinita\ de\ PG} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{a_1 = x} \\ \boldsymbol{q = \dfrac{\frac{2x}{3}}{x} = \dfrac{2x}{3} \cdot \dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{3}} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\frac{a_1}{1-q} = 4 \rightarrow \frac{x}{1-\frac{2}{3}} = 4 \rightarrow \frac{x}{\frac{1}{3}} = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3}}$$

23) No interior de uma sala, na forma de um paralelepípedo com altura h, empilham-se cubos com arestas de medidas 1, 1/3, 1/9, 1/27, e assim por diante, conforme mostra a figura.



O menor valor para a altura h, se o empilhamento pudesse ser feito indefinidamente, é:

a) 3
b) 5/2
c) 7/3
d) 2
e) 3/2

$$h = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots \rightarrow h = \frac{a_1}{1-q} \rightarrow h = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} \rightarrow h = \frac{1}{\frac{2}{3}} \rightarrow h = \frac{3}{2}$$

$GABARITO: E$

24) Numa P.A., cujo 2º termo é igual a 5 e o 6º termo é igual a 13, o 20º termo é igual a:

a) 13 b) 40 c) 41 d) 42 e) 45

$$\begin{cases} a_2 = 5 \rightarrow a_1 + r = 5 \\ a_6 = 13 \rightarrow a_1 + 5.r = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + r = 5 \\ a_1 + 5.r = 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_1 - r = -5 \\ a_1 + 5.r = 13 \end{cases} \rightarrow 4.r = 8 \rightarrow r = 2 \rightarrow a_1 + 2 = 5 \rightarrow a_1 = 3$$

$$PA = (3, 5, 7, \dots)$$

$$a_{20} = a_1 + 19.r \rightarrow a_{20} = 3 + 19.2 \rightarrow a_{20} = 41$$

$GABARITO: C$

25) Numa PA $a_4 = 16 \; e \; a_7 = 40$. Ache a soma dos 10 primeiros termos.

$$\begin{cases} a_4 = 16 \rightarrow a_1 + 3.r = 16 \\ a_7 = 40 \rightarrow a_1 + 6.r = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_1 - 3.r = -16 \\ \quad a_1 + 6.r = 40 \end{cases} \rightarrow 3.r = 24 \rightarrow r = 8 \rightarrow a_1 + 6.8 = 40 \rightarrow a_1 = -8$$

$$PA = (-8, 0, 8, 16, \dots) \rightarrow a_{10} = a_1 + 9.r \rightarrow a_{10} = -8 + 9.8 \rightarrow a_{10} = 64$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2} \rightarrow S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}).10}{2} \rightarrow S_{10} = \frac{(-8 + 64).10}{2} \rightarrow S_{10} = \frac{56.10}{2} \rightarrow S_{10} = 280$$